

Observation du Mont Canigou depuis Notre de Dame de la Garde à Marseille.

P. ROCHER, © INSTITUT DE MÉCANIQUE CÉLESTE ET DE CALCUL DES ÉPHÉMÉRIDES – OBSERVATOIRE DE PARIS

Calcul de l'azimut d'un lieu X depuis un site d'observation.

Le calcul de l'azimut a de la direction X de latitude φ_x et de longitude λ_x à partir du lieu d'observation de latitude φ_o et de longitude λ_o se fait à l'aide de la relation suivante :

$$\cot a = \frac{\sin \varphi_o \cos \Delta\lambda - \cos \varphi_o \operatorname{tg} \varphi_x}{\sin \Delta\lambda}$$

Si l'on prend comme lieu X le sommet du Mont Canigou, on a :

$\varphi_x = 42^\circ 31' 10''$ nord et $\lambda_x = 2^\circ 27' 22''$ Est = $-2^\circ 27' 22''$ (comptée négativement vers l'est) et une altitude $h_x = 2,784$ km.

Pour les coordonnées géographiques de Notre Dame de la Garde, on trouve sur le site de l'IGN :

$\varphi_o = 43^\circ 17' 02,15''$ nord et $\lambda_o = 5^\circ 22' 16,42''$ Est = $-5^\circ 22' 16,42''$ et $h_o = 162$ m.

L'utilisation de la formule nous donne : $a = 71^\circ 17'54,36''$ comptée positivement vers l'ouest à partir du sud (convention des astronomes).

Calcul de la distance angulaire Δ entre les deux lieux.

Cette valeur se calcule à l'aide de la formule suivante :

$$\cos \Delta = \sin \varphi_o \sin \varphi_x + \cos \varphi_o \cos \varphi_x \cos \Delta\lambda$$

Ce qui donne pour Notre Dame de la Garde : $\Delta = 2^\circ 16' 4,56''$

Les coordonnées des points sont données dans le système WGS84, la sphère dont la courbure totale est localement égale à celle de l'ellipsoïde a pour rayon r défini par :

$$r = \sqrt{r_1 \times r_2}$$
$$r_1 = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 \varphi_o)^{\frac{3}{2}}}$$
$$r_2 = \frac{a}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \varphi_o}}$$

Prenons pour φ la valeur moyenne entre les deux latitudes : $42,9016875^\circ$

Les caractéristique de l'ellipsoïde lié à WGS84 sont les suivantes : rayon équatorial $a = 6\,378\,137,0$ m, aplatissement $f = 1/298,257\,223\,563$, soit $e = 0.08181919085$.

Ce qui donne : $r_1 = 6365035.187$ m et $r_2 = 6388053.348$ m

Et $r = 6376,533$ km

D'où la distance entre les deux points (Notre Dame de la Garde et le sommet) : $\Delta = 252,402$ km.

Il existe des formules plus complexes permettant de calculer ces quantités en tenant compte de l'ellipsoïde terrestre. Notamment au niveau du calcul de l'azimut entre les deux lieux.

Ces formules donnent les résultats suivants : $a = 71^{\circ} 19'58,49''$ et $\Delta = 252,414$ km.

La distance change peu, ce qui est normal car nous avons utilisé une approximation du rayon tenant compte de l'ellipsoïde terrestre, par contre la direction de l'azimut varie de $2' 4,13''$, nous prendrons donc cette dernière valeur dans nos calculs.

Calcul de la visibilité du sommet du Mont Canigou vu depuis un lieu d'observation.

On doit tenir compte de trois paramètres :

L'altitude du Mont Canigou, $h_x = 2784$ m, l'altitude de l'observateur h_o et les effets de la réfraction atmosphérique entre deux points de l'atmosphère.

Le sommet du Mont sera visible depuis le lieu d'observation, si la somme des distances des horizons apparents vus depuis chacun des lieux est supérieure à la distance entre les deux lieux.

