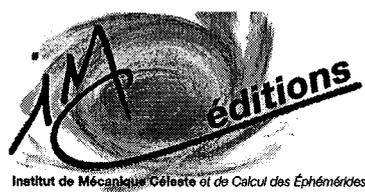


ISSN 1621-3823
ISBN 2-910015-36-X

*NOTES SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUES
DE L'INSTITUT DE MÉCANIQUE CÉLESTE*

S076

**JOURNÉES SCIENTIFIQUES 2000 DE L'INSTITUT
DE MÉCANIQUE CÉLESTE ET DE CALCUL DES ÉPHÉMÉRIDES**



*Institut de mécanique céleste et de calcul des éphémérides
UMR 8028
77, avenue Denfert-Rochereau
F-75014 Paris*

Juin 2001

INTRODUCTION

Les Journées scientifiques 2000 de l'Institut de mécanique céleste et de calcul des éphémérides se sont déroulées les 7, 8 et 9 juin 2000. Cette cinquième édition des journées de notre établissement a été à nouveau un succès : cette réunion qui rassemble chercheurs, ingénieurs et techniciens du laboratoire a donné lieu à 43 interventions décrivant l'activité et les avancées des équipes scientifiques et des services.

Ainsi, on a pu ainsi apprécier tout à la fois l'évolution des projets présentés lors des dernières journées scientifiques en 1997 et constater l'émergence de nouvelles directions de recherche et de développement.

Parmi les activités de recherche, je citerai notamment une nouvelle solution planétaire analytique, de nouvelles campagnes d'observations nécessitées par l'amélioration des modèles dynamiques et physiques, la mise au point de nouvelles procédures de réduction astrométrique, la découverte d'une nouvelle classe de solutions périodiques du problème des n corps et le développement de nouvelles applications de l'analyse en fréquences.

Dans le domaine des activités de service plusieurs faits nouveaux se sont faits jour. Je citerai notamment une réflexion prospective qui s'engage au sujet de la collaboration avec les agences spatiales et sur la base d'un bilan des activités d'expertise en systèmes de référence et navigation spatiale, Il apparaît par ailleurs que le serveur d'éphémérides en ligne sur Internet a maintenant atteint sa maturité et a fidélisé ses utilisateurs tandis que les informations "grand public" jusque là diffusées par Minitel bénéficient maintenant de pages Web améliorées.

Cette liste très courte de thèmes abordés lors des journées est cependant loin de refléter toute la diversité et la richesse des exposés présentés et je recommande vivement aux lecteurs de ces comptes rendus de ne pas hésiter à contacter les auteurs de telle ou telle communication et à entamer de nouvelles collaborations.

Le but de ces journées sera alors pleinement atteint : encourager la discussion et la collaboration entre tous et informer la communauté scientifique de tous les travaux en cours au sein de l'IMCCE. Cette formule des Journées scientifique peut de la sorte, en s'affranchissant de la retenue parfois de mise dans les présentations aux colloques, permettre de faire connaître les travaux naissants ou d'apparence marginale et qui sont de fait souvent les plus porteurs d'avenir.

Rendez-vous à la prochaine édition de nos Journées scientifiques.

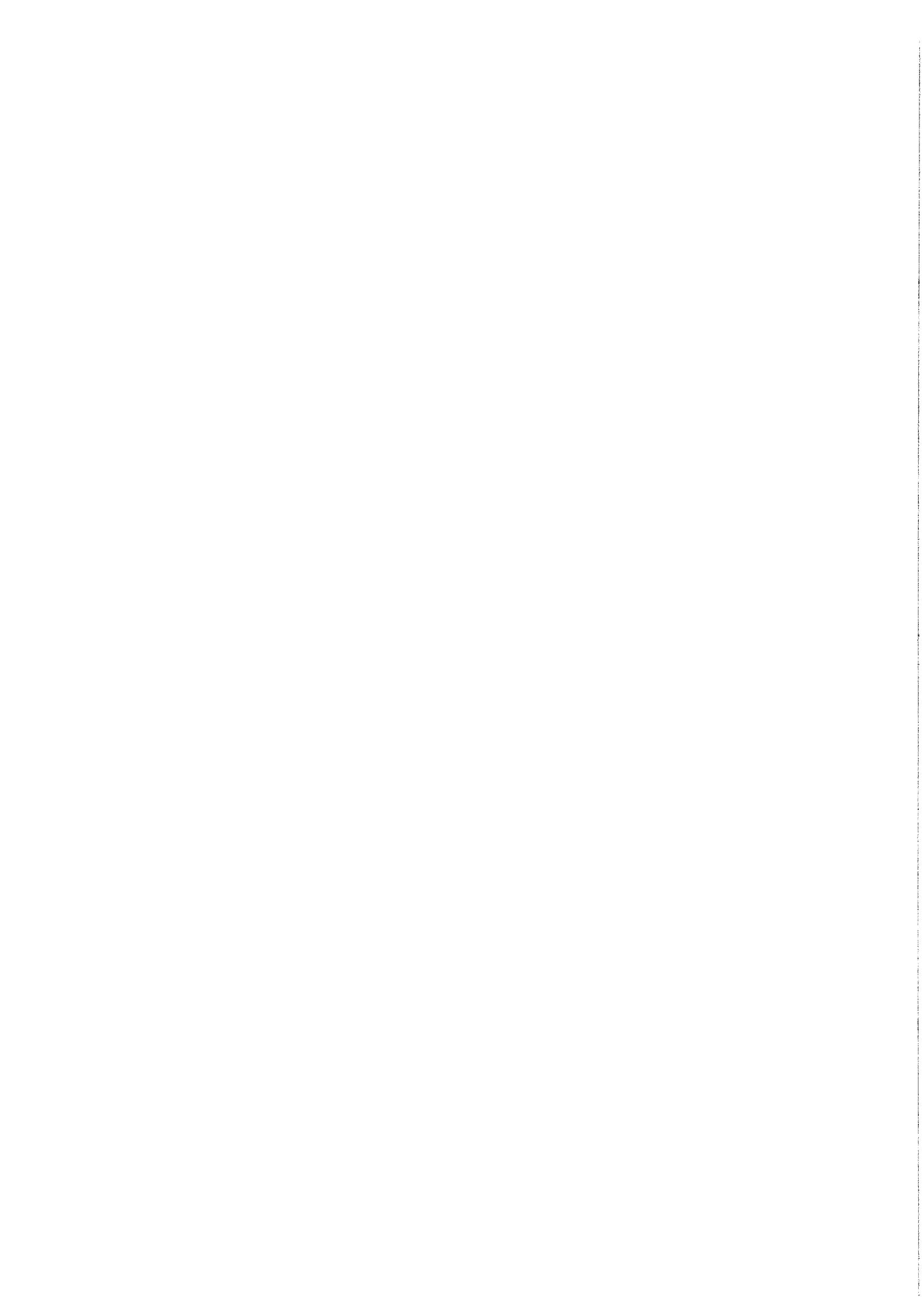
J.-E. Arlot
Directeur de l'Institut de mécanique céleste
et de calcul des éphémérides

JOURNÉES SCIENTIFIQUES 2000 DE L'INSTITUT DE MÉCANIQUE CÉLESTE ET DE CALCUL DES ÉPHÉMÉRIDES
--

X. Moisson, P. Bretagnon	Solution planétaire analytique VSOP2000	1
L. Duriez	Calculs de mécanique céleste avec MAPLE appliqués aux mouvements des planètes et des satellites	7
S. Boatto	Diffusion et agrégation des particules en milieu turbulent créées par des tourbillons	9
P. Rocher	Le calcul des éclipses de Soleil à l'IMCCE	15
N. Emelianov, N. Baron	Problèmes liés aux éphémérides des satellites naturels des planètes	19
N. Emelianov	La base de données "satellites naturels" et les observations réalisées dans les pays de l'ex URSS	25
Cl. Le Guyader, J. Berthier	Éphémérides des satellites de Neptune	29
K. Abdullah, A. Albouy	Sur une résonance mystérieuse signalée par M. Herman	35
A. Albouy	Pourquoi les orbites képlériennes sont-elles fermées?	39
J.-E. Arlot, A. Borsenberger, N. Baron	Observation des satellites lointains de Jupiter et de Saturne : ajustement de la théorie de Phœbé	43
J. Berthier, P. Descamps A. Fienga	La chaîne de réduction astrométrique de l'IMCCE	47
Th. Derouazi	Bibliothèque de l'Institut de mécanique céleste et de calcul des éphémérides	53
M. Couren	Visibilité du site www.bdl.fr	57
J. Vaubaillon	Forces non gravitationnelles et Léonides	61
G. Satre	Migration Minitel-Web	65

J.-F. Bange	Sur la nature de Phobos : histoire d'une controverse entre science et science fiction	67
A. Chenciner	Une nouvelle classe de solutions périodiques du problème des n corps dans le cas où les masses sont égales	73
J.-L. Simon	La solution analytique TOP2000 pour le mouvement des grosses planètes	77
E. Breton	Modélisation d'une intégration numérique en séries de Fourier ou de Poisson avec les TFD	83
Ph. Robutel	Application fréquence et dynamique globale dans le système solaire : dynamique à court terme des petits corps	87
A. Baudrand, A. Bec-Borsenberger	État d'avancement de la chasse aux astéroïdes dans DENIS	89
A. Fienga, J. Berthier	La collaboration CNES-IMCCE autour du projet MSR : bilan et perspectives	91
L. Nadolski	Analyse en fréquence et dynamique globale d'un accélérateur de particules	95
S. Lemaître-Pottier, J. Renaudineau	Nouveautés et projets éditoriaux	99
V. Lainey	Influence de perturbations non prises en compte sur le système galiléen	103
P. Bretagnon, P. Rocher, J.-L. Simon	Rotation de la Terre et vecteur instantané de rotation . . .	109
F. Malige	Réduction partielle utilisant le moment cinétique pour le problème planétaire des n corps	115
A. Vienne	Quelques aspects de la dynamique des huit principaux satellites de Saturne	117
D. Hestroffer	Gaia et le système solaire	123
W. Thuillot, J.-B. Kikwaya, W. P. Rocher	Satellites d'astéroïdes	127
J.-E. Arlot, Ch. Ruatti, W. Thuillot	Les campagnes d'observation de phénomènes mutuels : les résultats de la campagne PHESAT95	131
J. Renaudineau	Bilan des trois dernières années de relations extérieures 1998, 1999, 2000 à l'IMCCE	135
P. Bretagnon, M. Heurtier, M. Martinez	Le service de renseignements astronomiques	139
P. Descamps, F. Marchis, J. Berthier, R. Prangée Cl. Le Guyader	Observation astrométrique en optique adaptative du système des satellites d'Uranus	141
D. Sauzin	Séries Gevrey et théorème de Nekhoroshev	145
A. Correia	Rotation à long terme des planètes telluriques	149

L. Niederman	Stabilité exponentielle pour des petites perturbations de systèmes hamiltoniens intégrables raides	153
A. Montintin	Le réseau RENATER et les réseaux haut débit Les évolutions à venir	155
D. Simon	La gestion financière d'une unité de recherche	159
S. Lemaître-Pottier, V. Raoult	Utilité et destination de nos ouvrages d'éphémérides	161
M. Gastineau, J. Laskar	Développement de TRIP, un manipulateur algébrique pour la mécanique céleste	165



SOLUTION PLANÉTAIRE ANALYTIQUE VSOP2000

X. Moisson, P. Bretagnon

Résumé

La construction d'expressions précises définissant les relations analytiques entre les systèmes de référence dans le cadre de la relativité générale nécessite une solution de grande précision du mouvement des corps du système solaire.

La solution planétaire analytique VSOP2000 détermine les perturbations planétaires par une méthode itérative à partir d'une solution développée au troisième ordre des masses. Cette solution est de 10 à 100 fois plus précise que les précédentes solutions analytiques, de l'ordre de quelques $10^{-4''}$ pour Mercure, Vénus et la Terre et de quelques $10^{-3''}$ pour les autres planètes sur l'intervalle (1900-2000).

A l'aide de cette solution, la relation entre le Temps Coordonnée Barycentrique (TCB) et le Temps Coordonnée Géocentrique (TCG) est calculée à une précision meilleure que 0.1 nanoseconde sur l'intervalle (1965-2015).

1. Introduction

Les solutions analytiques du mouvement de la Lune et des planètes ont été construites au Bureau des longitudes dans les années 1980. Le développement de nouvelles techniques d'observation (radar, VLBI, chronométrage des pulsars), la détermination de nouvelles valeurs des masses planétaires nécessitent la construction de nouvelles théories planétaires.

Récemment, une solution, VSOP2000, a été construite dans le cadre de la relativité générale à partir du travail de Brumberg (1991). A l'aide de cette solution, les relations de temps et d'espace ont été établies entre les coordonnées barycentriques et géocentriques afin de relier les systèmes de référence dynamique et cinématique.

2. Modèle de la solution VSOP2000

Nous avons construit une solution planétaire exprimée en Temps Coordonnée Barycentrique (TCB) dans le système de référence barycentrique en résolvant les équations d'Einstein, Infeld et Hoffman (1916). Les buts sont de connaître les relations entre les échelles de temps planétocentriques et barycentrique, de connaître les matrices de précession-nutation géodésique et les relations entre les angles d'Euler cinématiques et dynamiques et d'obtenir des modèles pour la rotation des corps dans le système de référence cinématiquement non tournant.

La théorie VSOP2000 est une solution analytique du mouvement des huit planètes construite par une méthode itérative à partir d'une solution développée au troisième ordre des masses. Les valeurs des masses sont celles données dans les IERS1992 (McCarthy, 1992). Les perturbations par les astéroïdes et par la Lune sont prises en compte ainsi que les perturbations du premier ordre par Pluton calculées par Simon (2000). La relativité est introduite par le problème de Schwarzschild et les termes les plus importants proportionnels à une masse planétaire divisée par c^2 sont déterminés par une méthode itérative.

Des premières valeurs des constantes d'intégration sont obtenues par ajustement à l'intégration numérique DE403 du JPL (Standish et al., 1995) et une détermination de ces constantes par comparaison aux observations est en cours.

La détermination des constantes d'intégration fixe l'écliptique moyen par rapport à l'équateur J2000

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\text{écliptique}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon & \sin \varepsilon \\ 0 & -\sin \varepsilon & \cos \varepsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\text{équateur}}$$

avec

$$\begin{aligned} \varepsilon_{VSOP2000} &= 23^\circ 26' 21.40878'' \pm 0.00002'' \\ \varphi_{VSOP2000} &= -0.05365'' \pm 0.00002'' \end{aligned}$$

Ces valeurs sont proches de celles de Standish et al (1995) :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{VSOP2000} &= 23^\circ 26' 21.40928'' \pm 0.00000'' \\ \varphi_{VSOP2000} &= -0.05294'' \pm 0.00001'' \end{aligned}$$

et de celles obtenues par Chapront et al (1999) à partir des mesures de distance données par le Laser Lune :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{VSOP2000} &= 23^\circ 26' 21.41066'' \pm 0.00008'' \\ \varphi_{VSOP2000} &= -0.05619'' \pm 0.00035'' \end{aligned}$$

Les solutions sont exprimées en coordonnées elliptiques et aussi en coordonnées rectangulaires rapportées au Soleil et au barycentre du système solaire. Les échelles de temps sont le Temps Dynamique Barycentrique (TDB) et le Temps Coordonnée Barycentrique (TCB).

3. Précision des solutions

Les nouvelles solutions améliorent les théories précédentes et il est intéressant de comparer la précision des différentes solutions. Nous donnons dans la table 1 les plus importantes différences entre VSOP82 (Bretagnon, 1982) et DE200 (Standish, 1982) sur un siècle (1900–2000). Les unités sont 10^{-10} ua pour le demi-grand axe a , 10^{-10} rad pour la longitude moyenne λ , 10^{-10} pour les variables k , h , q , p .

Table 1. Différences entre VSOP82 et DE200 sur un siècle.

Planète	a	λ	k	h	q	p
Mercure	3	29	22	24	7	9
Vénus	39	205	130	100	64	54
BTL	61	168	161	141	83	60
Mars	270	534	326	339	96	112
Jupiter	3 017	1 874	1 300	1 403	152	104
Saturne	12 836	4 468	3 345	2 647	145	203
Uranus	39 081	2 172	1 864	2 101	177	200
Neptune	253 770	8 143	7 210	3 670	132	212

La première étape de la construction de VSOP2000 est une solution au troisième ordre des masses nécessaire à la convergence de la méthode itérative. La table 2 donne une comparaison de cette solution au troisième ordre avec DE403.

Table 2. Différences entre la théorie au troisième ordre des masses et DE403 sur un siècle.

Planète	a	λ	k	h	q	p
astrométriques directes Mercure	0.8	17	16	16	2.6	2.7
Vénus	8	26	28	24	7.4	3.6
BTL	33	64	71	71	1.6	2.9
Mars	176	365	281	225	6.6	5.7
Jupiter	11 322	9 354	6 081	4 193	44	63
Saturne	113 176	26 927	11 817	16 166	118	184
Uranus	164 138	6 543	6 136	6 690	57	30
Neptune	138 175	3 450	5 003	4 701	19	23

La précision de cette solution est environ deux fois meilleure que celle de VSOP82 pour Mercure, Vénus, le barycentre Terre-Lune et Mars grâce à un plus grand nombre de termes conservés dans la nouvelle solution mais cinq fois moins bonne pour les grosses planètes en raison de l'absence des perturbations d'ordre 4 et plus.

La solution VSOP2000 est obtenue par une méthode itérative qui améliore considérablement la précision de la théorie limitée au troisième ordre, en particulier pour les grosses planètes, et, pour l'ensemble des planètes, la nouvelle solution est entre 10 et 100 fois plus précise que VSOP82. La définition du plan de l'écliptique, par exemple, est 20 fois plus précise. L'incertitude de la position héliocentrique de la Terre est inférieure à 300 mètres.

La table 3 donne les plus importantes différences entre VSOP2000 et DE403 sur un siècle (1900-2000).

Table 3. Différences entre la solution VSOP2000 et DE403 sur un siècle.

Planète	a	λ	k	h	q	p
Mercure	0.4	13	8	4	0.5	0.8
Vénus	0.7	14	10	3	1.1	1.5
BTL	1.4	20	3	22	3.4	4.2
Mars	9.0	140	12	30	2.6	7.2
Jupiter	61	23	15	16	5.0	4.3
Saturne	453	85	19	35	7.8	8.1
Uranus	1 576	72	66	57	38.2	11.0
Neptune	3 141	90	61	68	4.1	11.3

La différence pour la longitude moyenne de Mars (140×10^{-10} rad = $0.00289''$) est due au calcul des perturbations par les astéroïdes qui devront être améliorées, en particulier les perturbations par Vesta.

4. Représentation de la solution VSOP2000 en coordonnées rectangulaires

À partir des positions héliocentriques exprimées en coordonnées elliptiques, nous avons calculé les coordonnées rectangulaires des huit planètes, de Pluton et des cinq astéroïdes (Cérès, Pallas, Vesta, Iris et Bamberga) et, à l'aide des valeurs des masses planétaires des IERS1992 qui ont servi à construire les solutions, nous avons déterminé le vecteur (Barycentre du Système Solaire)–Soleil. La comparaison à DE403 montre des différences de l'ordre de 500 mètres sur (1900-2000). Ces différences viennent essentiellement des différences entre les masses planétaires utilisées dans VSOP2000 et dans DE403 particulièrement pour Saturne et Uranus. Si nous calculons le vecteur BSS–Soleil à l'aide des masses planétaires de DE403, les résidus deviennent inférieurs à 50 mètres. Notons que, même avec les masses des IERS1992, les différences sur la vitesse barycentrique du Soleil sont très petites : moins de 0.1 mm par seconde. Par comparaison, rappelons que le projet GAIA demande une précision de 15 mm par seconde.

Les solutions exprimées en coordonnées rectangulaires et rapportées au Soleil et au barycentre du système solaire sont nommées respectivement VSOP2000A et VSOP2000B.

5. Représentation de la solution VSOP2000 en Temps Coordonnée barycentrique

La solution elliptique VSOP2000 et les solutions rectangulaires VSOP2000A et VSOP2000B sont fonctions du Temps Dynamique Barycentrique (TDB). Nous avons transformé ces solutions afin de les représenter en Temps Coordonnée Barycentrique (TCB). La solution héliocentrique exprimée en TCB est VSOP2000C, la solution barycentrique est VSOP2000D.

6. Relations entre les Temps Coordonnées Planétocentriques (TCP) et TCG

À l'aide des solutions exprimées en TCB, nous avons calculé la relation entre le Temps Coordonnée Planétocentrique et TCB au second ordre de c^{-2} pour Mercure, Vénus, la Terre, Mars et la Lune.

Soient u le Temps Coordonnée Planétocentrique et t le TCB, nous avons alors la relation

$$\frac{du}{dt} = 1 + \left(\frac{1}{2} h_{00}^{(2)} - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right) + \left(-\frac{1}{8} \frac{v^4}{c^4} + \frac{3}{4} h_{00}^{(2)} \frac{v^2}{c^2} + \frac{1}{2} h_{00}^{(4)} - \frac{1}{8} (h_{00}^{(2)})^2 \right) + \left(h_{0i}^{(3)} \frac{v^i}{c} \right)$$

Dans le cas de la Terre, le terme $h_{0i}^{(3)} \frac{v^i}{c}$ donne une contribution à la partie constante de $\frac{du}{dt}$ inférieure à 10^{-20} et est négligeable. Le terme principal donne, dans la relation entre u and t , une partie séculaire de 1.48×10^{-8} . La contribution du terme du second ordre est de 1.1×10^{-16} .

