

ISSN 1243-4272

ISBN x-xxxxxx-xx-x

*NOTES SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUES
DU BUREAU DES LONGITUDES*

S063

Principe de réduction d'images astrométriques

A. Fienga & J. Berthier



Institut de mécanique céleste et de calcul des éphémérides

EP 1825

77, avenue Denfert-Rochereau

F-75014 Paris

Novembre 1999

Résumé

Cette note expose l'algorithme de réduction astrométrique d'images astronomiques mis en œuvre à l'Institut de Mécanique Céleste, PRIAM.

Abstract

Here is exposed the algorithm of astrometric reduction of astronomical frames developed at the Institut de Mécanique Céleste, PRIAM.

Table des matières

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Contexte | 3 |
| 2 | Algorithme et architecture | 5 |
| 2.1 | Présentation générale | 5 |
| 2.2 | Mise en place du repère de référence tel qu'il est observé | 6 |
| 2.2.1 | Corrections dues au mouvement de l'étoile | 8 |
| 2.2.2 | Corrections dues au mouvement de l'observateur | 8 |
| 2.2.3 | Réfraction atmosphérique | 9 |
| 2.2.4 | Projection dans le plan tangent | 13 |
| 2.3 | Fonction de raccordement | 14 |
| 2.3.1 | Choix de la forme et du type de la fonction | 14 |
| 2.3.2 | Ajustement de la fonction | 16 |
| 2.4 | Détermination des positions inconnues | 17 |
| 2.4.1 | Application de la fonction de raccordement | 17 |
| 2.4.2 | Choix du repère définitif | 17 |
| 2.4.3 | Estimation des erreurs sur les positions réduites | 17 |
| 3 | Optimisation | 18 |
| 3.1 | Discussion préalable | 18 |
| 3.2 | De la géométrie des points de raccordement | 20 |
| 3.3 | Réduction avec peu d'étoiles | 22 |
| A | Guide de l'utilisateur de Priam | 25 |
| B | Aide en ligne de Priam | 26 |

L'apparition de catalogues astrométriques comme Hipparcos, Tycho ou ACT a motivé le développement d'un tel outil. En effet, l'idée de faire de l'astrométrie stellaire à 1 mas s'est concrétisée avec l'arrivée du catalogue Hipparcos. Ce dernier apporte un gain en précision d'un facteur 100 sur les autres catalogues astrométriques, jusqu'alors utilisés, tels que le PPM ou l'ACRS, dont les erreurs en position sont de l'ordre, respectivement, de 300 mas et de 200 mas dans l'hémisphère nord. Autrement dit, la préparation de la mission Hipparcos et les résultats qui en découlent ont poussé la communauté scientifique à s'interroger sur les ordres de grandeurs des corrections et des constantes utilisées jusqu'à présent. Par exemple, avec une précision de 1 mas sur la position d'une étoile on ne peut pas négliger les effets relativistes subit par les photons lors de leur trajet entre l'étoile et l'observateur. On a ainsi développé une astrométrie vectorielle relativiste basée sur des transformations de type transformation de Lorentz (voir, par exemple, Murray, 1981).

Le but de priam n'est pas de traiter des images mais de réaliser la réduction des observations astrométriques d'objets célestes. Autrement dit, notre algorithme ne considère que les mesures en pixels des corps célestes effectuées après traitement des images brutes issues d'une séquence d'observations. Il n'est donc question ici en aucun cas d'effectuer ces mesures mais bien de les utiliser sous la forme de plusieurs fichiers ascii et d'en déduire les positions sur la sphère céleste des objets étudiés, exprimées dans un des systèmes de référence propres aux théories dynamiques classiques.

1 Contexte

PRIAM (acronyme pour Programme de Réduction d'Images AstroMétriques) est un logiciel de réduction astrométrique d'images astronomiques, CCD ou photographiques, ayant pour vocation la détermination des positions observées sur la sphère céleste des astres étudiés. PRIAM propose une réduction de haute précision, complète en terme de corrections théoriques et instrumentales. Ce qui caractérise PRIAM des autres logiciels de réduction astrométrique actuellement disponibles (MIDAS, Sky-Cat, IRAF, PAP, QMips, Astrometrica, etc.) est la volonté d'introduire dans la réduction une grande partie des effets gravitationnels et physiques intervenant lors de l'observation d'un corps céleste depuis une station terrestre.

L'apparition de catalogues astrométriques comme Hipparcos, Tycho ou ACT a motivé le développement d'un tel outil. En effet, l'idée de faire de l'astrométrie stellaire à ± 1 mas s'est concrétisée avec l'arrivée du catalogue Hipparcos. Ce dernier apporte un gain d'un facteur 100 par rapport aux autres catalogues astrométriques jusqu'alors utilisés tels que le PPM ou l'ACRS, dont les erreurs en position sont de l'ordre, respectivement, de 300 mas et 200 mas dans l'hémisphère nord (cf. tableau 1). Autrement dit, la préparation de la mission Hipparcos et les résultats qui en découlent ont poussé la communauté scientifique à s'interroger sur les ordres de grandeurs des corrections et des constantes utilisées jusqu'à présent. Par exemple, avec une précision de 1 mas sur la position d'une étoile on ne peut plus négliger les effets relativistes subit par les photons lors de leur trajet entre l'étoile et l'observateur. On a ainsi développé une astrométrie vectorielle relativiste basée sur des transformations de type transformation de Lorentz (voir, par exemple, Murray, 1981).

| Catalogue | Précision (mas) | Nombre d'étoiles | Densité (* / o ²) |
|------------|--------------------|---------------------|----------------------------------|
| FK4 | 200 | 3 522 | 0.08 |
| FK5 | 100 | 4 652 | 0.1 |
| HIP | 1 | 118 218 | 3 |
| PPM | 300 | 468 586 | 11 |
| ACT | 25 | 988 758 | 23 |
| GSC 1.1 | 500 | 25 258 765 | 600 |
| USNO SA2.0 | 250 | 54 787 624 | 1300 |
| USNO A2.0 | 500 | 526 280 881 | 12450 |

TABLE 1 – Caractéristiques des principaux catalogues stellaires utilisés actuellement dans les réductions astrométriques.

Jusqu'à présent, la précision des techniques de réduction des plaques photographiques ou des images CCD d'objets du système solaire est de l'ordre de 100 mas. Cette incertitude comprend aussi bien des incertitudes de mesure sur la plaque que des incertitudes dues aux conditions d'observation et des incertitudes liées à la position apparente des étoiles de référence. L'idée fut donc de tirer profit au maximum du gain de précision apporter par ces nouveaux catalogues (Hipparcos, Tycho) malgré leur faible densité stellaire (cf. tableau 1).

PRIAM se présente comme un module d'application de la librairie EPROC (Berthier, 1998), développée à l'IMC. Tout comme EPROC, PRIAM peut s'utiliser aussi bien en tant que librairie de sous-programmes écrits en Fortran 90, qu'en ligne de commande ou par le biais d'une interface homme-machine (écrite en Perl – CGI).

Le but de PRIAM n'est pas de traiter des images mais bien les observations astrométriques d'objets célestes. Autrement dit, notre algorithme ne considère que les mesures en pixels effectuées après traitement des images brutes issues d'une séquence d'observations. Il n'est donc question ici en aucun cas d'effectuer ces mesures mais bien de les récupérer dans un ou plusieurs fichiers ASCII et d'en déduire des positions inconnues, exprimées dans des systèmes de référence propres aux théories dynamiques classiques.

Dans un premier temps, nous allons présenter en détail l'algorithme général de réduction ainsi que les problèmes liés à l'optimisation du processus de réduction et aux variantes possibles de réduction (cas où il y a peu d'étoiles dans le champ, par exemple). Diverses applications seront présentées en conclusion de cette première partie. Dans un deuxième temps, l'ensemble de la librairie sera décrite ainsi que les différentes interfaces existantes ou en cours de développement.

2 Algorithme et architecture

Notre algorithme se place dans le cadre d'une astrométrie relativiste dont le but est d'atteindre la dizaine de mas de précision sur les positions d'objets du système solaire exprimées dans un système de référence donné (ici le FK5). Pour cela, plusieurs améliorations ont été apportées à différents stades du processus de réduction.

2.1 Présentation générale

Le but d'une réduction astrométrique est la modélisation, via une fonction de raccordement, des déformations et des distorsions du récepteur, plaque photographique ou CCD, et de l'optique du télescope utilisés lors de la réalisation de l'observation. Cette fonction est déterminée par ajustement entre les positions observées en pixels sur la surface du récepteur d'étoiles, dites de référence astrométriques, et leurs positions cataloguées (α, δ) théoriques projetées sur le plan *idéal* d'observation, tangent à la sphère céleste. Après ajustement, on applique cette fonction de raccordement aux positions observées (en pixel sur le récepteur) de l'objet inconnu ou dont on veut connaître les coordonnées sur la sphère céleste. Jusqu'à présent, était induit dans la fonction de raccordement, en général polynomiale, des approximations linéaires d'effets aussi divers que les aberrations dues au déplacement de l'observateur et des étoiles de référence, les déviations atmosphériques du signal et les distorsions du champ observé découlant des *imperfections* du système optique de l'observateur. Un tel amalgame nécessite bien entendu de développer à des degrés plus ou moins élevés l'ordre de la fonction de raccordement, et en conséquence, requiert un nombre important de points de référence, autrement dit d'étoiles astrométriques. Or, comme nous l'avons dit précédemment, les catalogues astrométriques de qualité ont une densité d'étoiles par degré carré très limitée, contraignant l'utilisateur d'un algorithme classique de réduction à utiliser un grand nombre d'étoiles non astrométriques (USNO2.O, GSC...), c'est-à-dire dont les mouvements propres et les parallaxes trigonométriques – autrement dit les vitesses en ascension droite et déclinaison et les distances au barycentre du système solaire – sont inconnus, et donc nécessairement des étoiles dont les positions sur la sphère céleste au moment de l'observation sont déterminées moins précisément.