Pour le calcul des visibilités on a également besoin de connaître la dépression de l'horizon de chacun des lieux. La dépression de l'horizon η_l est l'angle entre l'horizon local (normal à la vertical du lieu) et la direction de l'horizon apparent vu depuis le lieu d'observation. Dans ce calcul on tient compte de la réfraction atmosphérique.

Cet angle s'obtient par la formule suivante :

$$\eta_l = \sqrt{\frac{2h}{r_0}} \sqrt{1-k}$$

Où r_0 est le rayon terrestre au sol et k le rapport de la courbure de la trajectoire des rayons lumineux au rayon terrestre.

$$k = Cr_0$$

Avec $k = \frac{\alpha_0}{\beta_0}$

Avec $[\alpha_0]_{t,P} = [\alpha_0]_{0,76} \frac{P}{76} \frac{273^{\circ}}{t + 273^{\circ}}$ où t est la température en degré Celsius et P la pression atmosphérique en centimètres de mercure (loi de Gladstone).

Et avec $[\beta_0]_{t,P} = [\beta_0]_{0,76} \frac{273^{\circ}}{273^{\circ} + t}$

Pour la longueur d'onde $0,575\mu$, $[\alpha_0]_{0,76} = 0,00029255 = 60,343''$ et $[\beta_0]_{0,76} = 0,001254$.

La valeur théorique est donc $k = 0,23$, en réalité en bord de mer cette quantité est surévaluée, les observations montrent qu'en mer on doit utiliser la valeur $k = 0,16$ (valeur utilisée dans les phares) (Astronomie Générale de Danjon). Cela traduit que le rayon de courbure de la trajectoire des rayons lumineux est de 6,25 rayons terrestres.

La distance d entre l'observateur et son horizon apparent se calcule par la formule suivante :

$$d = r_o \sqrt{\frac{2h_o}{r_o} \frac{1}{\sqrt{1-k}}}$$

Si l'on utilise la valeur de $k = 0,16$, on trouve :

Pour le sommet du Mont Canigou : $\eta_l = 1^\circ 33' 06,4''$ et l'on voit jusqu'à une distance de 205,586km.

Pour le lieu d'observation Notre Dame de la Garde : $\eta_l = 22' 27,5''$ et l'on voit jusqu'à 49,595 km.

La somme de ces deux valeurs donne : 255,180 km ; valeur supérieure à 252,414 km. Donc théoriquement, et pour les hypothèses que nous avons prises le sommet du Mont Canigou est visible depuis le lieu considéré. Mais l'écart est de seulement 3 km, si l'on utilise la valeur $k = 0,23$ cet écart augmente d'environ 9km. D'ailleurs l'usage d'un facteur k égal à 0,16 est justifié pour Notre Dame de la Garde, mais n'est pas justifié pour le sommet du Mont Canigou ; $k = 0,23$ donne une distance de l'horizon égale à 214,7 km.

Nous devons donc calculer quand l'azimut du Soleil au voisinage de son coucher est proche de l'azimut du Mont Canigou vu depuis Notre Dame de la Garde.

Ephémérides du Soleil à Notre Dame de la Garde

On calcule :

- Les instants où le centre du Soleil passe par le plan vertical d'azimut $+071^\circ 19' 58,49''$.
- les instants où le centre du Soleil a une hauteur apparente nulle, compte tenu de la réfraction atmosphérique et de la dépression de l'horizon. Donc à cet instant la hauteur apparente sans tenir compte de la dépression de l'horizon est de $-0^\circ 22' 27,52''$ et la hauteur vraie est de $-1^\circ 05' 07,86''$ au dessous de l'horizon (la réfraction pour la hauteur apparente de $-0^\circ 22' 27,52''$ étant de $+00^\circ 42' 40,34''$).

Lieu : Notre Dame de la Garde, latitude : $43^\circ 17' 2,2''$ N, longitude : $5^\circ 22' 16,4''$ E.