La table 4 donne pour Mercure, Vénus, la Terre, Mars et la Lune la valeur du terme séculaire L_C (en unité de 10^{-8}) et l'amplitude du terme périodique le plus important (en microsecondes) de la différence TCP – TCB.

Table 4. Différences TCP – TCB. Terme séculaire et terme périodique principal.

Planète	$L_C \times 10^8$	Périodique (in μs)
Mercure	3.825 071 670 737	12 618.6
Vénus	2.047 125 775 777	571.1
Terre	1.480 826 866 695	1 656.7
Mars	0.971 938 145 820	11 419.4
Lune	1.482 536 214 509	1 656.7

Les termes périodiques de Mercure et de Mars ont de fortes amplitudes en raison des grandes excentricités de l'orbite de ces planètes. Pour la Terre, la relation entre TCG et TCB a été comparée à une intégration numérique par Irwin (2000). Sur 50 ans (1965-2015), les différences sont de l'ordre de 0.1 nanoseconde.

7. Précession-nutation géodésique

Nous avons calculé les expressions analytiques de la précession-nutation géodésique pour Mercure, Vénus, la Terre et Mars. Pour chaque planète P, la dérivée de la précession-nutation géodésique est donnée par

$$\dot{F}^i = \sum_{A \neq P} \frac{GM_A}{r_{PA}^3} \left[-\frac{3}{2} (v_P \times r_{PA})^i + 2 (v_A \times r_{PA})^i \right]$$

Pour la Terre, nous obtenons le terme séculaire bien connu, la précession géodésique de $1.92''$ par siècle et des termes périodiques dont le plus important a une amplitude de $153 \mu s$ et une période d'un an. Pour les quatre planètes, la précession-nutation géodésique est donnée pour les trois composantes dans la table 5.

Table 5. Précession-nutation géodésique : terme séculaire (en " par siècle) ; amplitude du plus important terme périodique (in μas).

	Mercure	Vénus	Terre	Mars
F^1 Précession ("/siècle)	1.96	0.25	0.01	0.02
F^2 Précession ("/siècle)	1.74	0.06	0.00	0.01
F^3 Précession ("/siècle)	21.33	4.30	1.92	0.68
F^1 Nutation (μas)	455.65	4.94	1.30	13.87
F^2 Nutation (μas)	405.53	1.17	1.30	11.82
F^3 Nutation (μas)	4 964.28	85.78	153.11	680.65

Dans le cas de la rotation de la Terre, à l'aide des quantités F^1 , F^2 , F^3 et à partir des angles d'Euler dynamiques ψ , ω , et φ , les angles d'Euler cinématiques ψ_K , ω_K , et φ_K sont obtenus par les relations suivantes calculées à l'aide des expressions de Brumberg (1996)

$$\begin{aligned}\psi - \psi_K &= 19\,198\,826.96 t - 34.28 \sin(\lambda_3) - 149.22 \cos(\lambda_3) + \dots \\ \omega - \omega_K &= 9.56 t - 1.30 \cos(\lambda_3 + D - F) + \dots \\ \varphi - \varphi_K &= -3.52 t + 3.28 \sin(\lambda_3 + D - F) + \dots\end{aligned}$$

L'unité est la microseconde de degré et le temps t est exprimé en milliers d'années juliennes.

8. Conclusion

Sur 1900–2000, la solution VSOP2000 améliore d'un ordre de grandeur la précision des précédentes solutions planétaires analytiques. Sa représentation en fonction de TCB permet de déterminer de manière rigoureuse les relations entre le temps barycentrique et le temps géocentrique ainsi que les expressions de la précession-nutation géodésique en accord avec les recommandations adoptées par l'UAI en 1991.

Bibliographie

- Bretagnon, P., 1982, *Astron. Astrophys.*, **114**, 278
 Brumberg, V. A., 1991, *Essential Relativistic Celestial Mechanics*, Adam Hilger
 Brumberg, V. A., 1996, *IAU Colloquium 165*, Poznan, 439
 Chapront, J., Chapront-Touzé, M., Francou, G., 1999, *Astron. Astrophys.*, **343**, 624
 Einstein, A., Infeld, L., Hoffman, B., 1916, *Annales de Mathématiques*, **39**, 65
 Irwin, A. W., 2000, *Communication privée*
 McCarthy, D. D., 1992, *IERS Standards (1992) IERS Technical Note 13*, Observatoire de Paris
 Simon, J.-L., 2000, *Communication privée*
 Standish, E. M., 1982, *Astron. Astrophys.*, **114**, 297
 Standish, E. M., Newhall, X X, Williams, J. G., Folkner, W. F., 1995, *JPLIOM*, **314**, 10



CALCULS DE MÉCANIQUE CÉLESTE AVEC MAPLE APPLIQUÉS AUX MOUVEMENTS DES PLANÈTES ET DES SATELLITES

L. Duriez

Les développements analytiques qu'il faut manipuler pour construire des théories du mouvement des planètes et des satellites sont extrêmement volumineux si l'on désire aller à des degrés élevés en excentricités et inclinaisons. De ce fait, il est généralement admis qu'il faut utiliser des manipulateurs de formules spécialisés aux séries de la mécanique céleste pour obtenir efficacement des résultats.

Cependant, avec la puissance actuelle des PC et la taille de leur mémoire, il devient envisageable d'utiliser des manipulateurs non spécialisés tels que MAPLE ou MATHEMATICA. Le travail présenté ici tente de montrer comment on peut utiliser MAPLE pour construire analytiquement le développement de fonctions perturbatrices de planètes ou de satellites à des degrés élevés en excentricités et inclinaisons. J'ai pour cela adapté à MAPLE la méthode de développement analytique "par inégalité" qui a permis de construire en FORTRAN une théorie générale planétaire des 4 grosses planètes (Duriez, 1979) ou des satellites de Jupiter (Duriez, 1982), ou de ceux d'Uranus (Laskar, 1986), ou ceux de Saturne (Duriez et Vienne, 1991). Le programme MAPLE proposé ici est bien documenté sur cette méthode, mais on trouvera des compléments d'explications dans les "Méthodes Modernes de la Mécanique Céleste" exposées à Goutelas en 1989.

On trouvera le résultat du présent travail sous forme de 2 fichiers compressés, accessibles dans le répertoire `/users/duriez/DevMC` :

Le premier, "`DevMC.mws.zip`", contient les fichiers "`*.mws`" (programmes MAPLE) permettant de construire les équations de Lagrange en variables elliptiques osculatrices classiques pour des problèmes de planètes ou de satellites. L'utilisation de ces fichiers nécessite la possibilité pour le lecteur d'exécuter MAPLE. Le fichier "`DevMC.mws`" est le programme principal MAPLE, tandis que les fichiers "`*.pr`" contiennent des procédures lues par le programme principal. Le fichier "`Annexe-DevMC.mws`" est en principe appelé par le programme principal, mais peut être exécuté aussi séparément. Le fichier "`DemoMC.mws`" contient les quelques instructions MAPLE qui ont été exposées oralement pour présenter MAPLE lors des Journées scientifiques. On donne enfin un exemple d'application : "`sysauton_pla.mws`" qui montre comment expliciter et résoudre le système de Laplace-Lagrange d'un problème planétaire.

Le second, "`DevMC.html.zip`", convient aux lecteurs ne disposant pas de MAPLE : Il contient une archive lisible (après décompression) par Netscape ou tout autre navigateur comprenant le langage HTML. Cette archive permet de visualiser le programme principal MAPLE cité ci-dessus, avec le résultat de son exécution, montrant ainsi les différentes possibilités de ce logiciel en mécanique céleste. Le point d'entrée de la navigation dans ces fichiers est "`DevMC.html`" pour le programme principal, et "`DemoMC.html`" pour le programme de démonstration qui a été présenté oralement lors des Journées scientifiques. Le point d'entrée "`Annexe-DevMC.html`" est associé au programme principal et appelé par lui (mais on peut

aussi l'ouvrir directement). On donne enfin un exemple d'application : "sysauton_pla.html" qui montre comment expliciter et résoudre le système de Laplace-Lagrange d'un problème planétaire.

Pour ceux qui préfèrent, ces 2 archives sont aussi données au format "*.tar.gz".

Ces programmes ne constituent pour l'instant qu'une démonstration de quelques manipulations. D'autres, comme des changements de variables pour passer en variables canoniques par exemple, seraient aisément réalisables avec MAPLE à partir des séries construites ici en variables elliptiques classiques. Par ailleurs, pour construire des développements relatifs à des systèmes particuliers (par exemple système autonome, ou système critique d'une configuration résonante), il suffit de créer une nouvelle application MAPLE où, par "copier-coller", on reprend dans le programme principal les initialisations utiles pour le développement des inégalités concernées que l'on particularise ensuite pour le système étudié. La résolution des équations de Lagrange ainsi construites est d'ailleurs possible également avec MAPLE (voir le fichier "sysauton_pla.html" par exemple) ...

Je suis évidemment intéressé par toute critique, remarque ou suggestion concernant ce travail avec MAPLE. N'hésitez pas pour cela à me contacter.

Références

- Duriez L., 1979, Théorie générale planétaire en variables elliptiques, *Thèse*, université de Lille 1
- Duriez L., 1982, Théorie générale planétaire étendue au cas de la résonance et application aux satellites galiléens de Jupiter, *Celest. Mech.*, **26**, 231-255
- Duriez L., 1989, Problème des 2 corps et Développement de la fonction perturbatrice, dans *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, D. Benest et C. Froeschlé Eds, Editions Frontières
- Duriez L., Vienne A., 1991, A general theory of motion for the eight major satellites of Saturn, *Astron. Astrophys.*, **243**, 263
- Laskar J., 1986, A general theory for the uranian satellites, *Astron. Astrophys.*, **166**, 349-358

DIFFUSION ET AGRÉGATION DES PARTICULES EN MILIEU TURBULENT CRÉÉES PAR DES TOURBILLONS

S. Boatto

La compréhension de la dynamique de structures tourbillonnaires cohérentes est un problème important en dynamique des fluides, spécialement depuis que les images satellitaires ont révélé la présence abondante de tourbillons de grande taille dans les océans terrestres et dans les atmosphères des planètes. Des exemples typiques sont la Grande Tache Rouge de Jupiter et les cyclônes dans notre atmosphère. Sur des grandes échelles, un grand nombre de ces phénomènes peut être considéré comme bi-dimensionnel. Dans les océans terrestres et dans les atmosphères planétaires la composante verticale de la vitesse est supprimée par la rotation planétaire et par la stratification verticale de la densité. Une approximation $2D$ est dans une large mesure compatible avec l'existence de telles structures tourbillonnaires de grande taille. En fait, dans les écoulements $2D$, la présence d'interactions non-linéaires favorise l'emménagement de l'énergie à grandes échelles, comme l'ont confirmé aussi des expériences de laboratoire sur des écoulements stratifiés (van Heijst et al. (1989), voir fig. 1) et des simulations numériques (McWilliams (1984)). Ces tourbillons de grande taille sont souvent très stables et faiblement dissipatifs. Aux grandes échelles, on peut négliger les effets moléculaires et traiter les écoulements $2D$ comme faiblement dissipatifs. Étant stables sur des temps relativement longs, de tels vortex jouent un rôle crucial dans le transport de matière et de chaleur, et, donc, la compréhension de leur formation et de leur dynamique est très importante (voir Dritschel et Legras (1993)). Le scénario est complètement différent du cas strictement $3D$, pour lequel on observe un transfert d'énergie cinétique des grandes échelles aux petites échelles, ce qui a pour conséquence une dissipation efficace même pour des viscosités assez petites.

1. Modèles bi-dimensionnels : les systèmes de tourbillons ponctuels

La raison pour combiner la phénoménologie des systèmes Hamiltoniens avec le transport des fluides est que cette dernière fournit un bon cadre théorique pour l'interprétation des visualisations expérimentales. La raison est que l'espace des phases du système Hamiltonien correspond à l'espace physique occupé par le fluide

$$\begin{aligned} q &\longleftrightarrow x \\ p &\longleftrightarrow y \end{aligned}$$

En effet, pour des écoulements incompressibles on a

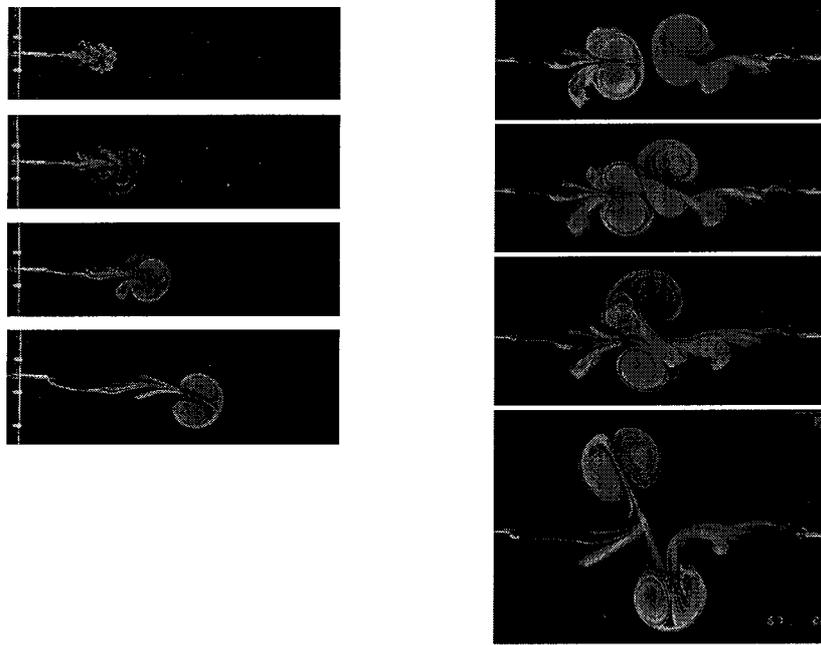


Fig. 1. Formation et collision de dipôles dans un fluide stratifié (G.J.F. van Heijst et J.B. Flór, “Dipole formation and collisions in a stratified fluid”, *Nature*, **340**, 212-215, 1989).

$$\begin{aligned}
 \vec{\nabla} \cdot \vec{v} &= 0 & (1) \\
 \downarrow \quad 2D \quad \vec{v} &= (\dot{x}, \dot{y}) \\
 \dot{x} &= \frac{\partial \Psi_P}{\partial y} \\
 \dot{y} &= -\frac{\partial \Psi_P}{\partial x}
 \end{aligned}$$

où $\Psi_P(x, y)$ est la fonction courant et joue le rôle d'un Hamiltonien.

Un tourbillon ponctuel est l'exemple le plus simple de structure cohérente. En effet, pour un tourbillon ponctuel, la vorticité peut être pensée comme concentrée dans des “sources ponctuelles”. Pour les astronomes, l'étude d'un système de vortex ponctuels présente de fortes ressemblances avec celle d'un système gravitationnel de masses identiques (voir Albouy (1997)) et, dans un tel contexte, on peut le voir comme un problème prototype pour l'étude des configurations centrales. De plus, dans les études de formation planétaire les tourbillons sont vus comme un mécanisme pour regrouper de petites particules solides dans de plus grandes accumulations de matière solide et favorisant donc la formation de proto-planètes (Dubrulle (1993), Barge et Sommeria (1995), Bracco, Chavanis, Provenzale et Spiegel (1998)).

Pour une particule dans le champ de vitesses d'un système tourbillonnaire, on peut facilement obtenir la fonction courant à partir de l'équation d'Euler (eq. (1)) et de sources ponctuelles de vorticité. En effet

$$\begin{aligned}
 \vec{\nabla} \times \vec{v} &= \sum_{\alpha=1}^N k_{\alpha} \delta(\vec{r} - \vec{r}_{\alpha}) & (2) \\
 \downarrow \quad \text{ q. (1) +  q. (2)} \\
 \nabla^2 \Psi_P &= \sum_{\alpha=1}^N k_{\alpha} \delta(\vec{r} - \vec{r}_{\alpha})
 \end{aligned}$$

De façon analogue, on peut obtenir la fonction courant qui décrit l'interaction entre les tourbillons eux-même, dans la forme de l'hamiltonien autonome (Kirchhoff, 1876)

$$\Psi_T = -\frac{1}{4\pi} \sum_{\alpha \neq \beta} k_\alpha k_\beta \ln \|\mathbf{r}_\alpha - \mathbf{r}_\beta\|, \quad \alpha, \beta = 1, \dots, N,$$

et les équations correspondantes du mouvement

$$\begin{aligned} \dot{X}_\alpha &= \frac{\partial \Psi_T}{\partial k_\alpha Y_\alpha}, & \alpha = 1, \dots, N, \\ k_\alpha \dot{Y}_\alpha &= -\frac{\partial \Psi_T}{\partial X_\alpha}, \end{aligned}$$

où $\mathbf{r}_\alpha = (X_\alpha, Y_\alpha)$ et k_α sont, respectivement, les coordonnées et la circulation du tourbillon α^{ime} . $(X_\alpha, k_\alpha Y_\alpha)$ forment une paire des variables canoniquement conjuguées.

En plus du Hamiltonien Ψ_T , un système de tourbillons ponctuels possède les intégrales premières suivantes

$$L = \sum_{\alpha=1}^N k_\alpha (X_\alpha^2 + Y_\alpha^2) \quad P_y = \sum_{\alpha=1}^N k_\alpha Y_\alpha \quad P_x = \sum_{\alpha=1}^N k_\alpha X_\alpha$$

qui expriment la conservation du moment cinétique et de la quantité du mouvement dans le plan. Parmi elles, il y a trois intégrales en involution, L , $P_x^2 + P_y^2$ et Ψ_T ,

$$[L, \Psi_T] = 0, \quad [L, P_x^2 + P_y^2] = 0 \quad \text{et} \quad [\Psi_T, P_x^2 + P_y^2] = 0.$$

Il est ensuite possible de réduire le système d'équations de $N \implies N - 2$ degrés de liberté (Aref et Pumphrey (1982)). Alors un système avec $N \leq 3$ est intégrable, alors que pour $N \geq 4$ des symétries additionnelles sont nécessaires pour assurer l'intégrabilité¹.

De plus si les tourbillons sont tous identiques, (*i.e.* s'ils ont tous la même circulation $k_\alpha = k$, $\alpha = 1..N$), le mouvement tourbillonnaire est confiné à une région finie de l'espace des phases, un disque de rayon R_v

$$L = k \sum_{\alpha=1}^N (X_\alpha^2 + Y_\alpha^2) \implies R_v \equiv \sqrt{\frac{L}{k}}.$$

Les tourbillons sont donc regroupés dans un amas et l'espace des phases est divisé en une région intérieure et une extérieure à l'amas.

1.1. Barrières au transport et diffusion d'une particule test dans un champ de vitesses tourbillonnaires

Nous avons étudié la dynamique des particules test dans les champs de vitesses de quatre tourbillons identiques ponctuels. Nous nous sommes particulièrement intéressés au changement des propriétés de mélange et de transport de la particule (l'existence de barrières au transport et le comportement diffusif) selon les trois différentes classes de mouvements tourbillonnaires : périodique, quasi-périodique et chaotique. D'après les lois de conservation, le mouvement tourbillonnaire est confiné à une région finie de l'espace, par conséquent l'espace peut être partagé en une région intérieure et une région extérieure.

Nous avons observé que lorsque le mouvement tourbillonnaire est *quasi-périodique*, l'espace des phases de la particule exhibe une barrière nette entre la région centrale chaotique, peuplée d'îlots, et la région extérieure où les trajectoires s'enroulent sur des tores. Mélange et diffusion sont possibles dans la région centrale qui présente dans ce cas une structure à lobes, avec plusieurs îlots en plus de ceux qui encerclent les vortex (voir fig. 2).

D'autre part, dans le cas d'un mouvement tourbillonnaire *chaotique*, la barrière "intérieure-extérieure" devient perméable. Une particule initialement dans la région centrale peut sortir et rester temporairement piégée dans une orbite annulaire et, ensuite, reculer par intermittence dans la mer chaotique. Dans ce

1. Ziglin a montré (1982) que le système d'équations pour quatre tourbillons identiques n'est pas intégrable, en ce sens qu'il n'y a pas d'autres intégrales premières dépendantes analytiquement des coordonnées et des circulations, et fonctionnellement indépendantes de L , H_v , P_x et P_y .