Pour PRIAM, nous avons procédé par opposition avec l'algorithme classique, puisque nous avons essayé d'*épurer* la fonction de raccordement afin que celle-ci ne représente plus que des effets non-modélisables *a priori* comme les rotations du récepteur par rapport à son axe optique. Ainsi, nous avons choisi, avant d'effectuer la détermination de la fonction de raccordement, de faire une première transformation de repère en mettant en place, à partir des positions des étoiles de référence fournies par les catalogues, en général dans le repère barycentrique J2000 et pour l'époque moyenne d'observations de ces objets, le repère de référence pour le champ tel qu'il est observé. La fonction ajustée à un tel système ne nécessite plus d'ordre élevé dans son développement polynomial, puisque elle n'induit plus que des corrections liées aux configurations des systèmes optiques actuels, de taille telle qu'une modélisation à l'ordre 2 est suffisante dans le plus grand nombre des cas. Ceci nous permettra d'envisager des réductions avec un nombre limité d'étoiles de bonne qualité astrométrique. De plus, les coefficients ajustés deviennent alors interprétables en terme de corrections à la géométrie et à l'optique du récepteur. Cette question du degré de la

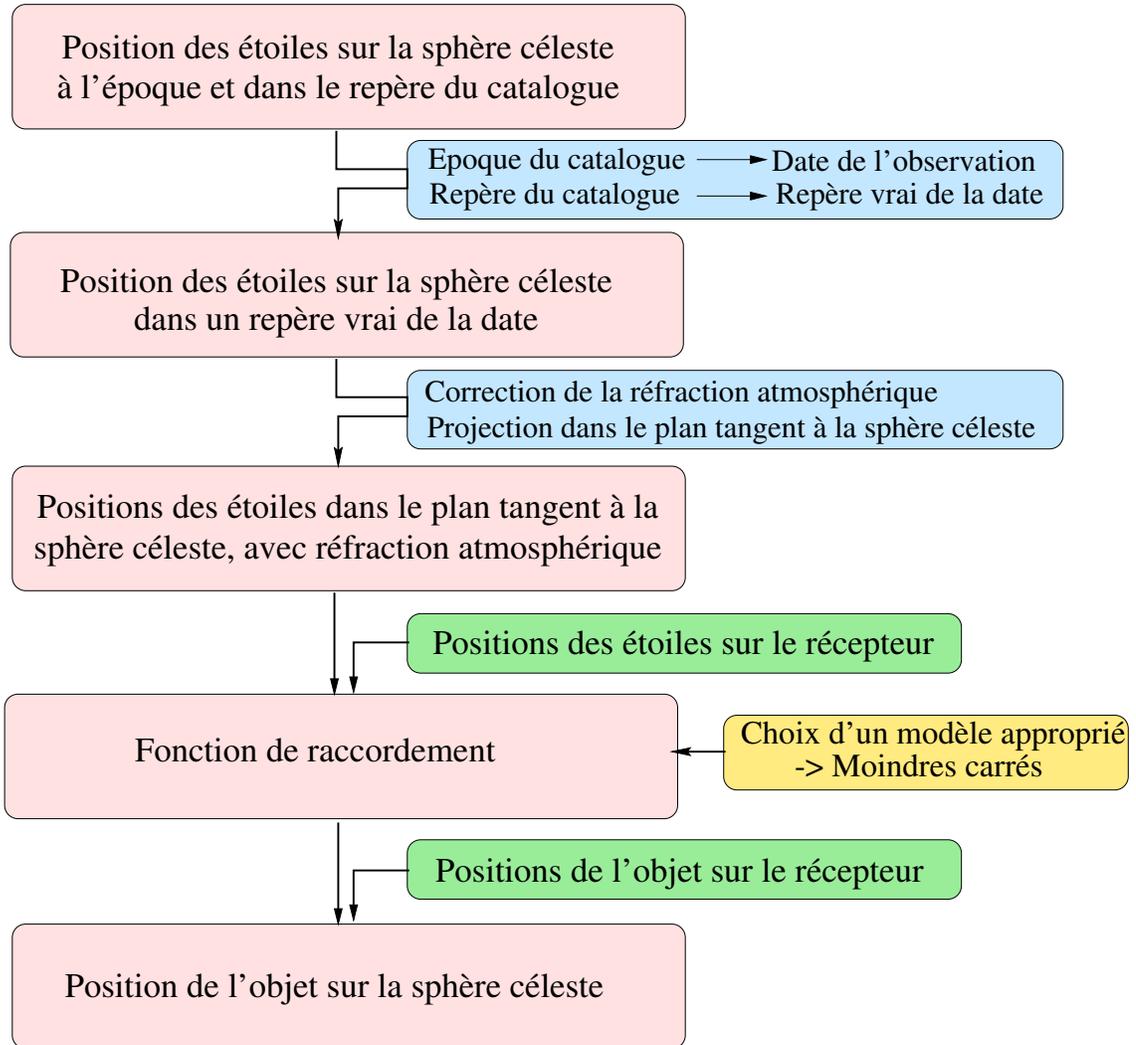


FIGURE 1 – Présentation schématique de l’algorithme de réduction de PRIAM.

modélisation, du nombre et du type d’étoiles à utiliser dans le processus sera plus amplement discutée dans le chapitre relatif à l’optimisation de la réduction. Après application de cette fonction aux positions observées (en pixel) de l’objet à étudier, nous en déduisons les positions affectées des effets de l’atmosphère terrestre et dans le repère topocentrique, apparent de la date d’observation. Il suffit alors d’inverser les transformations précédentes. Cet algorithme, schématisé sur la figure 1, va maintenant être présenté étape par étape.

2.2 Mise en place du repère de référence tel qu’il est observé

L’une des principales causes d’erreurs dans les réductions astrométriques classiques provient de la linéarisation de corrections complexes telles que les aberrations annuelle et diurne ainsi que la réfraction atmosphérique. Pour plus de détails concernant cette approche académique de la réduction astrométrique, on se rapportera à Green (1985) ou Van de Kamp (1967) ainsi qu’au tableau 2 regroupant l’ensemble des approximations effectuées dans le processus classique et dont nous tenons compte

| Corrections relativistes | | |
|--|----------------|----------------------|
| Temps de lumière | | 0.01 mas |
| Déflexion des rayons lumineux : | | |
| * Approximation au 1er ordre | Soleil | 0.5 mas |
| * Instant de la déflexion | | 0.1 mas |
| * Potentiels autres que solaire | Terre | 0.04 mas |
| | Jupiter | 1.5 mas |
| Temps coordonnée des planètes | Vénus | 0.002 mas (0.5 msec) |
| | Jupiter | 0.03 mas (10 msec) |
| Transformation entre les repères terrestre et céleste | | |
| Mouvement du pôle | Vénus | 0.05 mas |
| | Terre | 0.3'' (10m) |
| | Jupiter | 0.003 mas |
| Déflexion de verticale | Vénus | 10 mas |
| | Terre | 1' (2km) |
| | Jupiter | 0.6 mas |
| Position de l'observateur | Vénus | 0.5 mas |
| | Terre | 3'' (100m) |
| | Jupiter | 0.03 mas |
| Impact de la réfraction atmosphérique | | |
| Réfraction différentielle | $\Delta\alpha$ | 20 mas |
| ($\Delta d = 1'$; $z = 45^\circ$) | $\Delta\delta$ | 40 mas |
| Réfraction absolue | | 5 à 20 mas |
| ($z \leq 70^\circ$; $T \pm 0.1^\circ\text{C}$; $P \pm 0.4 \text{ mb}$; $e_o \pm 10 \%$) | | |

TABLE 2 – Approximations diverses faites, en général, dans les processus actuels de réduction astrométrique. On suppose ici que la réduction s'opère à partir de coordonnées apparentes de la date des étoiles de référence.

dans notre algorithme. Il nous a donc semblé intéressant, dans un premier temps, d'évaluer la totalité des phénomènes intervenant lors de l'observation d'une étoile de référence, cela dans un cadre relativiste. Nous avons utilisé l'algorithme de l'Astronomical Almanach, modifié par Kaplan *et al* (1989) et en utilisant la loi de réfraction inverse directe de Marini-Yan-Owens (Marini, 1971, Yan, 1996 et Owens, 1967). Cet algorithme comprend 3 parties distinctes : le changement de direction de l'étoile dû à son propre mouvement – ce sont les corrections de mouvement propre, de parallaxe et éventuellement de vitesse radiale –, le changement de direction de l'étoile dû au mouvement de l'observateur – c'est-à-dire l'aberration annuelle et diurne, la déflexion des rayons lumineux, la précession et la nutation – et la correction due à la présence d'atmosphère. Une fois ces corrections appliquées, les coordonnées obtenues reflèteront les positions observées des étoiles par l'observateur dans les conditions climatiques du jour.