Élévation au-dessus de l'horizon : 162m, valeur du paramètre k : 0.16

Dépression de l'horizon : $0^\circ 22' 27,5''$, distance de l'horizon : 49,595km

Remarques :

Les azimuts des levers et des couchers publiés sont les azimuts des astronomes, comptés positivement de 0° à 360° vers l'ouest à partir du sud (dans le sens des aiguilles d'une montre : sud= 0° , ouest= 90° , nord= 180° et est= 270°).

Les hauteurs pour un azimut donné tiennent compte de la réfraction atmosphérique et de la dépression de l'horizon.

Tous les instants sont donnés en Temps universel coordonné (UTC)

Date	Instant où le centre du Soleil passe par l'azimut du Mont Canigou (UTC)	Hauteur du centre du Soleil à cet instant	Instant du coucher du Soleil (UTC)	Azimut du coucher du Soleil
08/02/2008	17h 7m 2,2s	- 1° 50' 37,0"	17h 0m 26,5s	70° 12' 45,6"
09/02/2008	17h 5m 44,0s	- 0° 30' 3,4"	17h 1m 47,3s	70° 39' 43,2"
10/02/2008	17h 4m 24,2s	- 0° 9' 57,2"	17h 3m 8,0s	71° 6' 59,6"
11/02/2008	17h 3m 3,1s	0° 11' 28,5"	17h 4m 28,6s	71° 34' 34,0"
12/02/2008	17h 1m 40,5s	0° 34' 10,1"	17h 5m 49,0s	72° 2' 26,0"
08/02/2009	17h 6m 2,1s	- 0° 34' 46,4"	17h 1m 26,4s	70° 33' 5,8"
09/02/2009	17h 4m 42,7s	- 0° 15' 0,8"	17h 2m 47,0s	71° 0' 16,1"
10/02/2009	17h 3m 21,8s	0° 6' 4,4"	17h 4m 7,4s	71° 27' 44,7"
11/02/2009	17h 1m 59,5s	0° 28' 26,7"	17h 5m 27,6s	71° 55' 31,0"
12/02/2009	17h 0m 35,9s	0° 52' 0,4"	17h 6m 47,8s	72° 23' 34,7"
08/02/2010	17h 6m 20,0s	- 0° 39' 26,3"	17h 1m 5,1s	70° 26' 27,3"
09/02/2010	17h 5m 0,9s	- 0° 19' 59,2"	17h 2m 25,8s	70° 53' 34,2"
10/02/2010	17h 3m 40,5s	0° 0' 47,6"	17h 3m 46,5s	71° 20' 59,7"
11/02/2010	17h 2m 18,6s	0° 22' 52,6"	17h 5m 7,0s	71° 48' 43,2"
12/02/2010	17h 0m 55,4s	0° 46' 10,7"	17h 6m 27,4s	72° 16' 44,0"
08/02/2011	17h 6m 39,1s	- 1° 43' 10,7"	17h 0m 46,8s	70° 20' 6,9"
09/02/2011	17h 5m 20,5s	- 0° 24' 41,4"	17h 2m 7,6s	70° 47' 8,9"
10/02/2011	17h 4m 0,3s	- 0° 4' 14,0"	17h 3m 28,2s	71° 14' 29,5"
11/02/2011	17h 2m 38,8s	0° 17' 32,2"	17h 4m 48,6s	71° 42' 7,9"
12/02/2011	17h 1m 15,9s	0° 40' 32,7"	17h 6m 8,9s	72° 10' 3,7"
08/02/2012	17h 6m 57,4s	- 1° 49' 48,6"	17h 0m 26,3s	70° 13' 33,5"
09/02/2012	17h 5m 39,0s	- 0° 29' 29,9"	17h 1m 46,9s	70° 40' 29,9"
10/02/2012	17h 4m 19,1s	- 0° 9' 22,7"	17h 3m 7,4s	71° 7' 45,2"
11/02/2012	17h 2m 57,9s	0° 12' 4,1"	17h 4m 27,8s	71° 35' 18,8"
12/02/2012	17h 1m 35,2s	0° 34' 46,8"	17h 5m 48,1s	72° 3' 10,1"