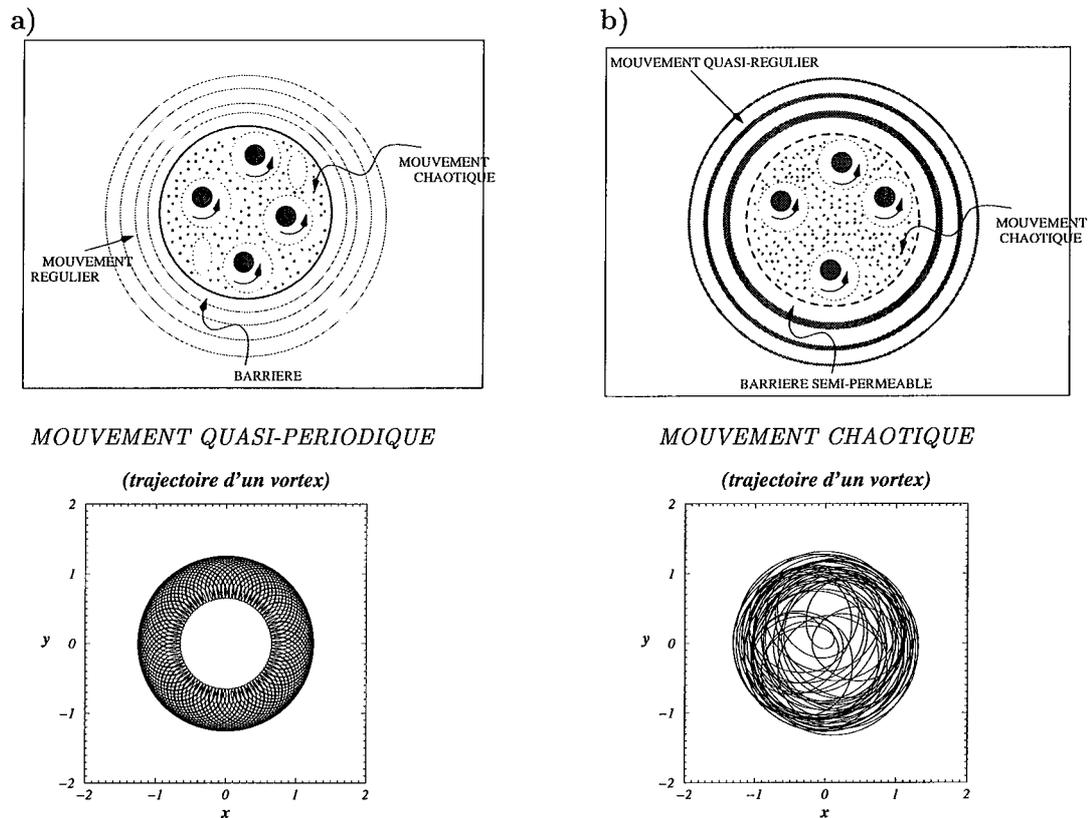


Fig. 2. Trajectoires de particules pour a) mouvement tourbillonnaire quasi-périodique, b) mouvement tourbillonnaire chaotique (Boatto, 1999).

cas, la région centrale est un disque plutôt homogène en dehors des îlots qui suivent les mouvements des vortex. Pour les particules dans la région extérieure, nous avons modélisé les équations du mouvement à l'aide d'un modèle stochastique qui prédit un comportement diffusif, avec un coefficient de diffusion de la forme $D \sim r^{-1/6}$ qui décroît fortement avec la distance radiale r au centre de vorticité (voir Boatto, 1996 ; Boatto et Pierrehumbert, 1999).

En général, on peut conclure que le traceur peut être piégé pendant des temps très longs dans des orbites annulaires. La *stabilité* de ces orbites extérieures dépend fortement du caractère régulier ou chaotique de la dynamique tourbillonnaire. Pour des dynamiques tourbillonnaires périodiques ou quasi-périodiques, les orbites extérieures sont *stables* (tores), tandis que pour des dynamiques tourbillonnaires chaotiques, les particules sont *temporairement* piégées dans des régions annulaires extérieures.

Cependant, pour des distances radiales supérieures à R_c ($r > R_c \gg R_v$), la longueur caractéristique asymptotique, la dynamique des particules semble être très similaire pour les trois classes de mouvements tourbillonnaires. Dans tous les cas, les particules sont piégées dans un disque qui suit les quatre vortex. Le système tourbillonnaire est un amas qui agit sur une particule lointaine comme un seul vortex. Nous pouvons anticiper que la dynamique des amas donne lieu à une dynamique de mélange très intéressante. Chaque amas transporte son propre nuage. Les particules diffuseront à l'extérieur de chaque région tourbillonnaire très lentement. Dans le champ des autres amas, chaque amas se comporte comme un vortex ponctuel.

Il est donc important de bien définir une notion d'amas tourbillonnaires *indépendants*. Nous considérons deux ou plus de deux amas comme indépendants s'il n'y a pas d'échange tourbillonnaire entre eux. Une telle notion est bien définie pour le sous-espace des configurations symétriques, pour lesquelles on observe l'existence d'une énergie de bifurcation, E_c (voir fig. 3). En effet pour les configurations tourbillonnaires avec une énergie $E > E_c$, nous avons démontré que le système tourbillonnaire est partagé en deux ou trois amas (selon la condition initiale) et il est donc équivalent à un système de deux ou trois tourbillons

effectifs (Boatto, 1999 ; Boatto & Laskar, 2001).

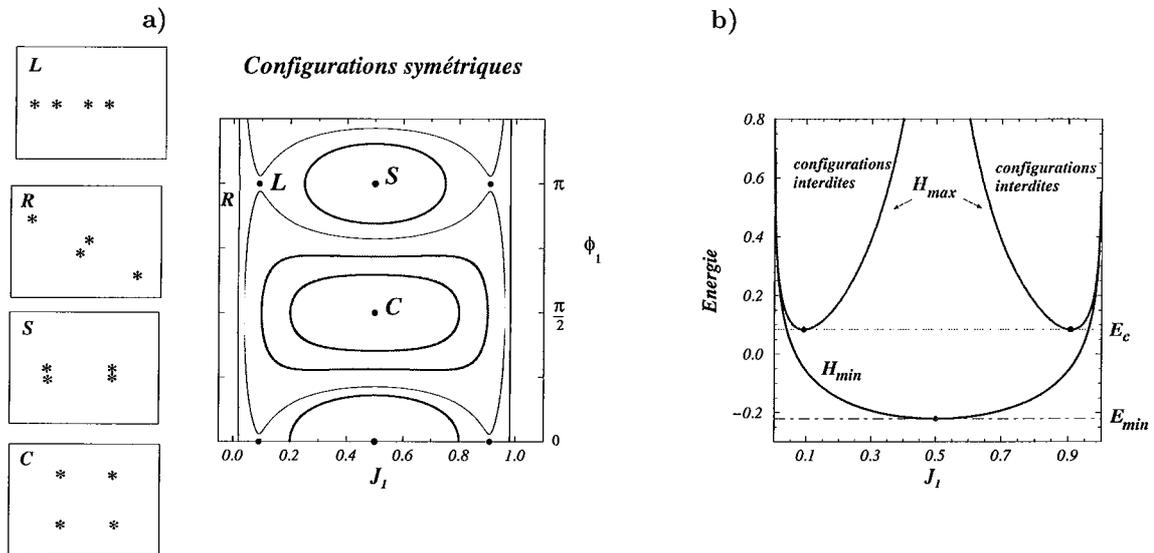


Fig. 3 (Boatto et Laskar, 2001).

2. Modèles d'eau peu profonde ("Shallow water") : les atmosphères des planètes extérieures

Un bref commentaire sur le travail très intéressant de Cho et Polvani (1996) sur les atmosphères de planètes extérieures : Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune. Cho et Polvani ont modélisé les atmosphères planétaires par des couches minces de fluide turbulent glissant au-dessus d'un intérieur lisse et sphérique.

En utilisant seulement les valeurs observées du rayon, la vitesse rotationnelle, la vitesse moyenne du vent, et l'épaisseur moyenne, comme paramètres du modèle, bandes et jets émergent spontanément des conditions initiales aléatoires. Le nombre, la largeur, et l'amplitude des jets, aussi bien que la dominance de tourbillons anticycloniques, sont en bon accord avec les observations pour les quatre planètes (Cho et Polvani, 1996).

Références

- Albouy, A., 1997, Recherches sur le problème des N corps, *Notes scientifiques et techniques du bureau des longitudes* S058
- Aref, H. and Pomphrey, N., 1982, Integrable and chaotic motions of four vortices. I. The case of identical vortices, *Proc. R. Soc. Lond.* **A 380**, 359-387
- Barge, A., Sommeria, J., 1995, Did planet formation begin inside persistent gaseous vortices? *Astron. Astrophys.*, **295**, L1
- Boatto, S., Pierrehumbert, R.T., 1999, Passive tracer dynamics in the velocity of four identical point vortices, *J. of Fluid Mech.*, **394**, 137-174
- Boatto, S., 1999, Formation des amas tourbillonnaires pour des systèmes des vortex ponctuels et dynamique de particules test, *Comptes rendus de l'école thématique du CNRS "Interrelations entre la physique et la dynamique des systèmes gravitationnels"*, Pralognan 25-29 janvier 1999, 85-90
- Boatto, S., Laskar, J., 2001, Point-vortex cluster formation : an energy bifurcation condition, *in preparation*

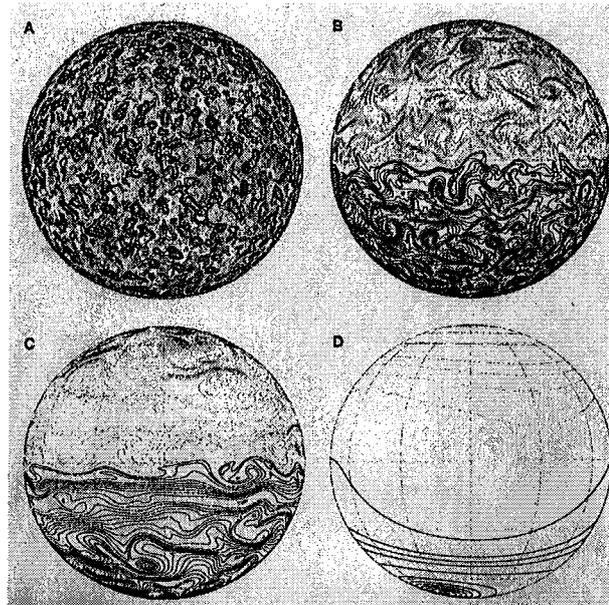


Fig. 4. (A) La vorticité initiale, $\zeta = \mathbf{k} \cdot \nabla \times \mathbf{v}$, utilisée dans les calculs numériques des quatre planètes. (B) La vorticité potentielle q après 20 rotations planétaires pour les paramètres de Jupiter. (C) La vorticité potentielle q après 240 rotations planétaires pour les paramètres de Jupiter. (D) La vorticité potentielle q après 240 rotations planétaires pour les paramètres de Neptune. (Cho et Polvani, 1996).

- Bracco, A., Chavanis, P.H., Provenzale, A., Spiegel, E., 1998 Particle aggregation in a turbulent Keplerian Flow, *Phys. of Fluids* **11**, 3465-3477
- Cho, J. Y-K. and Polvani, L. M. 1996, The Morphogenesis of Bands and Zonal Winds in the Atmospheres on the Giant Outer Planets, *Sciences*, **273**, 335
- Dubrulle, B., 1993, Differential rotation as a source of angular momentum transfer in the solar nebula, *Icarus*, **106**, 59-76
- Kahnin, K.M., 1982, Quasi-periodic motion of vortex system, *Physica D*, **4**, no.2, 261-269
- Kirchhoff, G.R., 1876, Vorlesungen  ber mathematische, *Physik. Mechanik*, Leipzig, Teubner
- McWilliams, J.C., 1984, The emergence of isolated coherent vortices in turbulent flow, *J. Fluid Mech.*, **146**, 21-43
- van Heijst, G.J.F. and Fl r, J.B., 1989, Dipole formation and collisions in a stratified fluid, *Nature*, **340**, 212-215
- Ziglin, 1982, voir annexe de l'article de Khunin (1982)

LE CALCUL DES ÉCLIPSES DE SOLEIL À L'IMCCE

P. Rocher

1. Historique

Avant 1980, les calculs des éclipses de Soleil étaient faits à la main. Ce travail, très volumineux, était fait par deux personnes. Les cartes étaient dessinées par une dessinatrice professionnelle. La totalité des données relatives aux éclipses était publiée dans la *Connaissance des Temps* et une version allégée était publiée dans l'*Annuaire du Bureau des longitudes*. En 1978, avec la création de la nouvelle *Connaissance des Temps*, les renseignements relatifs aux éclipses ne furent plus publiés que dans l'*Annuaire du Bureau des longitudes*, toujours sous forme allégée.

Durant les années 1981-1985, j'ai entrepris l'informatisation des calculs des données publiées dans l'*Annuaire du Bureau des longitudes*. Une de mes premières tâches a été de programmer les calculs et le tracé des cartes des éclipses de Soleil. La réalisation des cartes était possible grâce aux fichiers de continents et de frontières fournis par l'IGN. Ces programmes étaient écrits en langage PL1 et les cartes étaient sorties sur des traceurs BENSON ou VERSATEC. L'ensemble des calculs était fait au centre de calcul du CIRCE.

Durant les années 1990 – 1998 suite à la disparition progressive des moyens de calcul distants, la totalité des programmes de calcul ont été transcrits pour fonctionner sur des PC. Les programmes ont été réécrits en langage Pascal (MS DOS), puis en langage Pascal Objet (Windows 3.1) et enfin en Delphi (Windows 95 et NT). De plus ils ont été grandement améliorés et intègrent des sorties sous différents formats (TEX, Texte ASCII et Postscript pour les cartes).

Enfin au cours des années 1998 – 1999 les programmes ont considérablement évolués. D'une part dans leur interactivité, grâce à l'utilisation de bases de données. De plus ils intègrent un canon d'éclipses de Soleil portant sur 6000 ans. Ils permettent également la création automatique des pages éclipses de notre serveur Web.

2. Les paramètres du calcul

2.1. Les paramètres dynamiques

Pour le calcul des positions de la Terre et de la Lune nous avons utilisé successivement les éphémérides suivantes : DE102, BDL82 et SLP98. Pour la Lune les dernières éphémérides prennent en compte les améliorations des valeurs de son accélération séculaire due aux marées et de son moyen mouvement

sidéral. Dans le calcul des positions de la Lune nous prenons également en compte une correction entre le centre de masse et le centre optique.

2.2. Les paramètres physiques

Les paramètres physiques sont les suivants : le rapport du rayon lunaire sur le rayon terrestre (k), la parallaxe horizontale du Soleil à une UA, le demi-diamètre du Soleil à une UA et l'aplatissement de la Terre.

2.3. L'évolution des paramètres physiques

Avant 1982, on utilisait deux valeurs de k dans les calculs : $k_1 = 0,2724880$ dans le cas général et $k_2 = 0,2722810$ uniquement pour le calcul du cône d'ombre des éclipses totales. Depuis 1982 l'UAI recommande l'utilisation d'une valeur unique de k ($0,2725076$). Le Jet Propulsion Laboratory continue d'utiliser deux valeurs distinctes de k : une valeur $k_1 = 0,2725076$ pour le calcul des éclipses partielles et le cône de pénombre et une valeur $k_2 = 0,2722810$ pour le calcul du cône d'ombre dans les éclipses totales et annulaires. Ces choix expliquent les écarts constatés entre les prévisions du JPL et les prévisions des autres organismes internationaux.

3. La méthode de calcul

Le calcul et la prédiction des éclipses de Soleil sont possibles depuis le milieu du deuxième siècle de notre ère et sont décrits par Claude Ptolémée dans l'Almageste. En 929, l'astronome arabe Al Battani met en évidence les variations des diamètres apparents de la Lune et du Soleil et en déduit la possibilité d'éclipse annulaire du Soleil. Le XVII^e siècle voit l'apparition des premières cartes d'éclipse de Soleil, elles sont dues à J.D. Cassini et à E. Halley. Enfin au XIX^e siècle, F. Bessel met au point une méthode de calcul utilisant une série d'éléments, qui portent son nom (éléments de Bessel). Ces éléments simplifient le calcul et rendent possibles le calcul des circonstances locales de l'éclipse par les utilisateurs d'éphémérides. Ces éléments sont les suivants :

- x, y, z : les coordonnées du centre de la Lune,
- d, H : la déclinaison et l'angle horaire de l'axe Oz,
- f_e et f_i : les demi-angles au sommet des cônes de pénombre et d'ombre,
- u_e et u_i : les rayons des sections circulaires des cônes par le plan fondamental.

Le calcul des éléments de Bessel à partir des éphémérides est relativement simple. Actuellement, on remplace les éléments de Bessel par les éphémérides Tchébychévisées des valeurs suivantes : l'ascension droite et la déclinaison apparentes de la Lune et du Soleil, les distances Terre-Lune, Terre-Soleil et Lune-Soleil. Le tout sur une période de trois jours recouvrant la date de l'éclipse. Néanmoins, on continue de fournir les éléments de Bessel pour le calcul manuel.

4. Caractéristiques du programme actuel

4.1. Caractéristiques techniques

- Système : Windows (95, 98, NT).
- Langage : Delphi 5.
- Système de Bases de données : Paradoxe.
- Nombre de lignes : 18794.
- Numéro de version : 4.1

4.2. Fonctionnalités

Ce programme permet :

- le calcul des circonstances générales,
- le calcul des courbes de visibilité (au sol et en altitude),
- le calcul des circonstances locales pour un lieu quelconque,
- la visualisation des circonstances locales sous forme d'animation,
- le calcul du canon d'éclipses de Soleil sur 6000 ans,
- le calcul des séries longues d'éclipses à partir du canon,
- le calcul de la visibilité des éclipses pour un lieu donné,
- la sorties des résultats aux formats ASCII, TEX et HTML.

Deux programmes auxiliaires permettent le tracé des cartes de visibilité. Ces programmes utilisent différentes bases de données pour les coordonnées des villes et le tracé des cartes. Les sources de ces bases de données sont les suivantes : *Pour les coordonnées des lieux* :

- le fichier villes du Minitel,
- un fichier IGN des communes de France,
- un fichier National Imagery and Mapping Agency's (NIMA) provenant du GEONet Names Server (The United States Board on Geographic Names).

Pour les fichiers pour le tracé des cartes :

- un fichier de l'IGN (1982).
- et le logiciel GMT (The Generic Mapping Tools) développé par Paul Wessel (School of Ocean and Earth Science and Technology, University of Hawaii at Manoa) et Walter H. F. Smith (Geoscience Laboratory, NOAA/OES12).

5. Caractéristique et résultats du canon d'éclipse de Soleil

5.1. Les paramètres dynamiques

- Théorie de la Lune : ELP2000 de Michèle Chapront-Touzé et J. Chapront.
- Théorie du barycentre Terre-Lune : VSOP82 de P. Bretagnon.
- Éphémérides sous forme de polynômes de Tchebycheff : SLP98 de G. Francou
- TT-TU : valeurs de R. Stephenson (1984) modifiées pour les adapter avec la théorie de la Lune.
- Théorie de la précession de Lieske (1977).
- Théorie de la nutation de Wahr (1981).
- Temps sidéral d'Aoki (1992)

5.2. Les paramètres physiques

- la parallaxe horizontale du Soleil à une unité astronomique = 8,794 148'',
- le demi-diamètre solaire = 15'59,63'',
- le rapport du rayon lunaire sur le rayon équatorial terrestre : $k = 0,272\,507\,6$,
- le rayon équatorial terrestre = 6 378 140 m,
- le carré de l'ellipticité de l'ellipsoïde terrestre = 0,006 694 38 ; $1/f = 1/298,257$: IERS (1992).

5.3. Les résultats du canon d'éclipses de Soleil de -2999 à 2999.

Le canon contient 14155 éclipses de Soleil qui se répartissent de la manière suivante : 9100 éclipses centrales dont 4651 éclipses annulaires, 3836 éclipses totales et 613 éclipses mixtes ; 4944 éclipses partielles ; 111 éclipses non centrales dont 83 éclipses non centrales annulaires et 28 éclipses non centrales totales.

6. Évolutions du programme

Le programme actuel utilise les éphémérides de la Lune et du Soleil sous la forme de représentation en séries de polynômes de Tchebycheff, il est donc limité dans le temps par les bornes de représentation des éphémérides (- 3000 +3000). L'introduction directe des séries des théories de la Lune et du Soleil dans le programme permettra de supprimer cette limite d'utilisation. Une nouvelle théorie de la Lune est en phase d'élaboration au DANOF. Lorsque cette théorie sera disponible, il conviendra de l'introduire dans le programme. Le programme actuel a pour gros défaut l'absence d'aide en ligne, cela limite son utilisation à un nombre restreint de personnes. Enfin, il sera bon d'inclure dans le programme le calcul des éclipses de Lune.

Références

La connaissance des temps pour l'année 1978, Bureau des longitudes, Masson, Paris

L'annuaire du Bureau des longitudes pour l'année 2000, IMCCE, Bureau des longitudes, Paris

Explanatory supplement to the astronomical almanac, 1992, P. K. Seidelmann, U.S. Naval Observatory, Washington, D.C.

Les éclipses de Soleil, L'éclipse totale du 11 août 1999, 1999, IMCCE Bureau des longitudes, EDP Sciences

PROBLÈMES LIÉS AUX ÉPHÉMÉRIDES DES SATELLITES NATURELS DES PLANÈTES

N. Emelianov, N. Baron

1. Introduction

Les théories et les programmes pour calculer des éphémérides des satellites naturels se développent dans plusieurs instituts du monde. Il existe trois principaux serveurs de calculs d'éphémérides :

- l'Institut Sternberg à Moscou,
- Jet Propulsion Laboratory, EU (JPL),
- l'Institut de Mécanique Céleste et de calculs des éphémérides, IMCCE.

La construction d'éphémérides permet de suivre et donc d'observer les satellites naturels et ainsi d'affiner encore les théories. Notre tâche consiste à construire des pages Web interactives pour des calculs d'éphémérides de tous les satellites naturels et de les mettre ainsi à la disposition des théoriciens. Nous sommes partis des principales théories développées dans le laboratoire. Notre but est d'ajouter à ces pages, toutes les théories reconnues ainsi que les nouvelles théories confirmées.

Plus de 60 satellites naturels sont découverts à nos jours. Il est raisonnable de les répartir en groupes selon les différentes forces perturbatrices qu'ils subissent ; ainsi pour tous les satellites d'un même groupe, on peut utiliser la même théorie et le même programme.