2.2.1 Corrections dues au mouvement de l'étoile

On estime, en supposant que les étoiles ont un mouvement uniforme par rapport à l'observateur, leur déplacement entre le jour de l'observation et l'époque du catalogue. De plus, les coordonnées des catalogues sont données par rapport au barycentre du système solaire. On va donc ramener ce repère à l'observateur. La correction est de la forme :

$$\mathbf{EO}_1 = \mathbf{EB} + \Delta T \frac{d\mathbf{EB}}{dt} - \pi \mathbf{BO}$$

ou \mathbf{EO}_1 représente la direction géométrique de l'étoile pour l'observateur O, \mathbf{EB} , la direction barycentrique de l'étoile donnée par le catalogue, \mathbf{BO} , la direction barycentrique de l'observateur O, ΔT marquant l'intervalle de temps entre l'époque du catalogue et la date de l'observation et π étant la parallaxe trigonométrique de l'étoile.

2.2.2 Corrections dues au mouvement de l'observateur

Déflexion des rayons lumineux Cela correspond à la déviation des rayons lumineux au voisinage plus au moins proche du soleil. C'est une correction extrêmement faible puisque elle ne dépassera pas dans le pire des cas, 0.1 mas. Cependant dans la logique d'une astrométrie relativiste, elle est incontournable. Ce calcul fait intervenir \mathbf{SO} , la direction (normée) héliocentrique de l'observateur, \mathbf{SE} , la direction (normée) héliocentrique de l'étoile et 2 quantités scalaires,

$$\begin{cases} g_1 &= \frac{k}{c^2 |\mathbf{SE}|} \\ g_2 &= 1 + \mathbf{SE} \cdot \mathbf{SO} \end{cases}$$

La direction corrigée de ces effets s'écrit :

$$\mathbf{EO}_2 = |\mathbf{EO}| \left(\mathbf{EO} + \frac{g_1}{g_2} (\mathbf{EO} \cdot \mathbf{SE} \cdot \mathbf{SO} - \mathbf{SO} \cdot \mathbf{EO} \cdot \mathbf{SE}) \right)$$

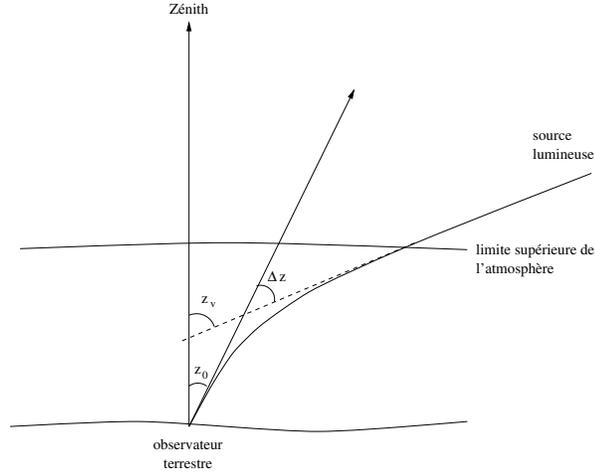


FIGURE 2 – Déviation des rayons lumineux dans l’atmosphère terrestre. z_0 est la distance zénithale observée, Δz l’angle de réfraction et ξ_0 la distance zénithale ”vraie”.

Aberrations annuelle et diurne On corrige du mouvement de la Terre sur son orbite et du mouvement de l’observateur par une seule correction en considérant non plus la vitesse de la Terre mais celle de la Terre + celle de l’observateur dans un mouvement de translation uniforme par rapport au barycentre du système. Cette correction est d’une importance majeure et peut atteindre jusqu’à 15 secondes de degré. En posant $\beta = \sqrt{1 - (V/c)^2}$ avec V la vitesse de l’observateur par rapport au barycentre du système, on a :

$$\mathbf{EO}_3 = \left(1 + \mathbf{EO}_2 \frac{\mathbf{V}}{c}\right)^{-1} \left(\beta^{-1} \mathbf{EO}_2 + \frac{\mathbf{V}}{c} + \frac{\mathbf{EO}_2}{1 + \beta^{-1}} \left(\frac{\mathbf{V}}{c}\right)^2\right)$$

Précession et nutation Ces deux corrections sont des rotations du repère équatorial moyen J2000 au repère équatorial vrai de la date, c’est-à-dire celui par rapport auquel on se repère pendant l’observation. Quels que soient les modèles choisis et le système de constantes en vigueur, on représente ces effets par deux matrices de rotation, notées respectivement \mathcal{P} pour la précession et \mathcal{N} pour la nutation, et on calcule les directions apparentes des étoiles dans un repère vrai de la date, avec :

$$\mathbf{EO}_4 = \mathcal{N}\mathcal{P} \mathbf{EO}_3$$

Nous nous plaçons ici dans le système de référence du FK5.

2.2.3 Réfraction atmosphérique

La principale différence entre la position apparente d’un corps céleste et sa position observée depuis la surface de la Terre provient de la présence de l’atmosphère terrestre. Cette dernière a pour conséquence de provoquer une déflexion des ondes électromagnétiques et un retard sur les signaux électromagnétiques (cf. figure 2). Ainsi, avant d’être captés par un récepteur, les photons lumineux traversant des couches d’air progressivement plus denses (correspondant à un indice de réfraction de plus en plus grand) sont déviés graduellement vers la verticale. L’effet induit est

l'observation d'une distance zénithale plus petite que la distance zénithale "vraie" de l'objet (i.e. s'il n'y avait pas d'atmosphère). La différence entre les distances zénithales, ou angle de réfraction, est donnée à partir du principe de Fermat par la relation :

$$\Delta z = \xi_0 - z_0 = \int_1^{n_0} \frac{\tan z}{n} dn \quad (1)$$

où ξ_0 et z_0 sont les distances zénithales "vraies" et observées des corps célestes et n est l'indice de réfraction atmosphérique, n_0 étant cet indice au niveau de l'observateur (Yan et Ping, 1995). Ainsi, si les variations de l'indice de réfraction en fonction de l'altitude sont connues dans la direction visée, alors cette équation est intégrable et permet de calculer l'angle de réfraction correspondant à la distance zénithale observée. Cependant la modélisation de l'atmosphère terrestre en un lieu et à une date donnée est fort complexe, dépendant des conditions météorologiques, des saisons, de la géographie du lieu, etc., ce qui rend difficile l'expression des variations de l'indice de réfraction atmosphérique. Pour le calculer, on modélise généralement l'atmosphère par deux composantes à symétrie sphérique, la troposphère (de 0 à environ 11 km) et la stratosphère (jusqu'à environ 100 km¹), séparées par la tropopause (d'épaisseur négligeable mais pour laquelle l'indice de réfraction présente une discontinuité). On considère de plus que l'atmosphère est en équilibre hydrostatique et qu'elle obéit aux lois des gaz parfaits (Explanatory Supplement of American Ephemeris, 1992). Dans de telles conditions, on peut modéliser la courbure des rayons lumineux dans l'atmosphère par un profil exponentiel, correspondant aux variations observées de la réfractivité (de l'atmosphère) en fonction de l'altitude. La loi de la réfraction s'exprime alors sous la forme classique de la loi de Laplace :

$$\Delta z = A \tan z_0 + B \tan^3 z_0 \quad (2)$$

où z_0 représente la distance zénithale observée, et où A et B sont soit des constantes, soit dépendent des conditions atmosphériques du lieu d'observation et de la longueur d'onde des signaux observés. Ces paramètres sont généralement exprimés sous la forme :

$$\begin{aligned} A &= \kappa \alpha (1 - \beta) \\ B &= \kappa \alpha \left(\beta - \frac{\alpha}{2} \right) \end{aligned}$$

où α et β dépendent du modèle atmosphérique et κ un terme correctif permettant de prendre en compte l'aplatissement de la Terre et par conséquent des couches atmosphériques. κ se calcule comme le rapport entre la gravité mesurée au niveau de l'observateur et celle mesurée au niveau moyen des mers à l'équateur ; $\kappa = 1.0$ pour une terre sphérique (Stone, 1996). En première approximation et pour des conditions standard de température et de pression (0°C, 1013.25 mb) et sans prendre en compte la longueur d'onde, ces paramètres sont pris égaux à 0.001254 pour β et 60".37 pour α , fournissant les constantes de la réfraction $A = 60".2943$ et $B = -0".06687$ (Kovalovsky, 1990). Pour des conditions dites "normales" (15°C, 1013.25 mb, $p_v^2 = 0mb$, $\lambda = 0.59\mu m$), les constantes de la réfraction sont $A = 57".085$ et $B = -0".0666$, déduites des Tables de la réfraction éditées par l'observatoire de Pulkovo en 1985 (Refraction tables of Pulkovo Observatory, 1985). Pour tenir compte de conditions

1. au delà, la réfraction atmosphérique pour les longueurs d'ondes optiques est de l'ordre de quelques micro-secondes de degré (Green, 1985).