Date	Instant où le centre du Soleil passe par l'azimut du Mont Canigou (UTC)	Hauteur du centre du Soleil à cet instant	Instant du coucher du Soleil (UTC)	Azimut du coucher du Soleil
28/10/2008	16h 29m 46,3s	0° 58' 7,9"	16h 36m 38,9s	72° 30' 26,5"
29/10/2008	16h 31m 4,7s	0° 34' 30,5"	16h 35m 15,2s	72° 2' 40,9"
30/10/2008	16h 32m 23,4s	0° 12' 1,0"	16h 33m 52,8s	71° 35' 11,5"
31/10/2008	16h 33m 42,3s	- 0° 9' 14,1"	16h 32m 31,8s	71° 7' 59,1"
28/10/2009	16h 29m 29,5s	1° 3' 52,1"	16h 37m 0,6s	72° 37' 2,5"
29/10/2009	16h 30m 47,7s	0° 40' 0,8"	16h 35m 36,5s	72° 9' 14,5"
30/10/2009	16h 32m 6,1s	0° 17' 15,7"	16h 34m 13,7s	71° 41' 42,6"
31/10/2009	16h 33m 24,7s	- 0° 4' 16,5"	16h 32m 52,2s	71° 14' 27,5"
28/10/2010	16h 29m 9,3s	1° 9' 55,0"	16h 37m 20,7s	72° 43' 57,1"
29/10/2010	16h 30m 27,5s	0° 45' 48,2"	16h 35m 56,3s	72° 16' 4,7"
30/10/2010	16h 31m 45,9s	0° 22' 45,5"	16h 34m 33,2s	71° 48' 28,1"
31/10/2010	16h 33m 4,6s	0° 0' 54,2"	16h 33m 11,4s	71° 21' 8,0"
28/10/2011	16h 28m 50,0s	1° 15' 58,0"	16h 37m 41,4s	72° 50' 48,8"

29/10/2011	16h 30m 8,3s	0° 51' 36,3"	16h 36m 16,7s	72° 22' 52,2"
30/10/2011	16h 31m 26,7s	0° 28' 17,2"	16h 34m 53,3s	71° 55' 11,6"
31/10/2011	16h 32m 45,4s	0° 6' 7,9"	16h 33m 31,3s	71° 27' 47,4"
28/10/2012	16h 29m 49,5s	0° 57' 26,7"	16h 36m 37,4s	72° 29' 38,8"
29/10/2012	16h 31m 7,7s	0° 33' 52,4"	16h 35m 13,7s	72° 1' 55,2"
30/10/2012	16h 32m 26,1s	0° 11' 26,0"	16h 33m 51,2s	71° 34' 27,8"
31/10/2012	16h 33m 44,8s	- 0° 9' 46,1"	16h 32m 30,2s	71° 7' 17,1"

Le phénomène est donc observable au voisinage du 10 février et du 31 octobre.

On a tenu compte de la réfraction dans le calcul de la hauteur du Soleil et dans le calcul de la dépression de l'horizon le facteur k étant pris égal à 0,16, si l'on modifie ce facteur cela va modifier légèrement la hauteur apparente du Soleil. De plus, les calculs des deuxième et troisième colonnes correspondent à un Mont Canigou au centre du Soleil, or si l'on accepte que le Mont Canigou soit à l'est ou à l'ouest du centre du Soleil et compte tenu que le diamètre solaire est de l'ordre de 32' le phénomène est peut-être observable un jour plus tôt en octobre et un jour plus tard en février.

Les dates de visibilité sont donc les 10 et 11 février et les 30 et 31 octobre.

Ces calculs de hauteur et d'azimut ne font intervenir que l'azimut du Mont Canigou vu depuis Notre Dame de la Garde et la dépression de l'horizon à Notre de la Garde. Ce calcul est indépendant de la hauteur du Mont Canigou, il est le même que le Mont Canigou soit là ou non.

La hauteur apparente du Mont Canigou au dessus de l'horizon apparent de Notre Garde de la Garde, et elle seule, dépend du chemin optique dans la basse atmosphère entre le sommet du Mont et l'horizon.