2. Répartition des satellites en groupes homogènes

La répartition des satellites en groupes et les programmes utilisés par les trois instituts sont référencés dans la table 1. Pour certains groupes de satellites, les programmes de calcul des éphémérides étaient déjà installés sur notre serveur depuis trois ans mais pour les autres, il fallait trouver les théories et créer les programmes. Les groupes sur lesquelles nous avons travaillé, sont marqués dans la table 1 par la flèche. Il fallait trouver dans des publications, les descriptions des théories et des valeurs des paramètres. Pour chaque groupe de satellites, les théories spéciales étaient publiées. Bien que la plupart des modèles du mouvement des satellites en question, soient des ellipses précessantes dans chaque travail, on utilise un système particulier de coordonnées et de paramètres. Pour le cas des satellites lagrangiens de Saturne et des satellites co-orbitaux de même planète les mouvements de satellites sont compliqués à cause des résonances et nous avons fait nos programmes d'après les formules assez volumineuses publiées dans les articles. Ainsi nous avons créé les programmes pour les 11 groupes de satellites qui sont marqués dans la table 1 par la flèche =>.

3. Vérifications de nos éphémérides par comparaison ou O-C

Après avoir construit les programmes d'éphémérides, il est raisonnable de vérifier nos résultats par comparaison avec une autre source d'information, en principe avec des observations grâce aux O-C.

- Pour les satellites lagrangiens et co-orbitaux de Saturne ainsi que pour les satellites lointains d'Uranus, nous avons les résultats des observations depuis le sol. Les différences entre la théorie et les observations sont de 0.5 seconde de degré à peu près en coordonnées sphériques apparentes, ce qui est en accord avec la précision des observations.
- Pour les autres satellites, nous n'avons pas d'observations. Pour la plupart, ils étaient observés par les moyens spatiaux et les observations de ce type ne sont pas disponibles. Une autre source indépendante d'information est le serveur des éphémérides du JPL. Nous avons effectué la comparaison de nos résultats avec ceux du JPL. L'accord est passable pour tous les satellites sauf les 3 satellites proches de Jupiter, les 3 satellites proches de Saturne et pour deux des trois satellites lagrangiens de Saturne. D'après les commentaires et références du serveur du JPL, il est clair que les éphémérides pour ces satellites sont fondées sur les théories qui sont publiés dans les documents internes du JPL et ne nous sont pas encore accessibles.
- En ce qui concerne le satellite Néréide, l'ellipse précessante que nous avons appliquée comme un modèle provisoire n'est pas satisfaisante à cause des perturbations du soleil et de Triton. C'est à nous de trouver des modèles plus exacts et plus récents pour les satellites dont les éphémérides ne sont pas encore satisfaisantes.

Dans la table 1, les théories et les programmes s'identifient par le nom des auteurs et l'année de publication.

4. Bilan des éphémérides des satellites naturels sur le serveur

Depuis 1997, de nouvelles pages de calcul des éphémérides en interactif sur le serveur ont été ouvertes grâce aux nombreuses recherches sur les observations et sur les calculs d'éphémérides.

- Les coordonnées absolues en ascension droite α et déclinaison, δ pour presque tous les satellites naturels, les gros, les lointains et les proches (N. Baron),
- Les coordonnées relatives planétocentriques des satellites proches ou lointains des planètes, soit en tangentielles (X, Y), en différentielles ($\Delta\alpha \cos\delta$, $\Delta\delta$) ou en équatoriales différentielles ($\Delta\alpha$, $\Delta\delta$) (N. Baron),
- Les éphémérides pour les observations physiques (J. Berthier et P. Descamps)
- Les coordonnées rectangulaires géométriques X, Y, Z planétocentriques pour les 5 principales planètes à partir d'EPROC (J. Berthier) et pour les satellites naturels de ces planètes, gros, lointains ou proches (N. Baron),
- Les phénomènes des satellites naturels (J.-E. Arlot et W. Thuillot),
- Les configurations graphiques (J.-E. Arlot, W. Thuillot, Ch. Ruatti).

5. Les coordonnées absolues

Cette page permet à l'utilisateur de calculer son éphéméride en donnant sa date de départ (AAAA MM JJ mm ss) avec un pas, lui-même donné en jours, heures et minutes, et le nombre de pas désirés n'excédant pas 400 ; L'échelle de temps, UTC, temps universel coordonné ou TT, temps terrestre proche du temps des éphémérides, est laissé au choix de l'utilisateur ainsi que l'unité des résultats qui peuvent sortir soit :

- en heures et décimales de temps pour α ou en degrés pour δ ,
- en heures, minutes, secondes et décimales de secondes pour α ou en degrés, minutes, secondes et décimales de secondes de degrés pour δ
- en unités astronomiques, UA,
- en kilomètres, km.

Table 1. Les théories et les logiciels pour les éphémérides.

Planètes Satellites	NSS (N.Emelianov) Institut Sternberg	IMCCE	JPL
Mars			
<i>Phobos, Deimos</i>	- - -	ESAPHO,ESA DEI,A	Jacobson 1989,A
Jupiter			
<i>Galiléens(4)</i>	Lieske,1999(E-3,E-5)A	"Lieske-Arlot,G-5",A	Lieske,1999(E-5)A
<i>Lointains(8)</i>	- - -	"Rocher",N	JPL ID,N
<i>Amalthée</i>	- - -	- - -	JPL ID,A
<i>Proches(3)</i>	Synnott, 1984,A	=> Synnott,1984,A,?	=> JPL ID,A
Saturne			
<i>Principaux(8)</i>	"Harper et Taylor",A	"Dourneau",A	JPL ID,N
<i>Phœbé</i>	- - -	"Bec-Borsenberger" N	JPL ID,N
<i>Co-orbitaux(2)</i>	Nicholson, 1992,A	=> Nicholson,1992,A	Jacobson,1995,N
<i>Lagrangiens(3)</i>	"Oberti",A	=> "Oberti",A,?	Jacobson,1995,N
<i>Proches(3)</i>	Synnott, 1981,A	=> Synnott,1981,A,?	Jacobson,1995,N
<i>Pan (proche)</i>	Showalter, 1991,A	=> Showalter,1991,A	Jacobson,1995,A
Uranus			
<i>Principaux(5)</i>	GUST86,A	GUST86,A	GUST86,A
<i>Proches(10)</i>	Jacobson-1998,A	=> Jacobson-1998,A	JPL ID,A
<i>Lointains(2)</i>	IAUC-6869,6870,A	=> IAUC-6869,6870,A	(sans référence)
Neptune			
<i>Triton</i>	Jacobson, 1991,A	=> Jacobson,1991,A	Jacobson,1991,N
<i>Néréide</i>	Jacobson, 1991,A	=> Jacobson,1991,A,?	Jacobson,1991,N
<i>Proches(6)</i>	Owen, 1991,A	=> Owen,1991,A	Owen, 1991,A
Pluton			
<i>Charon</i>	Tholen, 1997,A	=> Tholen, 1997,A	Tholen, 1990,A

NSS - Natural Satellites Service

JPL ID - Jet Propulsion Laboratory Internal Document

A - Théorie Analytique, N - Intégration Numérique

=> - le logiciels mis à la disposition de l'IMCCE par N. Emelianov

? - désaccord avec les éphémérides du JPL

Cette page est surtout utilisée par les observateurs, avant une campagne d'observations, afin de déterminer la position dans le ciel de l'objet à observer et ainsi pointer le télescope dans la bonne direction.

Par ailleurs, cette page, non encore ouverte au public, possède une originalité qui ne se trouve pas sur les autres serveurs d'éphémérides et particulièrement au Jet Propulsion Laboratory (JPL) et qui est la possibilité de rentrer tout un fichier d'observations, avec des dates différentes, sans pas.

Le calcul se fait alors :

- pour chaque date donnée,
- sans pas,
- et permet d'obtenir outre l'éphéméride calculée,
- les O-C,
- les écarts-type en α et en δ ,
- et une représentation graphique des O-C, tout ceci grâce aux éphémérides observées données dans le fichier.

Cette possibilité a été mise au point dans le cadre d'un stage EPF avec Dorothée Laboulle que nous avons guidée, pour des recherches particulières sur Phœbé (S-9) et va être étendu à tous les satellites.

Cette page donne le choix de calcul des éphémérides pour les satellites naturels suivants :

- **pour Mars**
 - Phobos (M-1) et Déimos (M-2),
- **pour Jupiter**
 - Io (J-1), Europe (J-2), Ganymède (J-3), Callisto (J-4), les satellites galiléens,
 - Amalthée (J-5), le satellite proche, *en construction*,
 - Himalia (J-6), Elara (J-7), Pasiphaé (J-8), Sinopé (J-9), Lysithéa (J-10), Carmé (J-11), Ananké (J-12), Léda (J-13) ; ce sont les satellites lointains de Jupiter ;
- **Saturne**
 - Mimas (S-1), Encélade (S-2), Thétys (S-3), Dioné (S-4), Rhéa (S-5), Titan (S-6), Hypérion (S-7), Japet (S-8), les gros satellites de Saturne,
 - Phœbé (S-9), satellite faible,
 - Janus (S-10), Épiméthée (S-11), les petits satellites proches,
 - Hélène (S-12), Télésto (S-13), Calypso (S-14), les satellites lagrangiens ;
- **Uranus**
 - Ariel (U-1), Umbriel (U-2), Titania (U-3), Obéron (U-4), Miranda (U-5), les gros satellites d'Uranus,
 - Cordélia (U-6), Ophélie (U-7), Bianca (U-8), Cressida (U-9), Desdémone (U-10), Juliette (U-11), Portia (U-12), Rosalinde (U-13), Bélinda (U-14), Puck (U-15), les satellites proches,
 - Caliban (U-16), Sycorax (U-17), les satellites lointains ;
- **Neptune**
 - Néréide (N-1), Triton (N-2), les gros satellites, *en construction*,
 - Naïade (N-3), Thalassa (N-4), Despina (N-5), Galatée (N-6), Larissa (N-7), Protée (N-8), les satellites proches.

6. Les coordonnées relatives planétocentriques

Tous les satellites naturels, hormis Phœbé, inventoriés dans les coordonnées absolues, sont aussi calculés dans cette page. mais cette page, donnent d'autres possibilités selon que l'on demande soit :

- des coordonnées tangentielles (X, Y),
- des coordonnées différentielles ($\Delta\alpha\cos\delta, \Delta\delta$),
- des coordonnées équatoriales différentielles ($\Delta\alpha, \Delta\delta$).

les repères peuvent aussi être choisis :

- l'équateur B1950,
- l'équateur moyen de la date,
- l'équateur vrai de la date,
- l'équateur J2000.

ainsi que les données à calculer, selon :

- les coordonnées par rapport à la planète en X, Y ou en $\Delta\alpha\cos\delta, \Delta\delta$ ou encore en $\Delta\alpha, \Delta\delta$ donnés par les choix proposés ci-dessus, et les distances à la planète ,
- les coordonnées par rapport à la planète avec :
 - le choix d'un lieu en France ou à l'étranger.
 - les vitesses apparentes des satellites et les distances apparentes à la planète,
 - la longitude synodique héliocentrique et géocentrique et la latitude, dans l'orbite,
 - les coordonnées locales, azimut et hauteur sur l'horizon, de la planète et du Soleil,
 - la réfraction différentielle ;
- la distance mutuelle et l'angle de position pour chaque paire de satellites.

Comme dans le calcul des coordonnées absolues, l'on choisit l'échelle de temps en UTC ou TT, la date et le pas de calcul.

7. Les coordonnées rectangulaires géométriques

Ces éphémérides en positions et vitesses sont calculées pour tous les satellites cités dans le paragraphe précédent sur les coordonnées absolues mais donnent aussi ces mêmes valeurs pour les planètes Mars, Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune en utilisant le logiciel EPROC (en lançant EPHEMM depuis le CGI).

Amalthée (J-5) n'est pas encore traité, et les vitesses ne sont pas calculées pour les satellites lointains de Jupiter ainsi que pour les huit gros satellites de Saturne. Pour les satellites d'Uranus, les résultats sont donnés mais signalés en construction car ils sont en cours de vérification.

Comme pour les autres pages d'éphémérides, des choix sont offerts :

- l'échelle de temps, UTC ou TT,
- l'unité des résultats, l'unité astronomique, UA ou le kilomètre, km,
- la date de calcul en AAAA MM JJ hh mm ss,
- le pas en heures + minutes + secondes.

8. Conclusion

Ces pages d'éphémérides demandent un gros travail de mise au point des divers programmes d'éphémérides de l'IMCCE et aussi d'interfaçage par HTML et en Perl afin de passer les divers paramètres de choix proposés dans ces pages, au programme en Fortran. Beaucoup de projets restent encore à réaliser dans un futur que nous espérons proche :

- dans toutes les pages, le choix de la théorie planétaire,
- dans toutes les pages, intégrer les éphémérides des satellites manquants, comme Amalthée par exemple,
- dans la page des coordonnées absolues, étendre à tous les satellites, la possibilité ouverte pour Phœbé de rentrer un fichier d'observations afin de pouvoir calculer de suite la différence des positions Observées et des positions Calculées par les différentes théories des satellites en notre possession et le graphique correspondant,
- garder la possibilité dans ces pages de coordonnées absolues de calculer son éphéméride avec une date de départ et un pas,
- ouvrir grâce à Claude Le Guyader et à sa nouvelle théorie pour les satellites de Neptune, les éphémérides des satellites manquants,
- et continuer à doubler toutes ces pages en anglais, fait encore trop rare sur notre serveur.

Et un souhait pour ce travail, que notre collaboration avec Nicolai Emelianov, reste aussi fructueuse car une grande partie de ce travail se fait grâce à son aide, ses recherches sur de nouvelles théories et son soin pour les vérifications de tous les résultats de ces pages d'éphémérides.



LA BASE DE DONNÉES "SATELLITES NATURELS" ET LES OBSERVATIONS RÉALISÉES DANS LES PAYS DE L'EX URSS

N. Emelianov

1. Introduction

D'après les publications recouvrant ce sujet et avec notre expérience, il est clair que la création d'une base de données des observations des satellites naturels, peut difficilement suivre quelque canon ou règles strictes. Les données proviennent des sources diverses et sont de formes différentes. Elles servent pour ajuster les théories du mouvement des satellites sur la réalité soit les observations. C'est pourquoi dans certains sites scientifiques, on crée les bases de données sous la forme de fichiers dans lesquels les valeurs sont enregistrées selon un format fixé par le logiciel qui les prend en charge. Le nombre de formats différents de données, est égal au nombre de logiciels créés pour ajuster les théories sur les observations. Une base de cette sorte, par exemple, est représentée par le catalogue des observations des satellites de Saturne composé par Strugnell et Taylor(1990). Une fois qu'une base (comme "Strugnell et Taylor") est créée, elle perd déjà certaines informations qui peuvent être nécessaires dans des autres bases de données et pour d'autres logiciels. Il est difficile d'élaborer un format universel pour la base de données des observations des satellites naturels car les méthodes d'observation se développent et par la suite de nouveaux paramètres surgissent. En raison de ces arguments, nous ne pouvons pas éviter de création d'une base intermédiaire de données (dit brutes) qui les contient, dans la forme sous laquelle les données étaient publiées ainsi que toutes les informations dont elles étaient agrémentées.

2. Recherche des observations

Le développement d'une telle base de données brutes d'observations de satellites naturels était le but que nous nous étions fixé l'an dernier.

Ce travail commence toujours par la recherche d'observations. On cherche les "indices" d'observations d'après les résumés des articles trouvés dans la bibliographie. ADS Abstract Service est toujours à notre disposition. Puis une nouvelle recherche d'observations dans les journaux disponibles. Pour les journaux russes, il faut parcourir tous les articles pour les raisons suivantes ; d'une part les observateurs dans les pays de l'ex-URSS poursuivent toujours l'observation photographique ou l'observation CCD. D'autre part ils publient leurs résultats dans des journaux peu diffusés. Il est alors impératif de contacter les observateurs pour les encourager à publier leurs résultats à demi traités et à recevoir les données directement sous la forme de fichiers. La pratique des publications électroniques de toutes sortes apporte un bénéfice immédiat. Par contre, on trouve parfois des observations inconnues dans des volumes anciens ce qui

apporte une nouvelle richesse à notre base mais aussi un travail fastidieux de frappe et de vérifications... De toute façon on ne peut pas éviter le stade des corrections des fautes visibles même dans les fichiers des publications électroniques. Soit un point nécessaire est omis soit une partie de ligne est déplacée. Dans les fichiers d'observations, les observateurs détachent le signe arithmétique des valeurs numériques. Cela doit être corrigé en vue des traitements suivants.

La possession des fichiers de données d'observations ne termine pas encore les préparations des données brutes. Une fois que nous avons les programmes de calculs des éphémérides, on compare les données et les résultats de l'éphéméride pour obtenir les "O-C". Avec ce critère de sélection nous pouvons analyser les données en éliminant les observations qui sont fausses suite à un malentendu quelconque. A ce stade on arrive parfois à corriger des fautes évidentes.

Les données d'observations sont inutilisables s'il nous manque une information nécessaire. Notre travail consiste encore à munir les données des mêmes descriptions de paramètres. Dans la liste des informations ou paramètres, on comprend l'échelle de temps, le type des coordonnées, le type de repère etc. Les résultats arrivent souvent sans ces quelques informations nécessaires. Dans ce cas on rétablit les données soit par les contacts avec l'observateur soit par une recherche d'informations dans les autres articles du même auteur.

Les données se regroupent alors en "portions" définies par leur provenance et leurs descriptions communes. Nous donnons les données brutes pour chaque portion sous la forme de deux fichiers : fichier-tableau (les données) et fichier-information (description). Pour simplifier les traitements suivants, le fichier-tableau ne contient que des lignes identiques aux résultats d'observation soit une ligne pour une position de satellite. Le fichier-information contient l'information commune pour toute la portion sous la forme d'un texte en anglais ou en français. Nous essayons d'appliquer quelques règles simples syntaxiques au texte du fichier-information pour simplifier des recherches automatiques avec un moteur de recherche. D'autres consignes supplémentaires sont à appliquer : on ne met dans la base de données que les observations publiées et documentées et devons avoir les photocopies des articles pour toutes les données se trouvant dans la base de l'IMCCE.

À l'évidence, certains centres scientifiques créent depuis longtemps des logiciels pour ajuster les théories des satellites principaux des planètes sur les observations. Il est clair alors que toutes les observations de certains groupes de satellites sont déjà rassemblées sous une forme de fichier avec un format fixé. Rien ne sert alors de composer à nouveau une base de données brutes pour de tels groupes de satellites depuis les articles publiés. Nous prenons ces fichiers en tant que nouvelle portion de la base de données et ajoutons les informations supplémentaires pour rendre la base plus complète. Dans ce cas notre travail consiste dans les recherches des observations qui ne sont pas dans la base principale. Nous arrivons parfois à la découverte des données anciennes. Les observations nouvelles surgissent en grandes quantités avec les récepteurs modernes. Toutes ces recherches et manipulations diverses donnent un travail important pour créer cette base de données brutes.

L'année dernière nos efforts ont porté essentiellement sur la base de données de huit satellites principaux de Saturne. Nous avons commencé à partir de la base de données "Strugnell & Taylor". Cette base contient 26 424 observations faites de 1884 à 1989 depuis 28 observatoires du monde. C'est équivalent à 17 229 positions de satellites car certaines observations donnent une coordonnée relative. Les recherches des observations nouvelles nous ont apporté tout de suite des positions nouvelles de ces huit satellites. 3065 nouvelles observations faites par des observateurs russes dont les données concernent 570 positions, ont été saisies. Parmi ces observations, 494 observations photographiques étaient faites par S. Kostinsky à Pulkovo et publiées en 1925. Les données pour 3533 positions ont été rapatriées depuis des publications électroniques. 2708 nouvelles observations étaient reçues sous forme de fichier d'observateurs : M. Rapaport (Bordeaux, 136 positions), G. Vass (Bucarest, 2536 positions, CCD). Les données pour 36 observations ont été saisies depuis des articles anciens. En somme nous avons créé une nouvelle base de données brutes contenant 9306 positions des satellites principaux de Saturne. Les auteurs de 2720 positions obtenues avec CCD à l'observatoire La Palma estiment, pour ces données, une précision de 0.8 - 1.0 seconde de degré. Pour les observations restantes, les "O-C" ont été recalculés avec notre programme d'éphémérides. La plupart de ces observations donnent le r.m.s. des "O-C" de 0.2 à 0.4 seconde de degré. Il est curieux que les observations photographiques faites par S. Kostinsky en 1908 - 1922 aient la même précision que les observations de la période 1991 - 1998.

Le contenu de notre base de données est expliqué dans la table 1.

Table 1. Les observations non incluses dans le catalogue de Strugnell & Taylor (N - quantité des positions, P - photographique, A - absolue, Rp - relative par rapport à la planète, Rs - relative par rapport à un satellite, M - méridienne, Prec. - précision des observations, LNA - Laboratorio Nacional de Astrofisica).