2. p_v est la pression de vapeur sèche.

atmosphériques et de longueurs d'ondes particulières, ces paramètres peuvent être exprimés comme des fonctions de la température, de la pression, de la pression de vapeur sèche et de la longueur d'onde, tel que $\alpha = n_0 - 1$ représente la réfractivité de l'atmosphère au niveau de l'observateur et $\beta = H_0/r_0$ représente le rapport de la hauteur équivalente d'atmosphère homogène sur le rayon géocentrique de l'observateur (Stone, 1996). Cette formulation de la réfraction, que nous désignerons loi de Laplace-Stone, permet d'obtenir une précision meilleure que 40 mas pour toute distance zénithale inférieure à 70° (comparaisons avec les Tables de la réfraction de l'observatoire du Pulkovo (Refraction tables of Pulkovo Observatory, 1985) (Stone, 1996). Cette expression de la réfraction a cependant pour inconvénient de calculer l'angle de réfraction à partir uniquement de la distance zénithale observée (z_0). Ainsi, dans le cas où l'on veut estimer l'angle de réfraction à partir des coordonnées apparentes, on introduit une approximation supplémentaire en considérant la distance zénithale "vraie" (ξ_0) plutôt que celle observée dans l'équation (2). Ce problème est résolu en utilisant la formulation de l'angle de réfraction proposée par Yan et basée sur l'utilisation de fonctions dites de "mapping" modélisant les variations de l'indice de réfraction en fonction de l'altitude (Yan et Ping, 1995, Yan, 1996). L'angle de réfraction s'exprime alors sous la forme :

$$\Delta z = 10^{-6} N_0 \sin \xi_0 m'(\xi_0) \quad (3)$$

où $N_0 = 10^6 (n_0 - 1)$ est la réfractivité de l'atmosphère au niveau de l'observateur, ξ_0 est la distance zénithale "vraie" et $m'(\xi_0)$ est la fonction dite de "mapping" de la réfraction faisant intervenir, comme la réfractivité, les paramètres de température, de pression et de pression de vapeur sèche du lieu d'observation ainsi que la longueur d'onde du signal observé (Yan, 1996). Cette formulation assure une précision sur l'angle de réfraction de l'ordre de 100 mas jusqu'à des distances zénithales de 80° .

Ces expressions de la réfraction se basent sur l'hypothèse que l'atmosphère terrestre peut être modélisée par une symétrie sphérique dont les paramètres sont déterminés à partir d'un certain nombre de données météorologiques moyennes. Cela implique que la déviation des rayons lumineux ne dépend que de la distance zénithale et est indépendante de l'azimut de la direction visée. Cela implique aussi que cette déviation est indépendante des conditions atmosphériques réelles au moment de l'observation et tout le long du chemin parcouru par les photons dans l'atmosphère. Or dans la pratique, les conditions atmosphériques peuvent être très différentes des conditions moyennes ayant déterminé le profil atmosphérique de la loi de réfraction utilisée. En outre, la déviation des rayons lumineux ne se produit pas uniquement selon la verticale et on observe une déviation horizontale affectant la précision des positions mesurées de l'ordre du mas (en interférométrie optique par exemple). Il reste néanmoins difficile de déterminer avec précision la structure exacte de l'atmosphère en un lieu et une date donnés, et seule une bonne connaissance des conditions météorologiques mesurées en différents points de l'atmosphère entourant l'observateur (de 100 m à 82 km d'altitude) peut conduire à une précision sur la réfraction astronomique à l'ordre du mas. Pour autant, des modèles d'atmosphères plus ou moins complexes existent et ont pour but d'apprécier les modifications physico-chimique du milieu de propagation du signal électromagnétique et d'en répercuter les conséquences sur la direction et la vitesse de propagation de ce dernier. On citera par exemple les modèles d'Owens (Owens, 1967), d'Edlen (Ed-

len, 1953) et de Bean et Dutton (Bean et Dutton, 1966) pour les longueurs d'ondes optiques et proches infrarouge, ainsi que ceux d'Appleton-Hartree (Davies, 1966) et Abshire et Gardner (Abshire et Gardner, 1985) pour les longueurs d'onde radio. Le modèle d'indice de réfraction utilisé dans PRIAM est celui d'Owens simplifié à deux composantes, l'une sèche, noté D_s correspondant au comportement d'un indice de réfraction pour un air sec à 0.03 % de CO₂ et l'autre, humide noté D_w , incluant une proportion plus ou moins importante de vapeur d'eau. Ces deux composantes sont déterminées par ajustement aux observations dans des données de validité couvrant une grande partie du spectre visible et du proche IR (2.4 à 6.9 μm). L'indice de réfraction, n , est alors donné sous la forme :

$$(n - 1) \times 10^8 = \left[K_1^s + \frac{K_2^s}{(130.0 - \sigma^2)} + \frac{K_3^s}{(38.9 - \sigma^2)} \right] D_s + \\ [K_1^w + K_2^w \sigma^2 + K_3^w \sigma^4 + K_4^w \sigma^6] D_w$$

où $K_i^s, i = 1...3$ et $K_j^w, j = 1...4$ sont des constantes du modèle d'Owens. Grâce à cette modélisation de l'indice de réfraction, il est alors possible d'aborder la modélisation globale de la traversée de l'atmosphère du signal observé depuis une station au sol. Comme nous l'avons déjà dit, de par la discontinuité de la tropopause, l'équation 1 n'est pas intégrale et donc n'est pas réversible. C'est pourquoi, dans PRIAM, deux modèles de correction de réfraction co-existent. Le premier modèle correspond à l'approximation de Laplace, reprise et améliorée par Stone (Stone, 1996) et permet d'estimer la déviation du signal lumineux à partir d'une direction zénithale observée. Cette correction est appliquée dans la deuxième partie de l'algorithme après la détermination de la fonction de raccordement et l'obtention des positions observées sur la sphère céleste de l'objet étudié. Afin de rendre ces données utilisables, par exemple dans les théories dynamiques, il convient de corriger ces positions de l'effet de déviation induit par la traversée de l'atmosphère terrestre. On applique la relation 2 sachant que la quantité z_o est connue et on en déduit la distance zénithale ξ_o corrigée de la réfraction. Le deuxième modèle est celui développé par Yan en 1995 (Yan et Ping, 1995) et 1996 (Yan, 1996) sur la base d'une étude de réversibilité des modèles de réfraction entamée par Marini en 1971 (Marini, 1971) dans les longueurs d'onde radio. Cette correction intervient dans la première partie de l'algorithme et plus exactement dans la mise en place du système de référence astrométrique tel qu'il est observé. Ainsi, à partir de positions barycentriques astrométriques J2000 d'étoiles de référence astrométriques, on effectue une première transformation permettant d'exprimer les coordonnées de ces points de raccordement dans un repère apparent topocentrique. Il reste donc à affecter ces positions de l'effet de déviation angulaire induit par la traversée de l'atmosphère par le signal. Ainsi à partir d'une expression du décalage en distance zénithale d'un objet, on a pu, en appliquant des modèles de fonctions mapping, déterminer analytiquement une fonction inverse non approximée de l'angle de réfraction. Ce raisonnement est basé sur une étude de la convergence d'intégrales du type :

$$I(\alpha) = \int_0^\infty \frac{p'(x)}{\sqrt{x + \alpha^2 - K(1-p)}} dx$$

où p représente le profil de l'atmosphère en fonction de l'altitude, K est une constante, $K = 10^{-6} N_0 \cos(z_{AR})^2 \frac{r_0}{H}$, z_{AR} , la distance zénithale observée (affectée de la réfraction), r_0 est le rayon équatorial terrestre et H , l'altitude du profil atmosphérique. En effet,

au voisinage de 0, ce type d'intégrale peut se développer en puissance de α , alors qu'au voisinage de ∞ , le développement sera en $1/\alpha$. Or, les fractions rationnelles, de forme correctement choisie, répondent elles aussi à ces critères et peuvent converger vers la même limite. C'est en se basant sur cette idée, que cette écriture en fonction de mapping a été appliquée au problème de la réfraction atmosphérique. Pour plus de détails sur les corrections de réfraction ainsi que pour une étude comparative entre les différents modèles de réfraction atmosphérique actuellement disponibles et leur impact sur la réduction astrométrique en longueurs d'ondes optiques, on se reportera à (Berthier et Fienga, 1997).