An de publ.	Auteurs	Observatoire	Période des observat.	Type des observat.	N	Prec. "
1907	Barnard E.E.	Yerkes	1906	P, A	5	
1925	Kostinsky S.	Pulkovo	1908 – 1922	P, RP	494	0.29
1978	Walker R.L.	Flagstaf	1977	P, A	2	0.42
1979	Debehogne H.	Belgique	1977	P, A	29	1.21
1986	Kitkin V.N.	Kasan	1982	P, A	41	1.12
1988	Voronenko V.	Nikolaev	1983 – 1985	P, A	92	0.65
1989	Kisseleva T.P.	Pulkovo	1973 – 1974	P, A	14	0.61
1991	Voronenko V.	Nikolaev	1986	P, A	21	1.46
1991	Izhakevich E.	Nikolaev	1980	P, A	312	0.48
1991	Tolbin S.	Pulkovo	1973 – 1984	P, A	745	0.29
1991	Tolbin S.	Pulkovo	1975 – 1981	P, A	473	0.25
			1976 – 1982	P, Rp	540	0.27
1996	Kisseleva T.P.	Pulkovo	1994 – 1995	P, Rp	128	0.46
			1994 – 1995	P, Rs	109	0.21
			1995 – 1996	CCD,Rp	36	0.32
1997	Vass G.	Buchares	1995	CCD,Rs	2536	0.34
1997	Harper D.	La Palma	1990 – 1994	CCD,Rs	1206	0.08
1998	Rapaport M.	Bordeaux	1985 – 1993	M	136	
1998	Kisseleva T.P.	Pulkovo	1996	P, RP	37	0.58
			1996	P, RS	23	0.20
1999	Veiga C.H.	LNA	1982 – 1988	P, Rs	813	0.52
1999	Harper D.	La Palma	1995 – 1997	CCD,Rs	1514	0.10

Nos collègues nous ont déjà signalé l'existence de nouvelles données non incluses encore dans notre base de donnée. Nous envisageons donc le même travail pour ces autres observations de satellites naturels et toutes celles à venir.



ÉPHÉMÉRIDES DES SATELLITES DE NEPTUNE

Cl. Le Guyader, J. Berthier

1. Introduction

On connaît actuellement huit satellites dans le système de Neptune. Parmi ceux-ci Triton a été observé par Lassell en 1846, puis Néréide par Kuiper en 1949. Récemment Protée découvert par la sonde Voyager 2 en 1989, a pu lui aussi être observé depuis la Terre par Colas et Buil en 1992.

Quelques unes des valeurs numériques de leurs éléments elliptiques les plus caractéristiques, à la date du 3 juin 1989, sont données dans la table 1.

Table 1. Éléments des satellites de Neptune (Jacobson 3 juin 1989 0h TT, équateur J2000).

satellite	demi-grand axe (UA)	moyen mouvement (degré /jour)	excentricité	inclinaison (degré)
Triton	0.00237	61.254	0.000015	110.442
Néréide	0.0369	0.997	0.754	27.504
Protée	0.000786	320.613	0.000577	47.555

On voit que Néréide est très excentrique et que Triton et Protée très proches de leur planète, tournent rapidement autour de celle-ci.

2. Équations différentielles du mouvement

Les équations différentielles du mouvement qui tiennent aussi compte de l'aplatissement de la planète, sont données par :

$$\ddot{\mathbf{r}}_i = -K^2(m_0 + m_i) \frac{\mathbf{r}_i}{r_i^3} + \sum_j K^2 m_j \left[\frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i}{\Delta_{ij}^3} - \frac{\mathbf{r}_j}{r_j^3} \right] + \frac{\partial R_i}{\partial \mathbf{r}_i},$$

$$R_i = -(K^2 m_0) \sum_{k=2}^{\infty} J_k R_e^k \frac{P_k(\sin \theta_i)}{r_i^{k+1}},$$

$$\sin \theta_i = \cos \alpha \cos \delta \frac{x_i}{r_i} + \sin \alpha \cos \delta \frac{y_i}{r_i} + \sin \delta \frac{z_i}{r_i}.$$

D'où les dérivées partielles des R_i par rapport aux coordonnées :

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_i}{\partial \mathbf{r}_i} &= K^2 m_0 J_2 R_e^2 \left[\left(\frac{15}{2} \sin^2 \theta_i - \frac{3}{2} \right) \frac{\mathbf{r}_i}{r_i^5} - (3 \sin \theta_i \cos \alpha \cos \delta) \frac{1}{r_i^4} \right], \\ &+ K^2 m_0 J_4 R_e^4 \left[\left(\frac{315}{8} \sin^4 \theta_i - \frac{210}{8} \sin^2 \theta_i + \frac{15}{8} \right) \frac{\mathbf{r}_i}{r_i^7} - \left(\frac{35}{2} \sin^3 \theta_i - \frac{30}{4} \sin \theta_i \right) \frac{\cos \alpha \cos \delta}{r_i^6} \right], \end{aligned}$$

dans lesquelles,

K^2 est le carré de la constante de Gauss,

\mathbf{r}_i et m_i sont le vecteur position et la masse du satellite i ,

\mathbf{r}_j et m_j sont le vecteur position et la masse du corps perturbateur j ,

R_i est la fonction perturbatrice due à l'aplatissement,

θ_i est la latitude du corps i / plan équatorial J2000 de Neptune,

R_e est le rayon équatorial de la planète,

J_2 et J_4 sont des coefficients d'aplatissement de Neptune,

α et δ sont les coordonnées équatoriales du pôle de Neptune par rapport à l'équateur J2000.

On remarquera que les dénominateurs variables de ces fonctions sont des puissances des distances des satellites au centre de Neptune.

3. Intégrateur

Partant d'une fonction de la forme $F_U = \frac{U(t)}{r^\lambda(t)} = g_\lambda(t) \cdot U(t)$ où λ est réel, on peut calculer par récurrence les dérivées successives de $g_\lambda(t)$ à l'aide de la relation : $r \dot{g}_\lambda = -\lambda g_\lambda \dot{r}$, puis celles de F_U par :

$$F_U^k = \sum_{j=0}^k C_k^j g_\lambda^j U^{(k-j)} \quad (\text{Leibnitz}).$$

On obtiendra pour finir les solutions $\mathbf{r}_i(t)$ développées en séries de Taylor :

$$\mathbf{r}_i(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{r}_i^k(t_0) \frac{(t-t_0)^k}{k!}.$$

Avec cet intégrateur et en utilisant un pas de 45' nous avons alors effectué une intégration aller-retour de ces satellites sur une durée totale de trois siècles. On peut voir dans la table 2 que les écarts (vus de la Terre), restent inférieurs à $0.2 \cdot 10^{-6}''$ tout au long de cet intervalle.

Table 2. Intégrations Aller - Retour 1 janvier 1950 - 1 janvier 2100
(300 ans, pas d'intégration : 1 jour/32 = 45').

satellite		double précision	quadruple précision
Triton	R	$8 \cdot 10^{-12}$ UA	$2 \cdot 10^{-27}$ UA
	V	$8 \cdot 10^{-12}$ UA/jour	$2 \cdot 10^{-27}$ UA/jour
Néréide	R	$2 \cdot 10^{-11}$ UA	$6 \cdot 10^{-29}$ UA
	V	$1 \cdot 10^{-12}$ UA/jour	$5 \cdot 10^{-30}$ UA/jour
Protée	R	$2 \cdot 10^{-11}$ UA	$1 \cdot 10^{-19}$ UA
	V	$1 \cdot 10^{-10}$ UA/jour	$7 \cdot 10^{-19}$ UA/jour

Ces résultats nous montrent donc la grande fiabilité de notre intégrateur (Le Guyader, 1993), même lorsqu'on utilise des pas d'intégration très petits.

4. Éphémérides de Triton-Néréide-Protée

Pour construire nos éphémérides nous avons effectué les calculs en quadruple précision, les résultats (en double précision) étaient enregistrés tous les 4 jours.

L'intervalle d'intégration était de deux siècles, entre 2100 et 1900, le pas d'intégration de 45' et les solutions obtenues étaient des séries de Taylor du 23^{ème} ordre par rapport au temps.

Nous avons ensuite construit une éphéméride de Triton seul entre 2100 et 1800 en prenant un pas de 0.25 jour, les mêmes séries, et des enregistrements tous les 15 jours.

Nous pouvons maintenant connaître les positions et vitesses de ces corps à un instant t quelconque, grâce à la méthode qui suit.

Positions et Vitesses des Satellites à un instant donné t

Disposant d'une éphéméride d'un corps, si on veut connaître les positions et vitesses de ce corps à un instant t , on utilise généralement une méthode d'interpolation.

Nous avons construit une méthode simple qui consiste d'abord à déterminer l'intervalle de la table qui contient cette date, puis à refaire une intégration à partir de l'extrémité la plus proche de cette date jusqu'à celle ci.

Pour nos trois satellites nous avons pu ainsi obtenir sur deux siècles, et avec toujours la précision de l'éphéméride, leurs positions et vitesses simultanées à une date quelconque t en moins de deux secondes. Les tables 3 et 4 donnent les résultats correspondant à Triton et Triton-Néréide-Protée, respectivement.

Table 3. Fichier Triton : 1 janvier 2100 - 1 janvier 1800 ;

Intervalle : 15 jours , 7306 Enregistrements ;

Date Recherchée : 1 janvier 1900 0h ; Intervalle contenant la date : 4870 ;

Temps de recherche de l'intervalle : 0.23 s ;

Temps d'intégration jusqu'à la date 2415020.5 : 0.16 s.

Positions de Triton	Vitesses de Triton
$-.1399650992040881 \cdot 10^{-2}$ UA	$.2021510617208814 \cdot 10^{-2}$ UA/jour
$.7500208104199858 \cdot 10^{-3}$ UA	$.9436034145694671 \cdot 10^{-3}$ UA/jour
$.1761291650243241 \cdot 10^{-2}$ UA	$.1204665128889377 \cdot 10^{-2}$ UA/jour

Table 4. Fichier Triton-Néréide-Protée : 1 janvier 2100 - 1 janvier 1900 ;

Intervalle : 4 jours, 18264 Enregistrements ; ;

Date Recherchée : 1 janvier 1900 0h ; Intervalle contenant la date : 18263 ;

Temps de recherche de l'intervalle : 1.40 s ;

Temps d'intégration jusqu'à la date 2415020.5 : 0.21 s.

Positions et Vitesses de Triton	Positions et Vitesses de Néréide	Positions et Vitesses de Protée
$-.1399650992040883 \cdot 10^{-2}$ UA	$.3185798131519874 \cdot 10^{-1}$ UA	$.7250938847730217 \cdot 10^{-3}$ UA
$.7500208104199875 \cdot 10^{-3}$ UA	$.2772617003323582 \cdot 10^{-1}$ UA	$.9742508737512687 \cdot 10^{-4}$ UA
$.1761291650243243 \cdot 10^{-2}$ UA	$.1621260249663068 \cdot 10^{-1}$ UA	$-.2889604539026878 \cdot 10^{-3}$ UA
$.2021510617208811 \cdot 10^{-2}$ UA/jour	$.2362521521953094 \cdot 10^{-4}$ UA/jour	$.6623588591627249 \cdot 10^{-3}$ UA/jour
$.9436034145694681 \cdot 10^{-3}$ UA/jour	$.4518545619196282 \cdot 10^{-3}$ UA/jour	$.3337916837089071 \cdot 10^{-2}$ UA/jour
$.1204665128889379 \cdot 10^{-2}$ UA/jour	$.2364449620875260 \cdot 10^{-3}$ UA/jour	$.2791852897735832 \cdot 10^{-2}$ UA/jour

Cette méthode encore perfectible, pourrait aussi nous permettre d'ouvrir une nouvelle rubrique du serveur d'éphémérides.

5. Variations temporelles de la latitude subsolaire de Triton

L'atmosphère d'azote (N₂) de Triton étant en équilibre solide/gaz avec tout ou partie de sa surface, recouverte de glace de N₂, la pression, la température et la circulation atmosphérique sont entièrement contrôlées par les saisons. Par exemple, lors de l'été austral (latitude subsolaire négative) la calotte sud tend à se sublimer tandis que la calotte nord tend à se condenser. Ainsi, la pression et la température sont la résultante de ces processus intégrés sur de longues périodes de temps (Forget et al., 1999). Depuis 1989 on observe une augmentation de la pression atmosphérique de Triton et par conséquent un réchauffement de son atmosphère. Or les modèles actuels prédisent le contraire ... C'est pourquoi des chercheurs du Laboratoire de Météorologie Dynamique (LMD, Paris, France) ont développé, dans le cadre d'un modèle général de circulation de l'atmosphère de Triton, un nouveau modèle du cycle saisonnier de l'azote (Forget et al., 2000). Pour ce faire, il nous ont demandé de calculer la latitude du point subsolaire de Triton sur une période de 3000 ans dans le but de déterminer les variations temporelles du flux solaire incident à sa surface.

Jusqu'à présent, la latitude du point subsolaire de Triton est déterminée à l'aide de l'ajustement trigonométrique d'Harris (1984) et Trafton (1984) sur une suggestion de Dobrovolskis. Les variations temporelles de la latitude subsolaire sont exprimées sous la forme d'une fonction du sinus, résultat de la superposition de 3 harmoniques d'amplitudes et de fréquences différentes ajustées sur les observations d'Harris (Trafton, 1984) :

$$\begin{aligned} \sin l(t) = & A \cos(\alpha_0 - \alpha_1 t) + \\ & B \sin(\alpha_0 - \beta_0 + (\beta_1 - \alpha_1) t) + \\ & C \sin(\alpha_0 + \beta_0 - (\alpha_1 + \beta_1) t) \end{aligned} \quad (3)$$

avec $A = 0.4636$, $B = 0.3495$ et $C = 0.0251$. Le premier harmonique, de phase à l'origine $\alpha_0 = 76^\circ.3117$, évolue à la fréquence $\alpha_1 = 0.0381$ rad/an, ce qui correspond à la période sidérale de Neptune (165 années terrestres). Le deuxième harmonique a pour phase à l'origine la quantité $(\alpha_0 - \beta_0)$, avec $\beta_0 = 18^\circ.503$, et pour fréquence la différence $(\beta_1 - \alpha_1)$ avec β_1 la fréquence relative à la précession de l'orbite de Triton autour du pôle de Neptune (période = 650 années terrestres) dont la valeur est estimée à $\beta_1 = 0.00986$ rad/an. La période de cet harmonique est de 221 années terrestres. Le troisième harmonique, d'amplitude faible par rapport aux autres, a pour phase à l'origine la quantité $(\alpha_0 + \beta_0)$ et pour fréquence $(\alpha_1 + \beta_1)$ ce qui correspond à une période de 131.5 années terrestres. Le temps t est exprimé en années terrestres.

Cette expression, établie au début des années 1980 et vérifiée quantitativement par Harris, n'a jamais été remise à jour, si bien que l'on peut être conduit à une interprétation erronée des dernières observations si les valeurs d'amplitudes et de fréquences ne s'avèrent plus réalistes. C'est pourquoi il nous a paru primordial de déterminer une nouvelle formulation des variations temporelles de la latitude subsolaire de Triton.

Pour cela, nous avons utilisé les définitions des systèmes de rotation des corps du système solaire préconisées par le *IAU/IAG/COSPAR working group on cartographic coordinates and rotationnal elements of the planets and satellites* (Davies et al., 1996) associées à une nouvelle solution dynamique du mouvement de Triton (Le Guyader, 1993) incluant les perturbations provoquées par l'aplatissement de Neptune (Peters, 1981), par le Soleil et les 8 autres planètes du système solaire. Ainsi, les variations temporelles de la latitude subsolaire de Triton sont entièrement calculées et non plus issues d'un ajustement trigonométrique. On trouvera une description du calcul de la latitude subsolaire dans Berthier(1998).

La figure 1 présente conjointement les variations temporelles de la latitude subsolaire de Triton que nous avons obtenues¹ (ligne pleine) sur l'intervalle de temps allant du 06/09/-807 au 01/01/2100 et celles obtenues à l'aide de l'expression précédente et des valeurs des phases à l'origine et des fréquences issues de Trafton (1984) (ligne pointillée). Les différences entre les 2 courbes sont présentées dans la figure 2. On remarque un large désaccord entre les deux courbes provenant pour l'essentiel d'un déphasage dans le temps. Pour proposer une formulation analytique des variations de la latitude subsolaire de Triton que

1. La théorie planétaire utilisée est DE406, le pas de calcul est de 15 jours. Les calculs ont été réalisés à l'aide de l'application ephemph du projet EPROC.

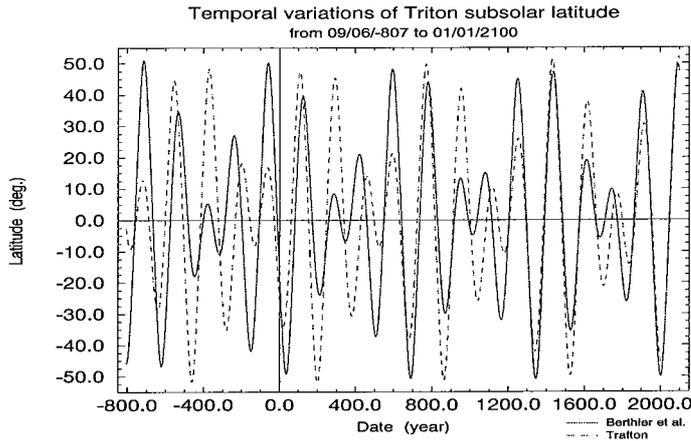


Fig. 1. Variations de la latitude subsolaire de Triton sur l'intervalle de temps allant du 06/09/-807 au 01/01/2100 : résultats que nous avons obtenus (ligne pleine) et ceux calculés à partir de l'expression de Trafton (ligne pointillée).

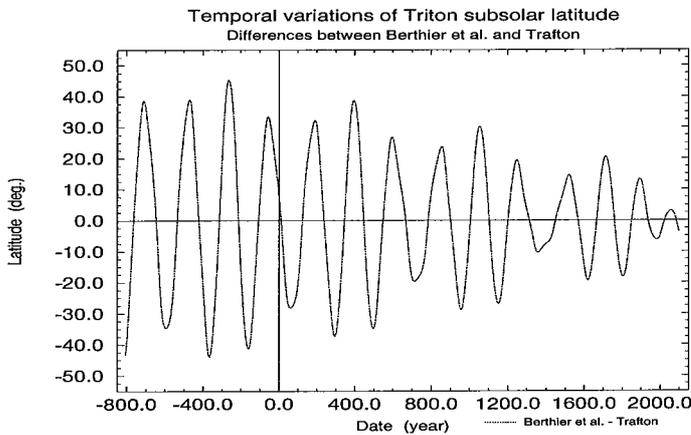


Fig. 2. Différences entre les variations de la latitude subsolaire de Triton que nous avons obtenues et celles calculées à partir de l'expression de Trafton.

nous avons calculé, nous avons ajusté les coefficients α_0 , β_0 , α_1 et β_1 ainsi que les 3 constantes A, B et C de l'expression de Trafton à l'aide de l'utilitaire `fit1s` du projet GLE 3.3 (Pugmire and Mundt, 1994). Les résultats trouvés sont présentés dans la table 5. La figure 3 présente les différences entre les variations calculées de la latitude subsolaire et celles issues de ce nouvel ajustement trigonométrique. Si une précision de ± 0.5 est suffisante alors l'expression de Trafton combinée aux coefficients que nous venons de calculer peut être utilisée pour calculer les variations temporelles de la latitude subsolaire. Néanmoins, il apparaît clairement, à la vue de la figure 3, que des résidus quasi-périodiques existent. L'analyse en fréquence Laskar (1999) de ces résidus met en évidence, principalement, 3 pics de fréquence (82.2, 93.4 et 683.4 années) d'amplitude de l'ordre de 0.1 , les autres ayant une amplitude 5 à 10 fois plus petite. Pour être plus précis, il nous reste maintenant à proposer une nouvelle formulation analytique, ce que nous ferons sur la base des résultats de l'analyse en fréquence.

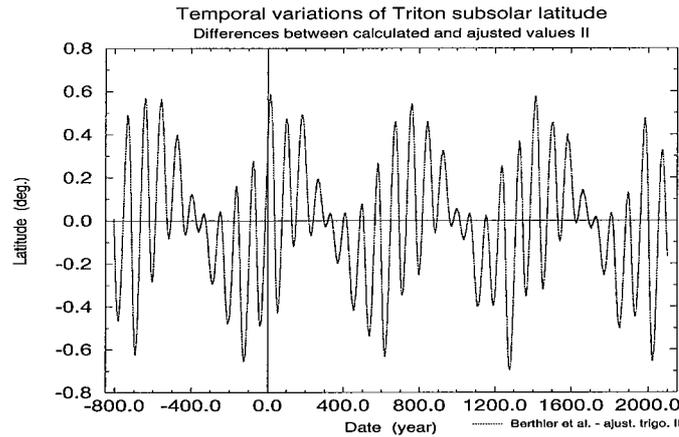


Fig. 3. Différences entre les variations de la latitude subsolaire de Triton calculées et issues du nouvel ajustement trigonométrique.