2.2.4 Projection dans le plan tangent

A ce stade du processus, nous avons transformé le repère de référence, barycentrique, astrométrique J2000, défini à partir des étoiles astrométriques présentes dans le champ en un repère observé, c'est-à-dire topocentrique, apparent de la date affecté des effets de la réfraction atmosphérique. Nous effectuons maintenant la projection de ce repère sur le plan théorique d'observation. Ce plan, appelé aussi plan

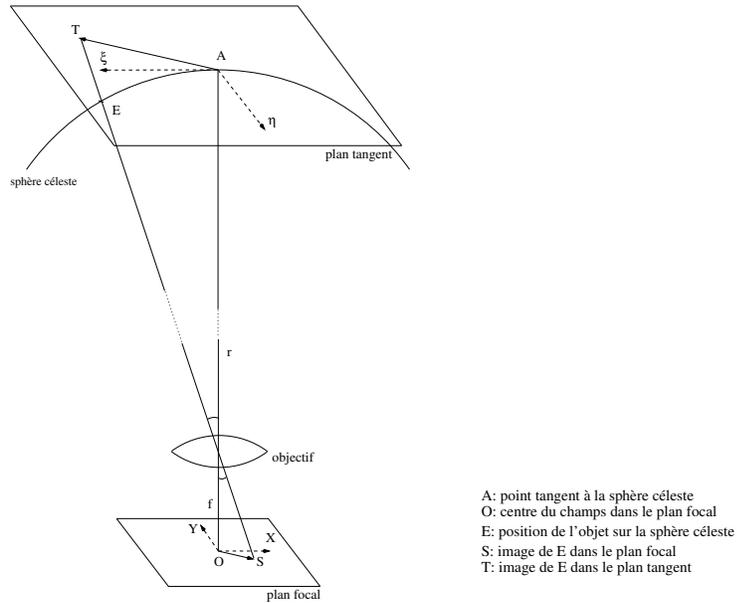


FIGURE 3 – Projection gnomonique (Green, 1985) : Image d'un corps céleste dans le plan focal du récepteur. f est la longueur focale du système optique, r est le rayon de la sphère céleste ($r = 1$). ξ et η définissent le repère tangent ; X et Y définissent le repère des coordonnées observées. A est le point tangent à la sphère céleste, E la position de l'objet, O le centre du champ dans le plan focal, S l'image de E dans le plan focal et T l'image de E dans le plan tangent. Géométriquement :

$$\vec{AT} = -\frac{r}{f} \vec{OS}$$

tangent à la sphère céleste, représente le plan du récepteur si celui-ci était *parfait*, c'est-à-dire si l'axe optique du télescope et du récepteur, CCD ou plaque photographique, était aligné, si l'optique de ce dernier et de celle du télescope n'induisaient aucune déformation ou distorsion du champ, etc. Ce passage entre sphère céleste et plan idéal du récepteur est connu sous le nom de projection gnomonique et se

trouve schématisé sur la figure 3. Soit T le centre de la projection, qui correspond aussi au centre du récepteur – dans les cas où l’observation a été réalisée en *binning* 1, c’est-à-dire sur l’ensemble de sa surface – de coordonnées topocentriques (A, D), apparentes de la date, affectées de la réfraction et l’objet observé, de coordonnées (α , δ), sa position sur le plan tangent en T la sphère céleste sera donnée par le couple (ζ , η) tel que :

$$\begin{cases} \zeta = \frac{\cos \delta \sin(\alpha - A)}{\sin D \sin \delta + \cos D \cos \delta \cos(\alpha - A)} \\ \eta = \frac{\cos D \sin(\alpha - A) - \sin D \cos \delta \cos(\alpha - A)}{\sin D \sin \delta + \cos D \cos \delta \cos(\alpha - A)} \end{cases} \quad (4)$$

et inversement :

$$\begin{cases} \tan(\alpha - A) = \frac{\zeta}{\cos D - \eta \sin D} \\ \tan \delta = \frac{\sin D + \eta \cos D}{\cos D - \eta \sin D} \cos(\alpha - A) \end{cases} \quad (5)$$

Le choix des coordonnées (A, D) du centre du champ est important. En général, celles-ci ne sont pas connues. On choisit alors comme centre de la projection sur la sphère céleste, le barycentre des étoiles de référence. Le décalage entre cette position approximative du centre du champ inconnu sur la sphère céleste et le centre effectif (en pixel) du centre du récepteur sera absorbé par le terme constant de la fonction de raccordement (ou constantes de plaque, voir le paragraphe suivant). On verra par la suite, que chercher à approcher la position du centre du champ par d’autres positions que celles du barycentre du repère de référence permet d’optimiser la détermination de la fonction de raccordement et donc celle du processus de réduction.

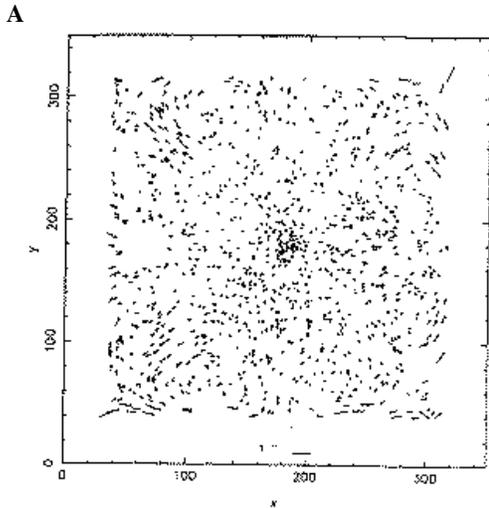
2.3 Fonction de raccordement

2.3.1 Choix de la forme et du type de la fonction

La première idée pour améliorer les méthodes de réduction dites classiques a donc été de calculer tous les effets modélisables directement sur les (α, δ) d’étoiles afin de réellement commencer le processus de réduction non plus avec des coordonnées astrométriques, J2000 mais avec les positions réellement observées. Les constantes qu’il restera à déterminer ne seront plus affectées de corrections autres qu’instrumentales mais représenteront des effets physiques directement matérialisables sur le récepteur. Comme nous l’avons déjà dit, le rôle de la fonction de raccordement est de corriger, par ajustement entre positions mesurées à la surface du récepteur et positions théoriques dans le plan *idéal* de l’observation, les *imperfections* de modélisations des systèmes optiques. Il est donc clair que la forme de cette fonction – polynomiale d’ordre plus ou moins élevé (Platais, 1995, Urban et Corbin, 1996), orthogonale (Bienaymé, 1993), en harmoniques sphériques, non déterministe (Lattanzi et Bucciarelli, 1990), ... – varie selon la nature de l’instrumentation utilisée lors de l’acquisition des observations. Plus précisément, une modélisation polynomiale conviendra parfaitement à la correction d’effets simples tels que des rotations d’axe et de décalages de centre optique mais répondra assez mal, de par sa forme linéaire, à des distorsions de champ, en particulier sur les bordures des récepteurs, induits par exemple

par des effets d'aberrations optiques, caractéristiques des récepteurs à très grand champ (plusieurs degrés), comme ceux des astrographes de type Carte du ciel et des télescopes de Schmidt.

Le graphique A de la figure 4, extraite de Robichon *et al* (1995), est un bon exemple des distorsions résiduelles qui peuvent apparaître après l'utilisation d'un modèle linéaire insuffisant dans la réduction d'une plaque grand champ, ici une plaque de Schmidt de $5^\circ \times 5^\circ$.



A: (Robichon et al, 1995)

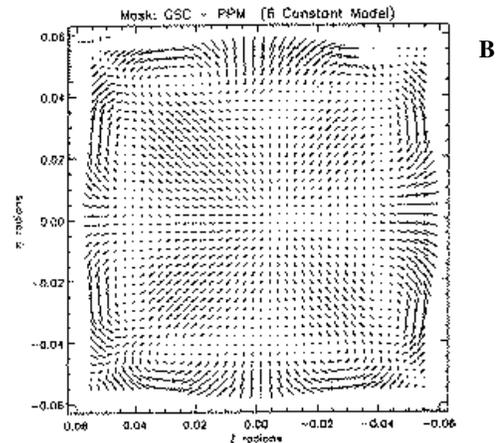


Figure 1. Mean vector residual map using a linear plate model and an equidistant projection for the southern hemisphere made with the PPM catalogue.

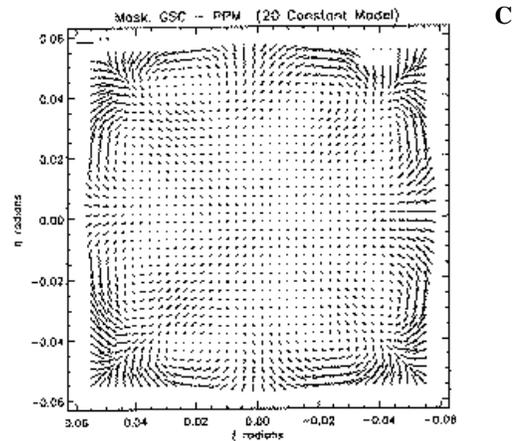


Figure 2. Mean vector residual map using a third-order polynomial plate model and a gnomonic projection for the southern hemisphere made with the PPM catalogue.

FIGURE 4 – Cartes de distorsions de plaques de Schmidt : résidus vectoriels obtenus après application de différents modèles de projection : cas C : projection gnomonique; cas B : projection équidistante (Morrisson *et al*, 1998); cas A : application d'une fonction de raccordement polynomiale d'ordre insuffisant (Robichon, 1995). La dimension de plaques de Schmidt utilisées est de $6.4^\circ \times 6.4^\circ$ dans les cas C et B et de $5.3^\circ \times 5.3^\circ$ dans le cas A.