Table 5. Valeurs des coefficients de l'expression de Trafton ajustées sur les variations de la latitude subsolaire de Triton (35 itérations, variance = $1.9 \cdot 10^{-5}$, corrélation = 99.99%).

$$\begin{aligned}
 A &= 0.429870 & B &= 0.370543 & C &= 0.022509 \\
 \alpha_0 &= 241^\circ.52577 & \alpha_1 &= 0.038142 \text{ rad/an} \\
 \beta_0 &= -100^\circ.79473 & \beta_1 &= 0.009131 \text{ rad/an}
 \end{aligned}$$

Références

- Berthier, J., 1998, Serveur d'éphémérides du Bureau des longitudes. Définitions relatives aux éphémérides pour l'observation physique des corps du système solaire, *Notes Scientifiques et Techniques du Bureau des longitudes* **S061**
- Colas, F., Buil, C., 1992, *Astron. Astrophys.*, **262**, L13
- Davies, M.E., Abalakin, V.K., Bursa, M., Lieske, J.H., Morando, B., Morrison, D., Seidelmann, P.K., Sinclair, A.T., Yallop, B., Tjuffin, Y.S., 1996, Report of the IAU/IAG/COSPAR working group on cartographic coordinates and rotational elements of the planets and satellites : 1994, *Celest. Mech. Dyn. Astron.* **63**, 127
- Forget, F., Decamp, N., Berthier, J., Le Guyader, Cl., 2000, A new model for the seasonal evolution of Triton, *American Astronomical Society, DPS meeting*, **32**, 45.01
- Forget, F., Decamp, N., Hourdin, F., 1999, A 3D general circulation model of Triton's atmosphere and surface in *Pluto and Triton, comparisons and evolution over time*, Lowell Observatory's fourth annual workshop, Flagstaff, Arizona
- Harris, A.W., 1984, Physical characteristics of Neptune and Triton inferred from the orbital motion of Triton, paper presented to *I.A.U Colloquium 77*, July 5-9, 1983 at Cornell University
- Laskar, J., 1999, Introduction to frequency map analysis, in *NATO ASI Hamiltonian Systems with Three or More Degrees of Freedom*, C. Simò, Ed. Kluwer, Dordrecht
- Le Guyader, Cl., 1993, Solution of the N-body problem expanded into Taylor series of high orders. Applications to the solar system over large time range, *Astron. Astrophys.*, **272**, 687
- Peters, C.F., 1981, Numerical Integration of the Satellites of the Outer Planets, *Astron. Astrophys.*, **104**, 37
- Pugmire, C., Mundt, St.M., 1994, GLE 3.3, User Manual, *Technical report*, Department of scientific and industrial research Lower Lutt, New Zealand
- Trafton, L., 1984, Large seasonal variations in Triton's atmosphere, *Icarus*, **58**, 312

SUR UNE RÉSONANCE MYSTÉRIEUSE SIGNALÉE PAR M. HERMAN

K. Abdullah et A. Albouy

Introduction

L'histoire de la théorie de la Lune commence par une discordance fameuse : on observe que le périhélie de la Lune effectue une révolution complète en 9 ans, alors que la première approximation théorique de cette période est 18 ans. La discordance fut levée par Clairaut en 1750, qui obtint une estimation compatible avec l'observation en dépassant la première approximation. Mais ce n'est pas là le point qui nous intéresse. Nous cherchons à comprendre une propriété mystérieuse de la *première approximation*, qui se traduit dans le cas de la théorie de la Lune par la remarque suivante : les deux séries représentant le mouvement moyen du périhélie et le mouvement moyen du nœud commencent par deux termes exactement opposés. La seconde série est assez bien représentée par son premier terme, de sorte que la révolution complète du nœud de la Lune s'effectue en 18 ans environ¹.

On a donc une résonance en première approximation, qui peut ou non devenir une résonance approximative dans des problèmes à trois corps de type astéroïde [3]. Michel Herman a montré il y a quelques années que cette résonance se généralise aux problèmes à n planètes. Il a aussi annoncé qu'il n'y avait pas d'autre résonance du même type.

Le but de cette note est d'établir un lemme simple qui permet de redémontrer l'existence de cette résonance, et qui donne des informations supplémentaires sur le développement de la fonction perturbatrice, toujours au premier ordre des masses, mais à des ordres arbitraires en excentricité et inclinaison.

1. Parmi les rares textes qui signalent cette propriété bien connue, mentionnons la note [1] où Delaunay calcule les séries en question. La note commence ainsi : "Le mouvement direct du périhélie de la Lune et le mouvement rétrograde du nœud ascendant de son orbite sont dus à l'action du Soleil sur notre satellite. La théorie nous permet de déterminer ces deux mouvements. On sait que le premier calcul qui en a été fait a conduit à un résultat singulier : les vitesses de ces deux mouvements ont été trouvées exactement les mêmes, tandis que, d'après l'observation, la vitesse du premier est au moins double de celle du second. On commençait même, en raison de cette circonstance, à concevoir des doutes sérieux sur la complète exactitude de la loi d'attraction de Newton, lorsque des calculs ultérieurs ont montré qu'il n'y avait là qu'une question d'approximation. L'égalité de vitesse des deux mouvements, résultant des premiers termes calculés, était loin de se maintenir lorsqu'on poussait l'approximation plus loin qu'on ne l'avait fait tout d'abord ; et la différence qui se manifestait ainsi, après les premiers calculs, concordait très bien avec celle que les observations avaient fait connaître."

Préparation de l'énoncé du lemme

Considérons les manières de repérer une orbite képlérienne de demi grand axe a , de foyer attracteur O , proche d'une orbite circulaire donnée \mathcal{C} . Les variables les plus simples sont L_c et S_c , projections orthogonales sur le plan de l'orbite \mathcal{C} du "vecteur excentricité" \vec{L} et d'un vecteur \vec{S} proportionnel au moment cinétique \vec{C} . Ce vecteur est normalisé par la relation $\|\vec{L}\|^2 + \|\vec{S}\|^2 = 1$. On aura $\vec{L} \cdot \vec{S} = 0$ et, en prenant la constante de gravitation égale à l'unité, $\vec{S} = a^{-1/2}\vec{C}$.

Les variables L_c et S_c sont des vecteurs du plan de l'orbite \mathcal{C} . Ce plan s'identifie à \mathbb{C} dès que l'on choisit un axe réel arbitraire, qui sert aussi d'origine pour la mesure des angles. Les variables complexes L_c et S_c coïncident alors au premier ordre avec les variables de Poincaré x et y , souvent préférées parce qu'elles sont canoniques. Plus précisément, $L_c - x$ et $S_c - y$ s'expriment par une série n'ayant que des termes de degré impair et commençant à l'ordre 3. Un troisième système de variables peut être intéressant. Ce sont les variables de Souriau (cf. [1]) projetées sur le plan portant \mathcal{C} , soit $\xi_c = S_c + L_c$, $\eta_c = S_c - L_c$. Dans l'énoncé suivant, nous noterons (w_1, w_2) l'un quelconque des systèmes de variables (L_c, S_c) , (x, y) ou $(\xi_c/\sqrt{2}, \eta_c/\sqrt{2})$.

Lemme

Soit une ellipse képlérienne repérée par les variables (w_1, w_2) ci-dessus et un point B n'appartenant pas au cercle \mathcal{C} . Soit la moyenne

$$D_\alpha = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \|\text{AB}\|^{2\alpha} d\hat{l},$$

où A est le point de l'ellipse képlérienne de longitude moyenne \hat{l} . On a

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial w_1 \partial \bar{w}_1} + \frac{\partial^2}{\partial w_2 \partial \bar{w}_2} \right) D_\alpha \Big|_{w_1=w_2=0} = \frac{1}{2} \alpha (2\alpha + 1) D_{\alpha-1} \Big|_{w_1=w_2=0}.$$

Démonstration

Les calculs sont trop longs pour être reproduits ici. Nous donnons un résumé. Tout vecteur \vec{x} est décomposé en composante horizontale x_c , identifiée à un nombre complexe, et composante verticale $x_3 \in \mathbb{R}$. On note $\vec{A} = \vec{OA}$, $\vec{B} = \vec{OB}$. On choisit les variables (s_c, g_c) de [1] pour repérer l'ellipse képlérienne. Ces variables sont $(L_c/2, S_c/2)$ au premier ordre. Les formules de [1] tronquées sont :

$$\begin{aligned} A_c &= a((1 - s_c \bar{s}_c - g_c \bar{g}_c) e^{i\hat{u}} + (g_c^2 - s_c^2) e^{-i\hat{u}} - 2g_c), \\ A_3 &= -a((\bar{s}_c e^{i\hat{u}} + s_c e^{-i\hat{u}}) - 2(s_c \bar{g}_c + \bar{s}_c g_c)), \\ P &= \frac{d\hat{l}}{d\hat{u}} = 1 - \bar{g}_c e^{i\hat{u}} - g_c e^{-i\hat{u}}, \end{aligned}$$

où \hat{u} est la longitude excentrique (les angles appelés "longitudes" sont comptés à partir d'une direction fixe). On considère maintenant

$$\|\text{AB}\|^2 = (A_c - B_c)(\bar{A}_c - \bar{B}_c) + (A_3 - B_3)^2.$$

Notons $K = \|\text{AB}\|^2|_{s_c=g_c=0} = (ae^{i\hat{u}} - B_c)(ae^{-i\hat{u}} - \bar{B}_c) + B_3^2$ et développons $\|\text{AB}\|^{2\alpha} P$ en série de Taylor à l'ordre 2 :

$$\begin{aligned} \|\text{AB}\|^{2\alpha} P &= K^{\alpha-2} (K^2 + H_1 + H_2) + \dots, \\ H_1 &= h_s s + h_{\bar{s}} \bar{s} + h_{g\bar{g}} + h_{\bar{g}g}, \quad H_2 = h_{g\bar{g}g\bar{g}} + h_{s\bar{s}s\bar{s}} + \dots, \end{aligned}$$

où les h sont des coefficients. Le calcul donne

$$h_{s\bar{s}} + h_{g\bar{g}} = 2\alpha(2\alpha + 1)a^2 K.$$

Cette formule concerne les dérivées secondes de la quantité $\|\text{AB}\|^{2\alpha} P$. Il suffit d'en prendre la moyenne en \hat{u} pour obtenir le lemme.

Enoncé équivalent

Soit \mathcal{S} la sphère unité de l'espace tridimensionnel. Soit une ellipse képlérienne dans cet espace, repérée par les variables de Souriau $(\vec{\xi}, \vec{\eta}) \in \mathcal{S} \times \mathcal{S}$. Soit Δ l'opérateur de Laplace-Beltrami sur la variété riemannienne $\mathcal{S} \times \mathcal{S}$. Soit D_α la moyenne ci-dessus. On a

$$\Delta D_\alpha |_{\vec{\xi}=\vec{\eta}} = \alpha(2\alpha + 1) D_{\alpha-1} |_{\vec{\xi}=\vec{\eta}}.$$

Usage du lemme

Le fait le plus remarquable est la nullité du second membre quand $\alpha = -1/2$, c'est-à-dire lorsque la fonction moyennisée est le potentiel newtonien. Ce résultat est significatif dans la dynamique du *problème séculaire*, dont nous rappelons brièvement la construction.

Soit $W = (w_1, w_2, w_3, \dots, w_{2n})$, où (w_1, w_2) repère la première ellipse képlérienne, (w_3, w_4) la seconde, etc. Les demis grands axes respectifs sont a_1, \dots, a_n . Le "problème séculaire au premier ordre des masses, excentricités et inclinaisons" définit une dynamique linéaire $\dot{W} = \mathcal{M}W$ dans cet ensemble d'ellipses, au voisinage de l'équilibre stable $W = 0$. Cette dynamique est une approximation intéressante en astronomie pour la description d'un problème à n planètes, de type système solaire (faibles excentricités et inclinaisons). Elle ne décrit qu'un mouvement des ellipses osculatrices (les a_i sont constants et on ne dit rien sur la position du corps sur l'orbite). Des techniques standard définissent $\mathcal{M} = -2iQ \partial \bar{\partial} V$, avec

$$V_{jk} = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\hat{l}_j d\hat{l}_k}{\|\vec{A}_j - \vec{A}_k\|}, \quad V = \sum_{j < k} m_j m_k V_{jk}, \quad \partial \bar{\partial} V = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial w_\mu \partial \bar{w}_\nu} \Big|_{W=0} \right)_{\mu\nu}.$$

Le vecteur \vec{A}_j est la position de la j -ième planète de masse m_j et de longitude moyenne \hat{l}_j . La matrice Q est diagonale d'éléments diagonaux $(\Lambda_1, \Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_2, \dots, \Lambda_n, \Lambda_n)$ avec $\Lambda_j = \pm \mu_j \sqrt{a_j}$, où μ_j est une constante de l'ordre de m_j qui ne dépend que des masses. Nous supposons que les orbites sont parcourues dans le sens direct, ce qui revient à $\Lambda_j > 0$ pour tout j . On considère que Q définit une forme hermitienne. Le système $\dot{W} = \mathcal{M}W$ peut se mettre sous forme diagonale par transformation U unitaire pour cette forme, c'est-à-dire vérifiant $UQ\bar{U} = Q$, parce que $\partial \bar{\partial} V$ est autoadjoint. La somme des valeurs propres $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{2n}$ est la trace de \mathcal{M} . Il nous reste à montrer que cette trace est nulle, et donc qu'on a la résonance $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_{2n} = 0$ (rappelons qu'un des λ_i est nul à cause de l'invariance du moment cinétique). On a

$$\text{tr} \mathcal{M} = -2i \sum_{j < k} m_j m_k \text{tr}(Q \partial \bar{\partial} V_{jk}),$$

$$\text{tr}(Q \partial \bar{\partial} V_{jk}) = \Lambda_j \left(\frac{\partial^2 V_{jk}}{\partial w_{2j-1} \partial \bar{w}_{2j-1}} + \frac{\partial^2 V_{jk}}{\partial w_{2j} \partial \bar{w}_{2j}} \right) + \Lambda_k \left(\frac{\partial^2 V_{jk}}{\partial w_{2k-1} \partial \bar{w}_{2k-1}} + \frac{\partial^2 V_{jk}}{\partial w_{2k} \partial \bar{w}_{2k}} \right) \Big|_{W=0}.$$

Démontrons que chacune des parenthèses est nulle. Choisissons par exemple la première. Prenons $\vec{A} = \vec{A}_j$, $\vec{B} = \vec{A}_k$, intégrons par rapport à \hat{l}_j , \vec{B} étant fixé, et appliquons le lemme. Il suffit maintenant d'intégrer en \hat{l}_k .

Identités aux ordres supérieurs

Prenons le cas de deux planètes pour simplifier la discussion. Le lemme donne des identités remarquables entre les coefficients du développement de V en $w_1, \dots, w_4, \bar{w}_1, \dots, \bar{w}_4$. Les deux identités à l'ordre 2 ont été utilisées au paragraphe précédent. On les a obtenues en appliquant le lemme à une planète, puis à l'autre. Remarquons qu'une version affaiblie du lemme, restreignant le point B à appartenir au plan de \mathcal{C} , donnerait ces deux identités. Aux ordres suivants, on peut de la même façon appliquer le lemme à l'une ou à l'autre planète. Choisissons la première. Il faut écrire la nullité de tous les coefficients de la série

$$\frac{\partial^2 V}{\partial w_1 \partial \bar{w}_1} + \frac{\partial^2 V}{\partial w_2 \partial \bar{w}_2} \Big|_{w_1=w_2=0}.$$

Pour le coefficient de $w_3\bar{w}_4$ par exemple cela donne une identité entre les coefficients k du développement de V au quatrième ordre :

$$k_{w_1\bar{w}_1w_3\bar{w}_4} + k_{w_2\bar{w}_2w_3\bar{w}_4} = 0.$$

Nous n'avons pas trouvé d'interprétation dynamique simple pour ces identités.

Remerciements. Nous remercions Alain Chenciner, Jacques Féjóz, Jacques Laskar et Philippe Robutel pour de nombreuses discussions. Nous avons utilisé le logiciel TRIP développé par J. Laskar et M. Gastineau. Les remarques sur la Lune font suite à une conversation avec A. Neishtadt.

Références

- Abdullah, K., 2000, Développement réduit de la fonction perturbatrice, à paraître aux *Compt. Rend. Acad. sci.*
- Delaunay, C., 1872, Note sur les mouvements du périégée et du nœud de la Lune, *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'académie des sciences*, **74**, 17
- Milani, A., Knežević, Z., 1990, Secular perturbation theory and computation of asteroid proper elements, *Celest. Mech. Dyn. Astron.*, **49**, 368

POURQUOI LES ORBITES KÉPLÉRIENNES SONT-ELLES FERMÉES?

A. Albouy

Depuis les *Principia* de Newton, quand on veut “résoudre” le problème des deux corps, c’est-à-dire essentiellement passer du problème de forces centrales

$$\ddot{X} = -\frac{1}{r^3}X, \quad \text{où} \quad r = \|X\|, \quad (1)$$

aux trois lois de Kepler, ou quand on veut inversement calculer l’accélération quand on connaît les lois du mouvement, on se place toujours dans le plan *euclidien*. Les développements ultérieurs de la mécanique, notamment les mécaniques lagrangiennes et hamiltoniennes, n’ont fait qu’accroître l’importance de la forme euclidienne du plan et de l’espace, comme ingrédient *sine qua non* de l’axiomatique de la mécanique.

Nous montrerons comment certaines des propriétés les plus frappantes des solutions de (1) se retrouvent dans des généralisations de cette équation pour lesquelles aucune structure euclidienne n’intervient (nous dirons que le plan du mouvement est simplement un *plan vectoriel*). Dans un texte ultérieur, nous irons plus loin en nous contentant de la structure projective sous-jacente de ce même plan.

Les théorèmes 1 et 2 des *Principia* établissent l’équivalence : l’accélération est centrale si et seulement si le mouvement satisfait la loi des aires, autrement dit si le moment cinétique C est conservé. Cet énoncé vaut dans le plan vectoriel. Le lien plus connu aujourd’hui entre invariance par rotation et conservation du moment cinétique demande une structure euclidienne. Il a donc un statut moins fondamental dans ce contexte.

Mais c’est un autre énoncé, beaucoup moins connu, qui nous intéressera ici : “toutes les solutions bornées, et ne se terminant pas en une collision, de l’équation

$$\ddot{X} = gX, \quad (2)$$

où g est une fonction homogène de degré -3 de X , sont des orbites fermées (i.e. sont périodiques).”

Cet énoncé peut-être pris comme un affaiblissement de la première loi de Kepler ne retenant qu’un aspect qualitatif. La seconde loi de Kepler, ou loi des aires, vaut sans restriction pour (2). Enfin, les homogénéités étant les mêmes dans (1) et (2), la troisième loi de Kepler possède un analogue.

1. Problèmes des forces centrales, version vectorielle

Soit Π un plan vectoriel. Nous nous intéressons aux courbes de Π coupant transversalement les rayons (les trajectoires) et aux fonctions homogènes (définissant l’attraction). La définition suivante cherche à unifier ces deux types d’objet.

Définition. J’appelle *coupe* de Π une fonction f homogène de degré 1.

La justification de la terminologie est qu'une courbe d'équation $f = f_0 \neq 0$ "coupe" les rayons issus de l'origine, et que la donnée d'une telle courbe dans un secteur de Π revient à la donnée de f . Précisons que nous n'exigeons la relation $f(\lambda X) = \lambda f(X)$ que pour les nombres réels λ strictement positifs. On parlera de coupe paire ou impaire si de plus $f(X) = f(-X)$ ou $f(X) = -f(-X)$ respectivement.

Loi des aires. Soit f une coupe. La courbe $f = f_0 \neq 0$ possède un paramétrage naturel, tel que le point X "balaye des aires égales en des temps égaux". Le bivecteur *moment cinétique* $C = X \wedge \dot{X}$ est constant. Donc $\dot{C} = X \wedge \ddot{X}$ est nul, et \ddot{X} est proportionnel à X : l'accélération est centrale. Si réciproquement l'accélération est centrale, C est constant.

Rappelons que le bivecteur moment cinétique devient un nombre dès que l'on choisit une unité d'aire. Notamment, si (x, y) sont des coordonnées cartésiennes de X , la 2-forme $\nu = dx \wedge dy$ définit une unité d'aire et $C = x\dot{y} - y\dot{x}$.

Hypothèse des orbites fermées. Une question naturelle, plus audacieuse que celles posées par Bertrand au 19^{ième} siècle, est : parmi tous les problèmes de force centrale $\ddot{X} = gX$ dans le plan, lesquels possèdent dans l'espace des phases des ouverts formés seulement d'orbites périodiques? Le raisonnement suivant exhibe rapidement des solutions, mais ne prétend pas les donner toutes. En particulier, nous supposons g homogène, ce qui exclut certaines des solutions données par Darboux et Halphen.

Supposons donc g homogène de degré κ . Soit f une coupe telle que les lignes de niveau $f = f_0 > 0$ soient des courbes trajectoires de $\ddot{X} = gX$. On a :

$$\langle df, \dot{X} \rangle = 0, \quad \langle \partial^2 f, \dot{X} \otimes \dot{X} \rangle + \langle df, \ddot{X} \rangle = 0. \quad (d)$$

Mais $\langle df, \ddot{X} \rangle = g \langle df, X \rangle = gf$ à cause de l'homogénéité de f . D'autre part, si (x, y) sont des coordonnées sur Π , qui définissent l'unité d'aire $\nu = dx \wedge dy$, il existe une fonction $f_{\nu\nu} : \Pi \rightarrow \mathbb{R}$ homogène de degré -3 telle que

$$\partial^2 f = f_{\nu\nu} \begin{pmatrix} y^2 & -xy \\ -xy & x^2 \end{pmatrix}.$$

Ceci parce que la symétrie et la relation d'Euler $\partial^2 f \circ X = 0$ déterminent la matrice hessienne $\partial^2 f$ à un facteur près. La deuxième équation (d) devient

$$g = -f^{-1} f_{\nu\nu} C^2.$$

Maintenant je dis qu'il existe k tel que $C^2 = kf^{\kappa+4}$. En effet, la relation ci-dessus montre que C^2 est uniquement déterminé sur les trajectoires $f = f_0$, dès que $f_{\nu\nu} \neq 0$, c'est-à-dire que $g \neq 0$. De plus C^2 est constant sur ces trajectoires, donc fonction de f seulement. La comparaison des degrés d'homogénéité donne la relation annoncée. On peut, quand $\kappa \neq -4$, supposer $k = 1$ quitte à changer f en λf . Nous obtenons

$$g = -f_{\nu\nu} f^{\kappa+3},$$

une relation très simple entre la force et la coupe qui diffère de celles données habituellement, en ce qu'elle ne fait pas intervenir de structure euclidienne.

Problème inverse. Cherchons maintenant les fonctions g ayant plus d'une coupe solution. Le cas de l'oscillateur harmonique $g = -1$ est bien connu. On ne voit pas directement pourquoi l'équation $f_{\nu\nu} f^3 = 1$ possède une infinité de solutions. Nous y reviendrons.