De plus, dans ces cas particuliers d'astrométrie à très grand champ, des modéli-

sations, autres que gnomonique, du plan *idéal* d'observations, et de type projection équidistante (Morrison *et al*, 1998), semblent être plus à même de modéliser les déformations induites par une projection de la sphère céleste sur une surface qu'il est difficile de décrire par le biais d'une géométrie plane. On retrouvera sur les graphiques B et C de la figure 4, l'impact de la projection gnomonique classique dans le processus de réduction de plaques de Schmidt de $6^\circ \times 6^\circ$ (graphique B) et on pourra comparer cette solution à celle déduite de la projection dite équidistante (graphique C). Nous conseillerons donc, bien que cette option soit disponible dans PRIAM, de ne pas chercher à réduire des champs de plus de 2 degrés avec une fonction de raccordement polynomiale, même développée à un ordre élevé, mais d'utiliser des écritures plus spécifiques aux problèmes liés aux récepteurs très grand champ.

La fonction de raccordement utilisée dans PRIAM est un modèle polynomial dont l'ordre est laissé au choix de l'utilisateur, bien que certaines contraintes sur ce choix soient imposées selon les niveaux d'utilisation du logiciel. Ce modèle dans le cas d'un développement à l'ordre m s'écrit :

$$\begin{cases} \zeta &= \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^n A_{p,q} X^p Y^q = F_x(X, Y) \\ \eta &= \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^n B_{p,q} X^q Y^p = F_y(X, Y) \end{cases} \quad (6)$$

où (ζ, η) sont les coordonnées standard (cf. Eq. 4) des objets sur le plan *idéal* d'observation tangent à la sphère céleste et (X, Y) , les coordonnées en pixels mesurées sur le récepteur de ces mêmes objets, par rapport au centre de ce dernier.

2.3.2 Ajustement de la fonction

La détermination des coefficients $A_{p,q}$ et $B_{p,q}$ de l'équation 6 s'effectue par le biais de l'ajustement par moindres carrés décrit entre les positions observées en pixels sur la surface du récepteur d'étoiles de référence astrométriques et leurs positions cataloguées (α, δ) théoriques projetées sur le plan *idéal* d'observation, tangent à la sphère céleste. L'algorithme utilisé dans PRIAM est un algorithme de résolution de système linéaire classique avec pondération des équations de conditions et calculs d'erreurs par matrice de variance-covariance sur les coefficients ajustés. Matriciellement, le système d'équations précédent, développé à l'ordre m , s'écrit, pour chaque observation réalisée d'un champ stellaire comportant n étoiles de référence :

$$\begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \vdots \\ \zeta_k \\ \vdots \\ \zeta_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & X_1 & Y_1 & X_1 \cdot Y_1 & \dots & X_1^p \cdot Y_1^q & \dots & X_1^m & Y_1^m \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_k & Y_k & X_k \cdot Y_k & \dots & X_k^p \cdot Y_k^q & \dots & X_k^m & Y_k^m \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_n & Y_n & X_n \cdot Y_n & \dots & X_n^p \cdot Y_n^q & \dots & X_n^m & Y_n^m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{0,0} \\ A_{1,0} \\ A_{0,1} \\ A_{1,1} \\ \vdots \\ A_{p,q} \\ \vdots \\ A_{m,0} \\ A_{0,m} \end{pmatrix} \quad (7)$$

On écrit le même système pour la coordonnée η . Chaque équation de conditions correspond à une étoile de référence. Il est alors possible de pondérer chacune d'entre

elles selon la qualité astrométrique de chaque point de raccordement. Dans PRIAM, chaque équation est pondérée par l'erreur moyenne externe des catalogues stellaires dont proviennent les différentes étoiles de référence. Cette précision permet d'estimer la qualité astrométrique moyenne des différents éléments intervenant dans l'estimation de la fonction de raccordement. Le tableau 1 donne les précisions astrométriques utilisées par PRIAM pour les catalogues stellaires les plus couramment rencontrés.

Les erreurs déduites de la matrice de covariance du système sont aussi calculées pour chaque coefficient ajusté. Avec l'estimation de ces erreurs sur les coefficients de la fonction de raccordement, nous pourrions répercuter directement la qualité de la modélisation du système optique sur la détermination des positions (α, δ) des objets inconnus ou dont on veut connaître les positions sur la sphère céleste. A ce stade de l'algorithme, tous les éléments sont réunis pour pouvoir entamer le calcul de ces positions.

2.4 Détermination des positions inconnues

2.4.1 Application de la fonction de raccordement

Après ajustement de ses coefficients, la fonction de raccordement est appliquée aux positions mesurées en pixels sur le récepteur de l'objet dont on veut connaître la position sur la sphère céleste. Sont alors déduites les coordonnées (ζ, η) de l'objet dans le plan *idéal* d'observation tangent à la sphère céleste. Il convient alors de choisir un repère céleste pour exprimer les coordonnées (α, δ) correspondantes et d'estimer les incertitudes sur les positions réduites (ou coordonnées observées).

2.4.2 Choix du repère définitif

.....

2.4.3 Estimation des erreurs sur les positions réduites

Cette estimation est d'une très grande importance car elle permet, d'une part, d'estimer la qualité du processus de réduction et, d'autre part, de valider les choix d'optimisation que nous décrirons au paragraphe suivant. Une position déduite de la réduction astrométrique d'une image CCD ou photographique est déterminée avec une précision fonction de plusieurs critères dont la précision des mesures (effectuées sur le récepteur) des positions des points de référence et de l'objet étudié, la qualité astrométrique des positions cataloguées, de la forme de la fonction de raccordement et de son degré de liberté. Classiquement, on estime la précision externe, e_{ext} d'un tel processus de réduction sur une observation par (Pascu, 1990) :

$$e_{ext} = \frac{e_{cat}^2 + S^2 e_{*r}^2}{n - m} + (S e_{or})^2 \quad (8)$$

Cette écriture générale peut être modifiée selon la forme de la fonction de raccordement (ici polynomiale de degré m) et fait intervenir la précision externe moyenne du catalogue de référence, e_{cat} , d'où sont extraites les n coordonnées (α, δ) des points de raccordement, la précision des mesures effectuées sur le récepteur de ces n points, e_{*r} , et celle de la position de l'objet étudié, e_{or} . Cette équation et celles qui en sont

premier d'entre eux a déjà été exposé et concerne les linéarisations effectuées à une époque où les calculs vectoriels n'étaient pas facilement programmables. A l'heure actuelle, la programmation de tels formulaires (cf. §2.2) n'est plus un obstacle. De plus, comme nous l'avons dit, ne pas effectuer ces corrections liées à la cinématique des systèmes de référence (précession, nutation, aberrations annuelle et diurne) induit des effets systématiques difficilement identifiables dans les solutions du mouvement ajustées sur ces observations non ou mal corrigées. Le développement de la fonction de raccordement à un degré supérieur à trois n'est nécessaire que pour des champs stellaires couvrant une surface supérieure à 1 degré carré. Or, dans la majorité des cas, la taille moyenne des récepteurs n'atteint pas cette couverture. Autrement dit, utiliser une fonction de raccordement avec un haut degré de développement est souvent sans intérêt dans la correction d'effets optiques liés aux distorsions éventuelles des champs observés. Rappelons, de plus, que dans le cas de très grands champs (plus de 2 degrés), d'autres algorithmes de réduction (cf. §2.3) sont plus adaptés. Enfin, pour mettre en œuvre de tels processus, il faut disposer de catalogues stellaires ET astrométriques tels que leur densité permettrait de disposer d'un nombre suffisant d'étoiles de référence pour effectuer ce type d'algorithme et cela quelle que soit la taille, en général quelques minutes ou dizaines de minutes de degré, des récepteurs classiques. Or, nous savons que ce n'est pas le cas. Les *profusionnaires* font donc appel à d'autres catalogues stellaires, non astrométriques, en particulier l'USNO A2.0 et sa version résumée l'USNO SA2.0 qui ont, respectivement, des densités de 12450 et 1300 étoiles par degré carré (contre 23 étoiles par degré carré pour l'ACT par exemple) mais ne comportent aucune information sur la cinématique propre (mouvements propres et parallaxe trigonométrique) de chaque objet. Le fait d'ajuster une fonction polynomiale à haut degré permet alors d'absorber les effets induits par cette méconnaissance des mouvements propres des points de raccordement mais n'est pas, comme nous l'avons déjà dit, sans conséquence sur la qualité astrométrique des positions déduites, en particulier dans le cadre d'une exploitation dynamique de ces données (ajustement des théories du mouvement de l'objet observé, raccordement entre systèmes de référence, etc.). En conclusion, cette méthode de réduction, la plus répandue car d'application simple, ne permet pas d'obtenir une précision sur les positions des objets étudiés meilleure que la précision externe des catalogues stellaires utilisés, à savoir entre 300 et plus de 500 mas.