Le cas où g est homogène de degré $\kappa = -3$ se distingue quant à lui immédiatement. On a $g = -f_{\nu\nu}$, et comme cette dernière quantité ne dépend que des dérivées secondes de f , toutes les coupes $f + \alpha x + \beta y$ sont solutions. On a donc obtenu le résultat suivant.

Proposition (Darboux[2]). Si l'équation de force centrale dans le plan $\ddot{X} = gX$ est telle que g est une fonction de X homogène de degré -3 , et que la courbe d'équation $f = f_0$, où f est une fonction homogène de degré 1 (une "coupe"), est une trajectoire, alors toutes les courbes d'équation $f + \alpha x + \beta y = \gamma$, où α , β et γ sont des nombres réels, sont des trajectoires.

La famille à trois paramètres de trajectoires est complète. Si une est fermée, les voisines le sont aussi. Si une délimite un convexe, toutes ont cette propriété et deux quelconques se coupent en au plus deux points. Elles se déduisent les unes des autres par la transformation projective $X \mapsto X/\rho$, où ρ est une fonction affine de X . Enfin, elles peuvent se construire par projection sur le plan horizontal des sections du cône graphe de la fonction $(x, y) \mapsto f(x, y)$.

Mais nous ne sommes pas satisfait par cette proposition. Nous voulons, à partir de la fonction g donnée, trouver les solutions et décider si elles sont ou non fermées. Pour cela nous étudierons plus à fond (en fait plus qu'il n'est nécessaire) l'intéressante application $f \mapsto f_{\nu\nu}$.

2. La dérivation des fonctions homogènes du plan

Nous munissons le plan Π de l'unité d'aire $\nu \in \wedge^2 \Pi^*$. Une fonction f homogène de degré 0 vérifie $\langle df, X \rangle = 0$. Notons $\sigma = X \lrcorner \nu$ (ici X est le champ de vecteur radial). On a $\langle \sigma, X \rangle = 0$, et donc proportionnalité entre df et σ . On notera $df = f_\nu \sigma$. La fonction f_ν homogène de degré -2 sera simplement appelée dérivée première de f .

Noyau et image de $f \mapsto f_\nu$. Il est clair que $f_\nu = 0$ équivaut à f constante. D'autre part si ϕ est homogène de degré -2 , la forme $\phi\sigma$ est fermée. Pour que ϕ soit dans l'image de $f \mapsto f_\nu$, il faut et il suffit que $\phi\sigma$ soit exacte sur $\Pi \setminus \{0\}$, c'est-à-dire que

$$\oint \phi\sigma = 0,$$

l'intégrale étant prise sur n'importe quel chemin entourant l'origine.

Dérivées suivantes. Nous les définirons de telle sorte qu'une fonction homogène de degré entier $n \geq 0$ possède seulement une dérivée $n + 1$ -ième. On pourrait d'ailleurs étendre cet énoncé à n négatif en considérant les intégrations. La remarque est que la matrice $\partial^n f$ des dérivées n -ièmes d'une fonction f homogène de degré n est homogène de degré zéro. On a donc la relation d'Euler $\partial^{n+1} f \circ X = 0$. Le symbole \circ désigne le produit contracté ou intérieur. Dans l'analogie entre tenseurs symétriques et polynômes, l'opération $\circ X$ correspond à une dérivée partielle du polynôme dans la direction de X . La nullité de cette dérivée signifie que le polynôme se réduit à son terme constant. On déduit qu'il existe une fonction $f_{(n+1)}$ homogène de degré $-(1+n)$ telle que

$$\partial^{n+1} f = f_{(n+1)} \sigma \otimes \cdots \otimes \sigma = f_{(n+1)} \sigma^{\otimes n}.$$

La fonction $f_{(2)}$ peut aussi bien se noter $f_{\nu\nu}$ comme dans le paragraphe précédent. Le noyau de l'opérateur $f \mapsto f_{(n+1)}$ est formé des fonctions homogènes polynômiales de degré n . La fonction ϕ homogène de degré $-(n+1)$ appartient à l'image de cet opérateur si et seulement si $\oint Q\phi\sigma = 0$ pour toute fonction polynômiale Q homogène de degré $n-1$.

Le modèle de la droite. Soit ϕ une fonction d'une variable réelle, qui définit sur le demi-plan inférieur $y < 0$ les fonctions homogènes f_k de degré k par la formule $f_k(x, y) = (-y)^k \phi(-y^{-1}x)$. On dit qu'on a pris la droite $y = -1$ comme modèle local ou carte de la droite projective. On a choisi $y < 0$ parce que les aires sont balayées dans le sens direct quand x croît. Le calcul des dérivées partielles en x donne la formule $f_{k(k+1)} = (-y)^{-2-k} \phi^{(k+1)}(-y^{-1}x)$. Autrement dit les opérateurs définis précédemment se réduisent à la dérivation ordinaire par rapport à x de la restriction de la fonction homogène à la droite $y = -1$. On utilisera largement cette remarque dans les calculs (voir la preuve de la première identité remarquable).

Symétrie des opérateurs de dérivation. L'espace des fonctions homogènes de degré -2 est muni d'une forme linéaire canonique, l'intégration sur un cycle entourant l'origine. En conséquence, l'espace des fonctions homogènes de degré -1 est préhilbertien, et les espaces de fonctions homogènes de degrés n et $-2-n$ respectivement sont en dualité. Les opérateurs $f \mapsto f_{(k)}$ sont antisymétriques si k est impair, symétriques si k est pair. Autrement dit, pour tout f et tout g homogènes de degré $k-1$, on a la relation $\oint fg_{(k)}\sigma = (-1)^k \oint f_{(k)}g\sigma$. Une démonstration simple s'obtient en considérant les restrictions des fonctions au carré $(x, y) = (\pm 1, \pm 1)$, en ramenant conformément au paragraphe précédent les opérateurs à des dérivations ordinaires, et en intégrant par parties.

Quelques identités remarquables. La donnée d'une fonction r homogène de degré 1 construit, par multiplication, des identifications linéaires entre les divers espaces de fonctions homogènes. On définit les opérateurs D_k tels que $D_k f = r^{k+1} (r^{k-1} f)_{(k)}$, qui à une fonction f homogène de degré 0 associent une fonction homogène de degré 0. On a $Df = D_1 f = r^2 f'$. On remarque ensuite que $D_k f - D^k f$ ne fait intervenir que des dérivées d'ordre $k-2$ de f . Ainsi

$$D_2 f - D^2 f = r^3 (rf)'' - r^2 (r^2 f')' = r^3 (r'' f + 2r' f' + r f'') - r^2 (2rr' f' + r^2 f''),$$

soit

$$D_2 f - D^2 f = r^3 r_{\nu\nu} f.$$

De même

$$\begin{aligned} D_3 f - D^3 f &= 4r^3 r_{\nu\nu} Df + r^4 (r^2)_{(3)} f, \\ D_4 f - D^4 f &= 10r^3 r_{\nu\nu} D^2 f + 5r^4 (r^2)_{(3)} Df + r^5 (r^3)_{(4)} f, \end{aligned}$$

$$D_5 f - D^5 f = 20r^3 r_{\nu\nu} D^3 f + 15r^4 (r^2)_{(3)} D^2 f + 6r^5 (r^3)_{(4)} Df + r^6 (r^4)_{(5)} f + 10r^6 r_{\nu\nu}^2 Df.$$

On voit que la séquence ne se poursuit pas aussi simplement qu'on pourrait le souhaiter. Les coefficients dans ces identités sont fonctions polynômiales des $D_k 1$. Ecrivons encore les relations

$$D_3 1 - 2DD_2 1 = 0, \quad D_4 1 - 3D^2 D_2 1 = 9(D_2 1)^2, \quad D_5 1 - 4D^3 D_2 1 = 64(D_2 1)D(D_2 1).$$

Toutes ces identités ont été vérifiées avec l'aide d'un programme de calcul formel. La première de la ligne ci-dessus est utilisée dans une intégration du problème des deux corps par Laplace (Mécanique céleste, Livre 2, §17).

Le modèle du cercle. Les fonctions homogènes peuvent être définies localement par leur restriction à la conique $ax^2 + 2bxy + cy^2 = 1$. Les calculs des opérateurs se font en posant $r = \sqrt{ax^2 + 2bxy + cy^2}$ dans les identités ci-dessus. On trouve $D_2 1 = r^3 r_{\nu\nu} = ac - b^2$, en prenant comme d'habitude l'unité de volume $\nu = dx \wedge dy$. Dans le cas particulier du cercle unité $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, on a $D_2 1 = 1$, $D_4 1 = 9$, $D_3 1 = D_5 1 = 0$. Ensuite

$$D_2 f = D^2 f + f, \quad D_3 f = D^3 f + 4Df, \quad D_4 f = D^4 f + 10D^2 f + 9f = (D^2 + 1)(D^2 + 9)f.$$

3. Retour aux forces centrales

Reprenons l'équation $\ddot{X} = gX$, où g est homogène de degré -3 . Pour compléter nos informations, nous devrions encore montrer qu'il n'y a pas d'orbite bornée quand la fonction g n'appartient pas à l'image de l'application $f \mapsto f_{\nu\nu}$. Nous renvoyons pour cela le lecteur à [1]. Maintenant, si g appartient à cette image, la force peut être répulsive et interdire les orbites bornées. Donnons pour finir une intéressante caractérisation de notre condition nécessaire pour l'existence d'un ouvert d'orbites fermées, dans le cas d'une force attractive, où cette condition est suffisante.

Proposition. La fonction $g < 0$ homogène de degré -3 appartient à l'image de l'application $f \mapsto f_{\nu\nu}$ si et seulement si le centre de gravité de la courbe $g = -1$ pondérée conformément à la loi des aires est l'origine.

Références

- [1] A. Albouy, 2000, Lectures on the two-body problem, *The Recife Lectures in Celestial Mechanics*, F. Diacu, H. Cabral editors, volume en préparation à Princeton University Press
- [2] G. Darboux, Sur une loi particulière de la force signalée par Jacobi, Note 11 au *cours de mécanique* par Despeyroux, tome premier, A. Hermann, Paris (1884)

OBSERVATION DES SATELLITES LOINTAINS DE JUPITER ET SATURNE : AJUSTEMENT DE LA THÉORIE DE PHOEBÉ

J.-E. Arlot, A. Bec-Borsenberger, N. Baron

1. Introduction

Les éphémérides distribuées sur le serveur de l'IMCCE sont issues, pour la majorité d'entre elles, de travaux d'astronomes de l'institut. Du fait de l'ajustement des modèles dynamiques sur des observations en nombre trop limité, les éphémérides se dégradent peu à peu. C'est le cas en particulier pour les satellites lointains de Jupiter (J6 à J13) et pour le satellite Phœbé de Saturne, car ces corps ont été trop peu observés depuis leur découverte.

On trouvera ci-dessous les caractéristiques des systèmes de satellites lointains de Jupiter et de Saturne.

Jupiter possède deux familles de satellites petits et lointains ayant une forte inclinaison sur l'équateur de Jupiter :

- la famille d'Himalia, c'est-à-dire,

J-13 : Léda	(demi-gd axe = 11.15 Mkm ; magnitude = 20.0 ; inclin.= 25 ; période = 240j)
J-6 : Himalia	(demi-gd axe = 11.443Mkm ; magnitude = 14.8 ; inclin.= 25 ; période = 250j)
J-10 : Lysithée	(demi-gd axe = 11.7 Mkm ; magnitude = 18.4 ; inclin.= 25 ; période = 258j)
J-7 : Elara	(demi-gd axe = 11.716Mkm ; magnitude = 16.8 ; inclin.= 25 ; période = 259j)

- la famille de Pasiphae dont la rotation autour de Jupiter est rétrograde,

J-12 : Ananké	(demi-gd axe = 21.048Mkm ; magnitude = 18.9 ; inclin.= 173 ; période = 624j)
J-11 : Carmé	(demi-gd axe = 23.28 Mkm ; magnitude = 18.0 ; inclin.= 172 ; période = 726j)
J-8 : Pasiphae	(demi-gd axe = 23.658Mkm ; magnitude = 17.0 ; inclin.= 174 ; période = 744j)
J-9 : Sinopé	(demi-gd axe = 23.848Mkm ; magnitude = 18.3 ; inclin.= 179 ; période = 752j)

Saturne ne possède qu'un seul satellite lointain connu à ce jour Phœbé (S-9) dont le demi-grand axe est de 12.893Mkm, la magnitude est de 16.5 et la période de révolution autour de Saturne de 545 jours.

On constate que ces satellites tournent très lentement autour de leur planète (période de 240 à 752 jours), ce qui rend d'autant plus nécessaire l'allongement de la période d'observation.

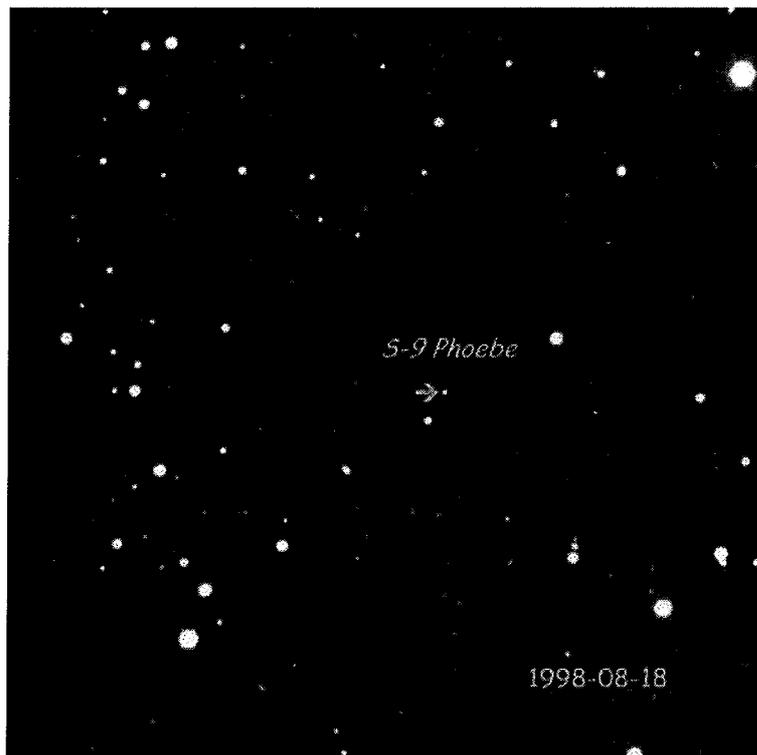


Fig. 1. Image de Phœbé (magnitude 16.5).

2. Les observations réalisées

Les observations utilisées pour l'ajustement des modèles dynamiques n'étant pas suffisamment nombreuses, nous avons entrepris une campagne d'observations à partir de 1998. Nos observations ont été réalisées à l'observatoire de Haute-Provence à l'aide du télescope de 120cm. Sa focale, de l'ordre de 7 mètres et son récepteur CCD de 1024x1024 pixels permettent d'obtenir un champ de 12x12 minutes de degré. Le temps de pose varie de 1 à 10 minutes selon la magnitude du satellite observé. Seuls, les satellites dont la magnitude est supérieure à 18 nécessitent d'observer en l'absence de Lune pour obtenir un rapport signal/bruit correct. La figure 1 montre une image contenant Phœbé. La taille réduite du champ nécessite l'utilisation d'un catalogue d'étoiles dense pour la réduction du cliché. Nous avons utilisé le catalogue USNO A2 associé aux logiciels CCDPHOT, FindStar et PRIAM (cf. Berthier, Fienga et Descamps).

La table 1 récapitule les observations réalisées pour chaque période d'observations. On constate que certains satellites n'ont pas été observés durant certaines périodes : cela est dû à la faible vitesse de déplacement des satellites par rapport à Jupiter. Quand le satellite passe devant ou derrière Jupiter, il est inobservable pendant près d'un mois.

Nous envisageons de poursuivre notre campagne d'observations en 2000-2001.

3. Les résultats obtenus : cas de Phœbé

Nous avons terminé les réductions des observations en ce qui concerne Phœbé ; ces réductions sont en cours pour les satellites de Jupiter. Nous avons réalisé un nouvel ajustement du modèle dynamique de Phœbé sur les observations que nous avons réalisées en 1998 et 1999 (174 observations) ainsi que sur les observations anciennes préexistantes, réalisées entre 1904 et 1989 (160 observations). La table 2 fournit les rms des résidus pour 2 éphémérides : celle notée AB0, éphéméride d'origine, ajustée seulement sur les observations anciennes, et celle notée AB2 ajustée sur l'ensemble des observations.

Table 1. Observations réalisées à l'OHP (téléscope de 120 cm). Les observations ont été réalisées selon le planning suivant.

	J-6	J-7	J-8	J-9	J-10	J-11	J-12	J-13	S-9
1998									
11/21 août	29	16	22	25	19	17	16	13	81
11/18 décembre	14	7	31	10	10	10	2	2	54
total 1998	43	23	53	35	29	27	18	16	135
1999									
8/16 octobre	22	21	19	22	27	19	27	33	24
9/16 novembre	0	11	15	6	5	6	14	17	15
29 nov./10 déc.	25	19	24	26	17	18	24	29	0
total 1999	47	51	58	54	49	43	65	79	39
total général	90	74	111	89	78	70	83	95	174

Table 2. Résidus pour les éphémérides AB0 et AB2. Les rms sont donnés en secondes de degré.

Ephémérides	Obs. anciennes		Obs. OHP 1998-1999	
	A.D.	Dec.	A.D.	Dec.
AB0	1.08	0.70	1.30	0.22
AB2	1.17	0.78	0.27	0.34

On constate que la qualité des observations réalisées a permis de réduire les rms correspondants aux nouvelles observations, comparées à la nouvelle éphéméride. Les rms pour les observations anciennes restent à des valeurs élevées alors que les rms correspondant aux observations nouvelles ont des valeurs homogènes avec la précision du catalogue d'étoiles USNO A2 utilisé.

4. Conclusion

Les résultats obtenus sont encourageants en ce qui concerne Phœbé. Nous poursuivons la réduction des observations des satellites de Jupiter. Nous poursuivons également les observations afin de densifier l'ensemble de données disponibles pour l'ajustement des modèles dynamiques et tenter de diminuer les rms sur les observations anciennes en modélisant mieux le mouvement de Phœbé sur une longue période.

Références

Berthier, J., Descamps, P., Fienga, A, 2001, La chaîne de réduction astrométrique de l'IMCCE, *ibid.*, 47



LA CHAÎNE DE RÉDUCTION ASTROMÉTRIQUE DE L'IMCCE

J. Berthier, P. Descamps, A. Fienga

Pour être en mesure d'exploiter les observations à caractère astrométrique réalisées à l'IMCCE, nous avons mis en place une chaîne complète de réduction des images astronomiques réalisées avec une caméra CCD. Pour cela, nous avons développé différents logiciels, indépendants les uns des autres, traitant les 3 aspects fondamentaux du processus de réduction astrométrique :

- la reconnaissance des étoiles du champ observé
- l'extraction de la position des sources dans le champ
- la détermination de la position des objets observés sur la sphère céleste

Avant d'entamer le processus de réduction, on veillera à ce que l'on possède les images de calibration radiométrique (PLU, offset, noir) et que l'on dispose de tous les paramètres observationnels (échelle théorique, dimension du CCD, conditions météorologiques, longueur d'onde, lieu géographiques).

1. Reconnaissance des étoiles du champ

La première étape d'un processus de réduction astrométrique consiste à répertorier les étoiles de référence qui serviront à déterminer les paramètres de la réduction et à reconnaître les objets scientifiques étudiés. Si ces derniers sont des corps du système solaire, ils pourront être repérés assez simplement à l'aide d'une commande de type *blink* proposée par la plupart des logiciels de traitement d'images numériques ou par comparaison avec une image digitalisée du même champ (voir, par exemple, Space Telescope Science Institute, 1995). Pour reconnaître les étoiles de référence, nous avons développé un logiciel spécifique, *FindStar* (Le Borgne, 1999), basé sur le logiciel *SExtractor* (Bertin, 1996) et les outils du projet *WCSTools* (Mink, 1997). À son niveau actuel de développement il permet de répertorier automatiquement les étoiles des catalogues USNO, GSC et ACT présentes dans le champ observé. À terme, tous les catalogues astrométriques seront considérés. Les requêtes vers les catalogues USNO et GSC, localisés au CDS, se font à l'aide des programmes clients du CDS, *findpmm2* et *findgsc*. *WCSTools* est un ensemble de routines permettant de relier les pixels de l'image aux coordonnées dans le ciel et, par conséquent, de réaliser l'identification entre les sources extraites par *SExtractor* et les étoiles du ou des catalogues sélectionnés. *FindStar* automatise ce processus de manière totalement transparente et conviviale pour l'utilisateur. Bien évidemment, la reconnaissance de champ nécessite au préalable une connaissance à quelques pourcent près du centre du champ, de l'échelle théorique (dimension sur le ciel d'un pixel), de l'orientation de la matrice CCD par rapport au pôle nord céleste et de la direction du nord et de l'est sur l'image. La figure 1 présente la reconnaissance de champ effectuée sur une observation de l'astéroïde (2337) Boubin faite le 3 avril 1999. L'image de gauche est l'image CCD prise sur le T120 de l'OHP et l'image synthétique

de droite présente le résultat de la reconnaissance du champ effectuée par *FindStar* à l'aide d'étoiles du catalogue USNO-A2.