La tendance *minimaliste* correspond à une approche plus moderne de la réduction astrométrique et vise à n'utiliser qu'un nombre limité d'étoiles de très bonne qualité astrométrique tout en corrigeant au préalable un grand nombre d'effets présents sous forme linéaire, donc approximative, dans l'approche décrite précédemment. Ce type d'algorithme constitue la base de PRIAM. Ces corrections, que nous avons décrites plus haut, nous permettent d'effectuer des réductions pouvant atteindre les limites de la précision des catalogues astrométriques utilisés qui, dans ce cas, atteignent 50, 25 voire 10 mas (pour Hipparcos). L'inconvénient d'un tel algorithme réside dans le fait que bien souvent une réduction uniquement avec des étoiles de référence astrométrique est difficile car bien souvent il n'y a qu'une voire deux étoiles de ce type dans le champ. Pour ces cas complexes, des algorithmes de réduction, présentés dans le paragraphe 3.3, ont été mises en place (Fienga, 1998) afin de pallier ce déficit de points de raccordement et de limiter la dégradation de la qualité astrométrique de la réduction provoquée par l'introduction d'étoiles non astrométriques dans le

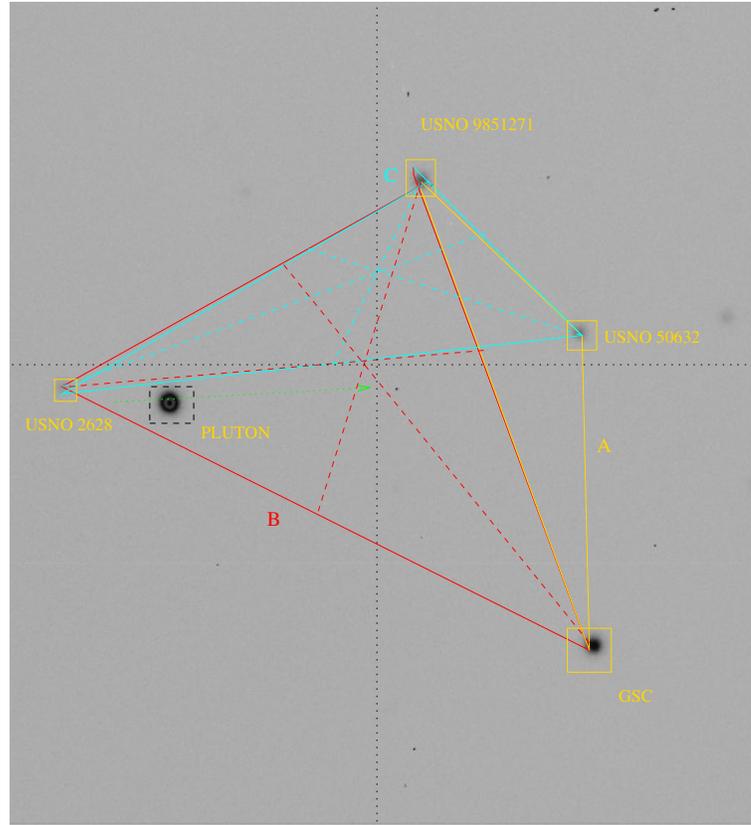


FIGURE 5 – Exemple de configuration géométrique : image de Pluton réalisée au télescope de 80 cm de l’OHP en juin 1999.

processus.

Hormis ces différentes considérations, certains choix sont à effectuer lors du processus, comme celui de la géométrie des points de raccordement ou de la position du centre de champ ou du degré de la fonction de raccordement ... Nous allons dans la suite indiquer quelques choix possibles, illustrés d’exemples, afin d’optimiser la réduction d’une image CCD ou photographique.

3.2 De la géométrie des points de raccordement

Comme nous l’avons vu, la fonction de raccordement est déterminée à partir de points de référence. Les déformations ainsi modélisées le sont donc en fonction de la position et de la nature des étoiles de référence utilisées comme points de raccordement. Or gardons à l’esprit, le but de cette étape : corriger les positions mesurées en pixels sur le récepteur de l’objet étudié des distorsions du champ qui provoque des erreurs systématiques lors de l’estimation de la position de ce même objet sur la sphère céleste. Or de telles déformations sont locales. Il convient donc de choisir des points de raccordement environnant et entourant le plus possible l’objet considéré.

Prenons l’exemple d’une série d’observations de Pluton (figure 5) réalisées au télescope de 80 cm de l’Observatoire de Haute Provence en juin 1999. Sur cet

| Configurations | $\langle O - C \rangle_\alpha$ (") | σ_α (") | $\langle O - C \rangle_\delta$ (") | σ_δ (") |
|----------------|------------------------------------|---------------------|------------------------------------|---------------------|
| 4 étoiles | 0.141 | ± 0.173 | 0.117 | ± 0.216 |
| A | 0.541 | ± 0.657 | 1.373 | ± 0.672 |
| B | 0.122 | ± 0.170 | 0.059 | ± 0.204 |
| C | 0.081 | ± 0.179 | -0.072 | ± 0.241 |

TABLE 3 – Pluton : statistiques des résidus calculés par comparaison entre les positions observées et réduites selon les configurations 4 étoiles, A, B et C et les positions déduites de DE405

exemple, quatre étoiles de référence ont été détectées autour de Pluton. Quatre configurations de réduction sont donc possibles : la première réunit l’ensemble des quatre étoiles de référence délimitant l’aire dans laquelle est déterminée la fonction de raccordement et dans laquelle se trouve Pluton, et les trois configurations notées A, B, C sur la figure et reliant trois des quatre étoiles précédentes. Les résultats issus de ces quatre réductions sont présentés dans le tableau 3. Il apparaît clairement que la configuration constituée des trois étoiles les plus éloignées de Pluton induit une estimation de sa position très fortement dégradées par rapport aux trois autres solutions. Cet exemple est un cas typique de l’importance de la géométrie du système dans le choix des étoiles de référence. En effet, les trois étoiles formant la configuration A ne sont pas, individuellement, les sources de cette dégradation des résidus, puisque chacune utilisée séparément induit des solutions bien meilleures.

La condition minimale dans le choix d’une configuration de points de raccordement pourrait donc être que la surface délimitée par ces points inclut l’objet étudié, ici Pluton. C’est donc l’association de ces trois étoiles qui induit une mauvaise détermination de la fonction de raccordement et donc de l’ensemble des paramètres de la réduction. Remarquons d’autre part que la solution induisant une diminution significative des dispersions des résidus est la configuration dont le barycentre est le plus près du centre du récepteur (cf. figure 5). Cette remarque soulève un deuxième point important dans l’impact de la géométrie des systèmes dans l’optimisation des processus de réduction : le choix des coordonnées sur la sphère céleste du point T, centre de la projection du plan d’observation *idéal*, tangent à la sphère céleste. Comme nous l’avons vu, les coordonnées physiques de ce point sur le récepteur sont associées au centre physique du CCD en pixels. L’intérêt d’estimer une position sur la sphère céleste la plus proche possible du centre physique du récepteur est de minimiser la valeur d’*offset* (coefficient constant) de la fonction de raccordement afin d’améliorer la détermination d’autres paramètres plus complexes, comme ceux de rotation par exemple. Cela est particulièrement important dans les cas d’étalonnage optique d’un récepteur (détermination précise des valeurs de l’échelle et des angles de rotation du récepteur par rapport à l’axe optique du télescope) ou de réduction avec peu d’étoiles, comme nous le verrons §3.3.

3.3 Réduction avec peu d'étoiles

Beaucoup de choses ont déjà été dites à ce sujet. Rappelons cependant que dans les cas d'applications les plus courantes, PRIAM s'adresse à des utilisateurs dont les récepteurs ont des surfaces couvrant entre quelques minutes de degré carré et un peu plus d'un degré carré.

En particulier, lorsque la portion couverte de la sphère céleste est inférieure à, disons, 30 minutes de degré carré, le problème se pose du faible nombre d'étoiles de référence astrométrique (étoiles HIP ou ACT). En règle générale, la présence d'étoiles des catalogues USNO A ou GSC permet d'augmenter le nombre d'étoiles de référence. Cette option a déjà été discutée précédemment (cf. §3.1). Cependant, dans de nombreux cas on peut se retrouver avec seulement 1 ou 2 étoiles de référence (très petites surfaces couvrant quelques minutes ou quelques dizaines de seconde de degré). Pour pouvoir réduire il faut alors simplifier à maximum la fonction de raccordement (formule des constantes de plaques), corriger le plus grand nombre d'effets connus empiriquement (comme les mouvements de l'observateur et des points de raccordement, la réfraction, etc.) et enfin faire appel à des étalonnages antérieurs de l'instrument. Ces étalonnages peuvent avoir été réalisés lors de réductions précédentes.

Dans ce cadre d'astrométrie à très petit champ, on suppose que les distorsions optiques et mécaniques affectant la surface du récepteur sont linéaires et peuvent être représentées par un décalage en (X, Y) , une rotation autour de l'axe optique du télescope et une réduction constante en X et en Y de l'échelle de la projection. Si on note (ζ, η) les projections dans le plan *idéal* d'observation des coordonnées apparentes vraies de la date des points de raccordement et (X, Y) les mesures réalisées sur le récepteur des positions de ces mêmes points alors la fonction de raccordement s'écrit :

$$\begin{cases} \zeta &= e_x \cos \theta X + e_y \sin \theta Y + K_x \\ \eta &= -e_x \sin \theta X + e_y \cos \theta Y + K_y \end{cases} \quad (11)$$

où (e_x, e_y) sont les facteurs d'échelle, respectivement, des axes X et Y , θ est l'angle entre l'axe optique du télescope et la direction normale à la surface du récepteur et (K_x, K_y) représentent le décalage en X et en Y entre la position du centre physique du récepteur (en pixels) et la position (α, δ) du point tangent à la sphère céleste. En règle générale, les facteurs d'échelle sont connus et lorsque le récepteur vient d'être récemment et convenablement aligné à l'ensemble du système optique du télescope, on considère que θ est petit ou nul. Dans ce cas de figure (θ petit, soit $\cos \theta \approx 1$ et $\sin \theta \approx \theta$), cas communément rencontré, le système d'équations précédent devient :

$$\begin{cases} \zeta &= e_x X + e_y \theta Y + K_x \\ \eta &= -e_x \theta X + e_y Y + K_y \end{cases}$$

Si de plus, l'angle d'orientation est connu (par des calibrations antérieures) ou supposé nul, ce système devient un système de deux équations à deux inconnues qu'il est possible de résoudre à l'aide d'un seul point de référence.

Inversement, à partir d’une estimation des paramètres $A(i)$ et $B(i)$, $i = 1 \dots 3$, il est possible de déduire une fonction de raccordement d’ordre 0 en terme de paramètres instrumentaux liés à l’optique et à la mécanique du télescope, de la forme :

$$\begin{cases} \zeta = A(1) + A(2) X + A(3) Y \\ \eta = B(1) + B(2) X + B(3) Y \end{cases}$$

Cela peut être utile dans le cadre d’un étalonnage de l’instrument ou d’une mise

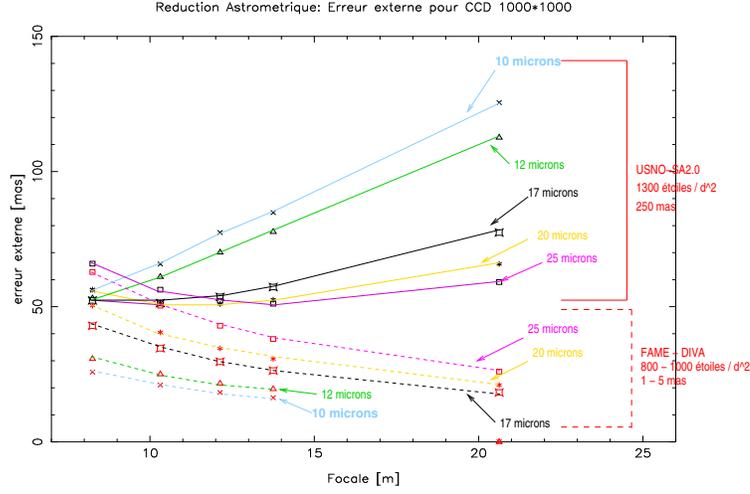


FIGURE 6 – Evolution de l’erreur externe de réduction en fonction du catalogue stellaire utilisé ainsi que des caractéristiques instrumentales telles que la focale de l’ensemble du système optique, la taille des pixels constituant un CCD de taille 1000×1000

en place de paramètres standard de réduction associés à l’instrument (et donc réutilisables au cours de réductions suivantes). Plus précisément, la figure 6 présente les évolutions des erreurs externes de réductions déduites d’une formule de type 8 pour un récepteur CCD classique de 1000×1000 pixels de 10 à 25 microns, couplé à des optiques variant de 8 à 25 mètres de focale. Pour ces différents éléments, la figure montre l’erreur induite par un processus de réduction utilisant deux types de catalogues stellaires, ici mis en opposition : les catalogues stellaires, au sens strict du terme, comportant un grand nombre d’étoiles mais de qualités astrométriques réduites (en exemple ici l’USNO SA2.0) et les catalogues astrométriques à proprement parler, présentant un nombre plus limité d’étoiles de référence mais de façon plus précise. Notons que nous avons pris ici comme exemple le catalogue FAME. Le but n’est pas d’insister sur les caractéristiques de ces catalogues mais de montrer qu’une réduction avec un grand nombre d’étoiles de référence non astrométriques (comme c’est le cas des étoiles de l’USNO SA2.0) ne permet pas d’obtenir une meilleure précision sur la position de l’objet étudié, considéré ici ponctuel. Prenons, par exemple, le cas d’une réduction effectuée sur un récepteur de pixels de $17 \mu\text{m}$. On voit clairement sur la figure que l’erreur induite par le choix des points de raccordement est doublée pour une focale de 14 mètres et se trouve multipliée de presque un facteur 10 pour une focale de 21 mètres. Autrement dit, il est clair

que le nombre d'étoiles utilisées dans la réduction ne peut compenser la qualité astrométrique propre de chaque étoile. En conclusion, il est important de garder à l'esprit qu'une réduction basée sur l'utilisation d'étoiles non astrométriques de type USNO SA2.0 induira des positions de qualité inférieure, même si ce processus s'opère avec un grand nombre de point de raccordement, à celles déduites d'une réduction basée sur un nombre plus limité d'étoiles mais de qualité astrométrique, de type HIP ou ACT.

Cependant, restons réalistes : à l'heure actuelle, la densité des catalogues astrométriques – Hipparcos, ACT ou Tycho – ne permet pas, dans la plupart des cas (champs des récepteurs inférieurs à 10 minutes de degré carrées), d'effectuer une réduction classique, au sens *professionnaire* du terme. Nous conseillons à l'utilisateur, dans ce cas, de faire des calibrages précis de son instrument et d'utiliser les possibilités offertes par PRIAM pour effectuer une réduction à peu d'étoiles comme cela a été décrit précédemment.

Annexes

A Guide de l'utilisateur de Priam

.....

B Aide en ligne de Priam

```
#####  
!  
! Programme de reduction d'images astrometrique - PRIAM 1.0 -  
!  
! Usage : priam [arguments] [options]  
!  
! avec [arguments] :  
!  
!   -fc [fichier] : nom du fichier des conditions observationnelles  
!   -fm [fichier] : nom du fichier des mesures  
!   -m [n]       : nombre de series de mesures dans le fichier des  
!                 mesures (1 par default)  
!  
! et [options] :  
!  
!   -b [jj mm aaaa hh mm ss.sss] : date et heure UTC de l'observation  
!                                 (voir option -j)  
!   -doc : documentation detaillee des calculs de reduction astrometrique  
!         (format postscript lu par gv)  
!   -center_CCD [x y] : coordonnees du centre du CCD, en pixels  
!   -center_field [RA Dec] : coordonnees du centre du champs, RA en  
!                           heures et Dec en degres  
!   -deg [0..10] : choix sur le nombre de parametres de constantes de  
!                 plaque a ajuster : 0 : 6 parametres ; 1 : 8 parametres  
!                 2 : 9 parametres ; etc.  
!   -f [fichier] : nom du fichier de solutions de la reduction  
!   -fcats [fichier] : nom du catalogue d'etoile local pour la reduction  
!                   (par default : champ usr_catfile du fichier .eproc)  
!   -fechel [fx fy] : valeurs des facteurs d'echelle en X et Y ("/px)  
!   -forien [ox oy] : valeurs des facteurs d'orientation en X et Y ("/px)  
!   -format [chaine] : nom du format d'entree des mesures  
!                   (Priam, Midas, ...)  
!   -j [jj] : jour julien UTC de l'observation (voir option -b)  
!   -n [n] : nombre d'etoiles mesurees dans le champs  
!   -omc : calcul des O-C sur les positions reduites des objets  
!   -p [n] : nombre d'objets mesures dans le champs  
!   -r [!][repertoire] : nom du repertoire de travail pour la reduction  
!                       (par default : champ redu_path du fichier .eproc).  
!                       Si [!] est present alors le repertoire indique  
!                       est un sous repertoire de celui defini par la  
!                       variable redu_path  
!   -rcats [!][repertoire] : nom du repertoire contenant le catalogue  
!                           d'etoile local pour la reduction (par default :  
!                           champ usr_catpath du fichier .eproc). Si [!]  
!                           est present alors le repertoire indique est un  
!                           sous repertoire de celui defini par la varia-
```

```

!                                     ble usr_catpath                                     !
!   -te [1,2] : choix du type de repere des coordonnees reduites :                 !
!               1 : astrometriques J2000.0 ; (2) : apparentes                     !
!   -s [sortie:type] : choix d'impression des resultats ou :                       !
!               sortie: 'neant' ; 'ecran' ; ['fichier'] ; 'toutes'               !
!               type   : ('priam') ; 'mpc'                                         !
!                                                                                     !
!   Les valeurs par defaut sont chargees a partir du fichier de                   !
!   configuration $HOME/.eproc                                                       !
!                                                                                     !
!   (C) 1998, 1999, A. Fienga & J. Berthier, Institut de mecanique celeste       !
! #####                                                                    !
!   Librairie EPROC 1.05 :                                                           !
!       Ephemerides, Predictions et Reductions pour les Corps Celestes.           !
!   Conditions d'utilisation : eproc -licence                                       !
!   Copyright (C) 1998, 1999, J. Berthier, A. Fienga                               !
! #####

```