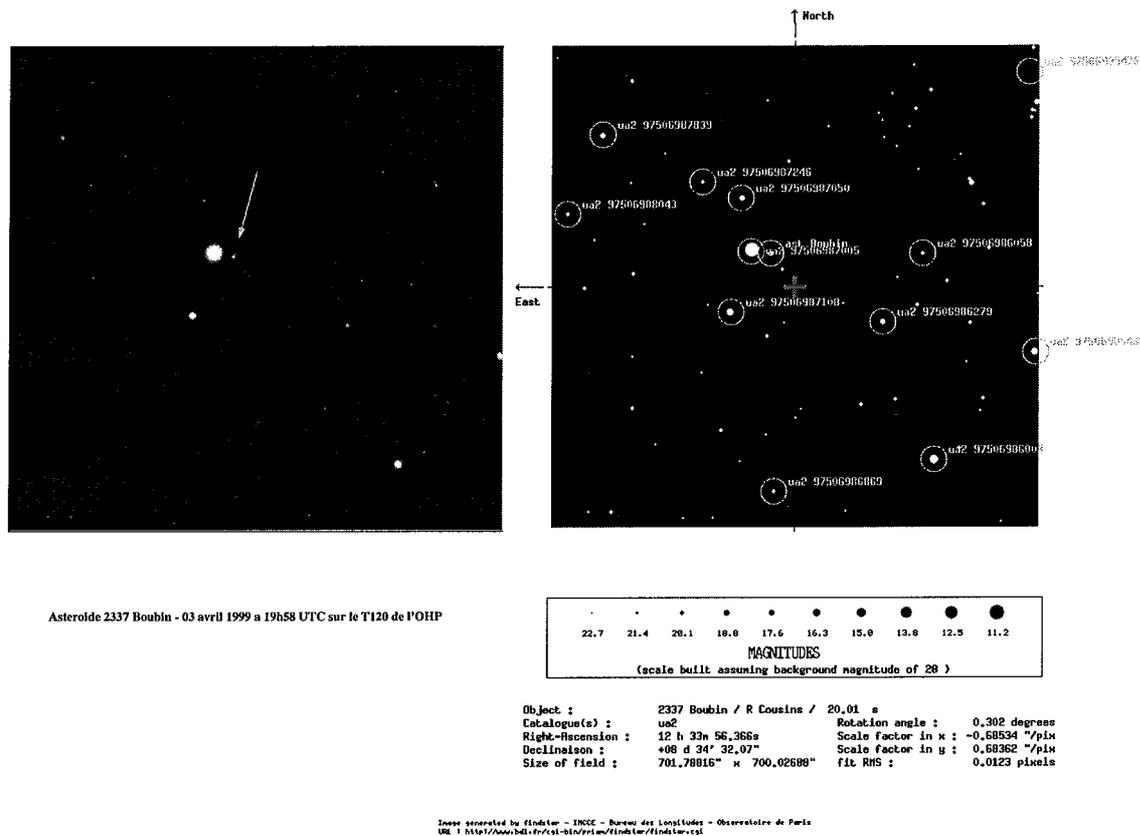


Fig. 1. Reconnaissance des étoiles USNO-A2 du champ d'une observation de (2337) Boubin réalisée le 3 avril 1999 avec le télescope T120 de l'OHP.

2. Extraction des sources

Après avoir repéré les étoiles de référence et les objets scientifiques il faut mesurer la position de leurs photocentres sur les images. Il est à noter que la qualité de ces mesures conditionne la qualité des résultats astrométriques. Pour cela nous avons développé un script pour Midas (Warmels, 1991), *CCDPhot*, qui utilise les principes de photométrie d'ouverture et détermine la position du centroïde par l'ajustement d'un profil gaussien. Ce script est tout à fait adapté au traitement automatisé d'un grand nombre d'images CCD. Dans de bonnes conditions de rapport signal sur bruit des images, l'algorithme utilisé assure une précision suffisante (10^{-3} pixel) dans la plupart des cas. Cependant dans certains cas, comme les images obtenues en optique adaptative, la modélisation gaussienne du profil stellaire s'avère insuffisante car elle ne permet pas de restituer correctement le surplus d'énergie contenu dans les ailes du profil stellaire. Pour cela nous avons développé une procédure pour IDL (Interactive Data Language, registered trademark of Research Systems, Inc.), *Centro*, qui réalise l'ajustement des profils stellaires par la composition d'une fonction de Gauss pour le cœur du profil et d'une fonction de Moffat pour les ailes du profil. Le fond de ciel est également modélisé par une surface polynomiale de degré 2. Cette procédure est donc parfaitement adaptée à la mesure de position des objets faibles à proximité d'objets très brillants. On sait que dans ce cas la lumière diffusée par l'objet brillant engendre un fort gradient de lumière dans l'espace environnant impliquant un décalage artificiel du photocentre des objets proches vers le corps brillant si aucune modélisation adéquate n'est faite. Par rapport à un profil classique gaussien, le profil mixte permet un gain en précision d'un facteur 2 à 5 suivant la brillance de l'objet considéré. La position

du centroïde peut, quant à elle, subir des écarts pouvant atteindre jusqu'à 1 pixel d'un profil à l'autre (Descamps et al., 2000).

3. Détermination des positions astrométriques des objets

Une fois les deux premières étapes réalisées, on dispose d'un fichier de mesures (x,y) des positions des photocentres des objets célestes et d'un catalogue, dit *local*, des étoiles de référence. On peut alors procéder à la réduction astrométrique proprement dite. Pour cela nous avons développé un logiciel, *Priam*, dont l'algorithme prend en considération tous les effets jusqu'à l'ordre de 1 mas (Fienga, Berthier, 2001). Dans un premier temps, l'algorithme place l'observateur et les étoiles de référence dans un même repère de référence : l'ICRF ou le FK5 centré à la position de l'observateur à la date de l'observation. Une fois cette cohésion dynamique réalisée, *Priam* calcule la transformation entre les coordonnées des photocentres des étoiles de référence mesurées dans le plan focal du récepteur (x,y) et les positions de ces mêmes étoiles sur la sphère céleste dans le repère céleste de référence (ascension droite et déclinaison). Pour ne pas introduire les effets systématiques induits par la réfraction atmosphérique, cette transformation prend en compte une modélisation de ce phénomène. Les positions sur la sphère céleste (exprimées dans un repère équatoriale topocentrique vrai de la date) des objets étudiés sont alors calculées en appliquant cette transformation aux positions de leurs photocentres mesurées à la surface du récepteur. Eventuellement, des changements de repère supplémentaires sont réalisés pour exprimer les coordonnées équatoriales réduites dans un autre repère (géocentrique, astrométrique J2000).

À la différence de nombreux logiciels de réduction astrométrique, comme par exemple les outils du projet WCSTools utilisés pour la reconnaissance des étoiles du champ, *Priam* veille à la cohérence des repères de références utilisés et corrige les effets systématiques importants tels que les aberrations de la lumière (temps de lumière, aberration annuelle, aberration diurne) et la réfraction atmosphérique. Les positions sur la sphère céleste ainsi obtenues peuvent alors être utilisées à des fins dynamiques (études d'effets faibles ou non-gravitationnels), ce qui est très fortement déconseillé lorsqu'on utilise des outils de réduction astrométrique ne prenant pas en compte ces effets systématiques.

Pour utiliser *Priam* dans des conditions optimum de précision, il est indispensable de renseigner, avec le plus d'exactitude possible, l'ensemble des paramètres observationnels : datation des observations, conditions météorologiques (pression, température, degré d'humidité), longueur d'onde et lieu géographique. Le logiciel fournit comme résultat les positions sur la sphère céleste des objets scientifiques observés associées à leurs incertitudes, les paramètres astrométriques de la réduction (facteur d'échelle, orientation et position de l'axe optique du récepteur) et peut, si les objets scientifiques sont *a priori* connus, fournir les valeurs des $O - C$.

Il est à noter qu'une réduction astrométrique ne peut se faire *en aveugle* et qu'il est indispensable d'exercer un contrôle sur les résultats pour vérifier si, par exemple, une étoile de référence n'a pas été bien reconnue ou bien si ses coordonnées ne présentent pas des incertitudes trop grandes. On fera également attention à l'interprétation des paramètres astrométriques qui peuvent varier suivant la géométrie des étoiles de référence, les conditions observationnelles, etc. Pour plus de précision sur l'utilisation de *Priam* on se référera à sa documentation (Fienga, 1999, Fienga et Berthier, 2001).

4. Influence des conditions observationnelles

La table 1 présente l'influence des conditions observationnelles sur la réduction astrométrique en terme d'écart sur les coordonnées équatoriales réduites. Individuellement l'influence des paramètres peut apparaître négligeable mais cumulée elle peut introduire des effets systématiques préjudiciables à l'analyse des $O - C$ et donc, par exemple, à l'étude dynamique des corps du système solaire.

Remarque : les écarts en ascension droite sont plus faibles qu'en déclinaison car la loi de réfraction utilisée ici ne calcule pas la réfraction en azimuth mais seulement celle en distance zénithale. De plus, la

Table 1. Influence des conditions observationnelles.

	Source	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
température	0° à 20° C	2 mas	10 mas
pression atmosphérique	700 mb à 1400 mb	2 mas	10 mas
humidité	0% à 100%	1 mas	5 mas
longueur d'onde	0.3 μm à 1.2 μm	2 mas	10 mas
lieu géographique	≤ 100 m	1 mas	1 mas
	<i>Bilan</i>	<i>10 mas</i>	<i>40 mas</i>

modélisation de l'atmosphère terrestre y est approximative (modèle isotropique standard). Il faut donc s'attendre à des écarts plus grands dans la réalité, notamment en ascension droite.

5. Points importants de la réduction astrométrique

Le choix des étoiles de référence dans la réduction astrométrique d'une image CCD n'est pas sans conséquence sur les résultats. En particulier, la précision et la densité du catalogue stellaire, le choix du centre de la projection de l'axe optique du récepteur, la précision des mesures de position des photocentres sur le CCD et la précision de l'algorithme de réduction ont une influence très forte sur les résultats (Fienga et Berthier, 2001). On veillera donc à la cohérence et à l'homogénéité des données initiales et on veillera à réaliser les calculs dans la limite raisonnable des principes de la réduction astrométrique, seule garantie de la validité des résultats.

6. Accessibilité des programmes

Les logiciels de la chaîne de réduction astrométrique sont disponibles sous la forme de programme exécutés en ligne de commande sur les machines de l'IMCCE (programmes *findstar*, *@c ccdphot* sous Midas, *loadfits* et *centro* sous IDL, *priam*). Pour deux d'entre eux il existe aussi une interface graphique à laquelle on peut accéder, à l'aide de son navigateur internet favori, aux adresses (accès restreint pour le moment) :

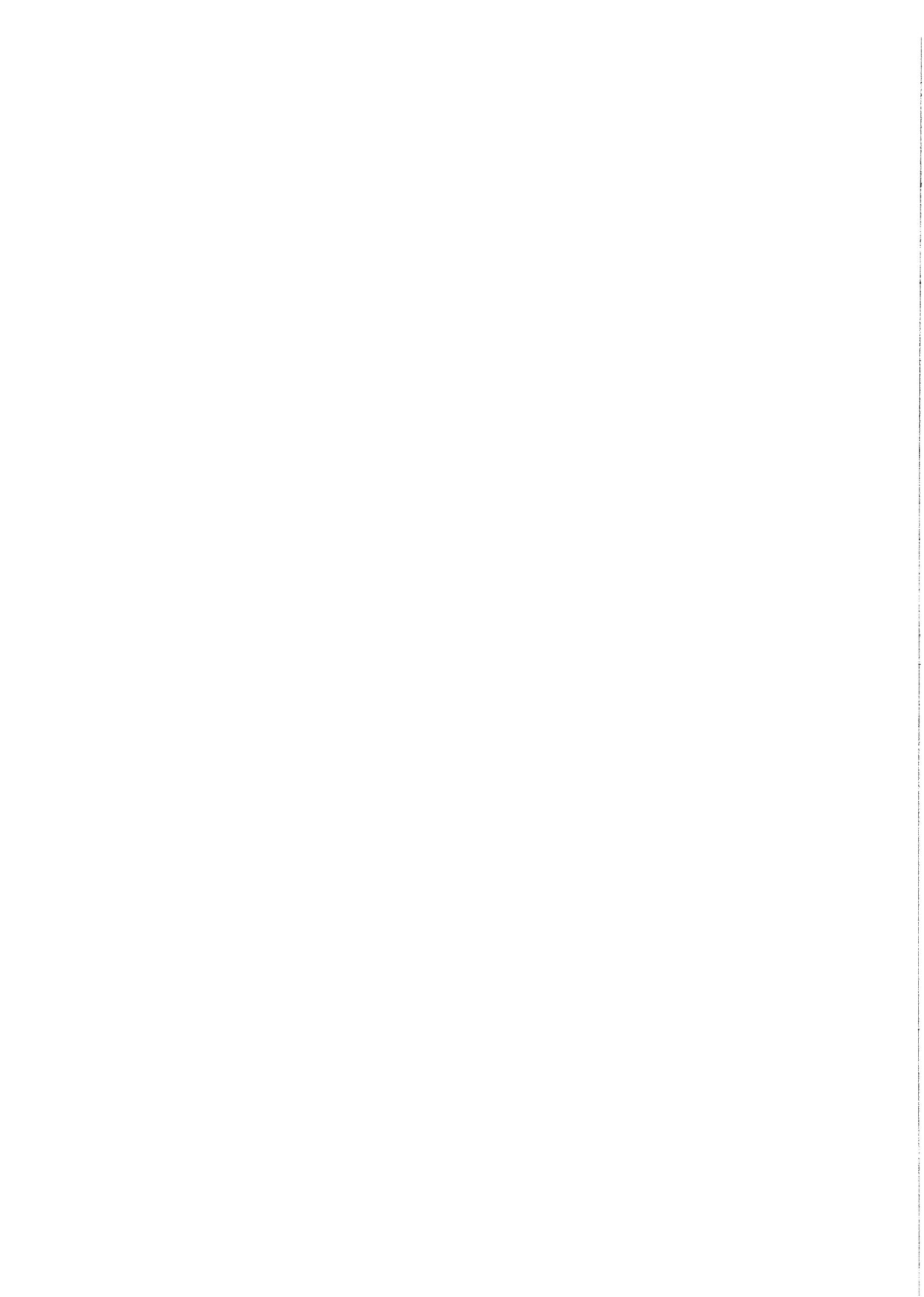
- *findstar* <http://www.bdl.fr/priam/findstar/>
- *priam* <http://www.bdl.fr/priam/>

Dans le futur, ces logiciels continueront d'être développés et améliorés et se verront complétés par d'autres fonctionnalités. L'interface WEB de *FindStar* devrait être connectée directement à *Priam* de manière à rendre opérationnelle l'ensemble de la chaîne de réduction astrométrique sur le WEB. Ce faisant, un observateur pourra obtenir, quasiment en temps réel, une astrométrie de haute précision des objets détectés, connus ou inconnus. Cette facilité permettra, par exemple, de prédire la position d'un objet inconnu dans le ciel pour la ou les nuits suivantes afin de le retrouver sans difficulté.

Références

- Berthier, J., Fienga, A., 1997, Comparaisons d'expressions de la réfraction astronomique, *Notes Scientifiques et Techniques du Bureau des longitudes : Journées scientifiques du Service des calculs et de mécanique céleste*, S056
- Bertin, E., Arnouts, S., 1996, SExtractor : software for source extraction, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 117, 393
- Descamps P., Marchis, F., Berthier, J., Prangée, R., Le Guyader, Cl., 2000, Astrométrie à petit champ avec l'optique adaptative, *Notes Scientifiques et Techniques de l'Institut de mécanique céleste* S072

- Fienga, A., Berthier, J., 2001, Principe de réduction astrométrique, *Notes Scientifiques et Techniques du Bureau des longitudes*, **S063**, à paraître
- Fienga, A., 1999, Observations astrométriques des planètes et ajustement des théories analytiques de leur mouvement, *Thèse de doctorat de l'Observatoire de Paris*
- Le Borgne, D., 1999, Interfaçage d'un programme de reconnaissance automatique de champs d'étoiles, *Rapport de stage technique, SUPELEC*
- Mink, D.J., 1997, WCSTools : putting image World Coordinate Systems to use, in *Astronomical Data Analysis Software and Systems VI, A.S.P. Conference Series*, **vol. 125**, 249, Gareth Hunt and H. E. Payne, editors
- Space Telescope Science Institute, 1995, STScI Digitized Sky Surveys, *Technical report* : [http : //stdatu.stsci.edu/dss/dss_form.html](http://stdatu.stsci.edu/dss/dss_form.html)
- Warmels, R.H., 1991, The ESO-MIDAS system, in *Astronomical Data Analysis Software and Systems I, P.A.S.P. Conference Series*, **vol. 25**, 115



BIBLIOTHÈQUE DE L'INSTITUT DE MÉCANIQUE CÉLESTE ET DE CALCUL DES ÉPHÉMÉRIDES

Th. Derouazi

1. Introduction

L'Institut de mécanique céleste et de calcul des éphémérides possède une bibliothèque riche à la fois en ouvrages anciens pour la plupart hérités du Bureau des longitudes et de son service des calculs et en ouvrages plus récents. Elle contient les publications annuelles de nos éphémérides (Connaissance des temps, Éphémérides astronomiques, Éphémérides nautiques, etc.), mais aussi les éphémérides publiées par d'autres organismes semblable à notre institut (l'observatoire naval de Washington par exemple), divers ouvrages et périodiques ciblés non seulement sur l'astronomie générale mais également sur la mécanique céleste, les mathématiques, la physique, ...

Nos anciens ouvrages qui se trouvaient rue Mazarine ont été rapatriés et entreposés dans des caisses en carton, dans un local de l'observatoire de Paris qui nous a été attribué, en attendant d'être mis en rayonnage. Ces ouvrages sont les seuls à avoir été répertoriés par Michel Tellier sur un petit logiciel de base de données Macintosh : Claris-Work. Ce travail a le mérite d'avoir constitué un répertoire d'une partie de ce que nous possédons, mais ce logiciel n'est pas prévu pour une base de données spécifique à l'usage d'une bibliothèque, et son support Macintosh n'est presque plus utilisé par le service.

Alain Albouy, chargé de recherche du CNRS au sein de l'équipe ASD (Astronomie et systèmes dynamiques), a succédé à Michelle Chapront-Touzé depuis 1997 en tant que responsable scientifique de notre bibliothèque. J'ai été sollicitée pour le seconder dans cette tâche, j'ai accepté avec enthousiasme et comme je n'avais pas la formation requise pour cette tâche de service j'ai demandé à suivre quelques stages d'initiation décrits en 4.3.

2. Composition

On peut décrire la composition de notre bibliothèque de la façon suivante. Nous recevons régulièrement :

- une quarantaine de périodiques dont Icarus, Astronomy and Astrophysics, Astronomical Journal et Celestial mechanics pour n'en citer que quelques-uns ;
- les éphémérides de nos confrères, américains, britanniques, chinois, indiens, japonais et russes ;
- des ouvrages d'auteurs scientifiques, une dizaine de milliers environ ;

- des comptes-rendus de thèses, des tirés à part, etc.
- sans oublier nos propres publications annuelles et ponctuelles.

3. Les problèmes

Pour répondre aux besoins de tous et avoir une bibliothèque digne de ce nom, nous devons résoudre de nombreux problèmes.

3.1. La place

C'est le problème principal. Nos ouvrages sont répartis actuellement dans tout le laboratoire et donc sur plusieurs étages, le seul local prévu à cet effet se trouve au 3ème étage mais est bien trop petit pour contenir tous les ouvrages que nous possédons. Nous en trouvons donc un peu partout, le long des murs de notre salle de réunion, dans les couloirs de deux de nos étages, dans des bureaux non prévus à cet effet. Et le manque de place se fait de plus en plus sentir puisque nous continuons à recevoir des ouvrages et périodiques. Alain est même quelquefois obligé d'entreposer les éphémérides de nos confrères au-dessus des étagères, des armoires ou dans des cartons. Nous avons également été obligés de reclasser grossièrement – faute de temps et bien entendu de place – les ouvrages par auteurs. Nous n'avons pas, pour l'instant, répertorié les manquants.

3.2. Le libre service

C'est une conséquence directe de la répartition anarchique et géographique de nos livres. Chacun peut se servir, et même si deux cahiers sont à la disposition des lecteurs afin de noter la date et l'intitulé de l'ouvrage emprunté, de nombreux ouvrages disparaissent chaque année, au détriment des personnes qui désirent les consulter.

3.3. Le catalogage

Le catalogage, mis à part celui des livres anciens que j'ai cité plus haut, est incomplet. Nous avons actuellement trois sortes de fichiers sous forme de fiches cartonnées, l'un classé par auteur, l'autre par matière et le troisième concerne les périodiques auxquels nous sommes abonnés. Ni les rapports de thèses, ni les tirés à part, ni les différents ouvrages que nous recevons ne sont répertoriés.

4. Les solutions

4.1. Une salle de bibliothèque unique

La priorité, me semble-t-il, est de réunir nos ouvrages dans un lieu unique suffisamment grand pour contenir l'ensemble des ouvrages. La salle de réunion pourrait servir de bibliothèque par exemple, si nous trouvons un autre lieu pour tenir nos réunions. Tant que ce problème ne sera pas résolu, nous pourrions difficilement poursuivre l'amélioration de l'utilisation de notre bibliothèque.

4.2. Amélioration du catalogage

Il y a deux formes de catalogage, l'ancienne : elle se présente sous forme de fiches cartonnées décrivant l'ouvrage avec différents types de classement, soit par auteurs, matières, etc. afin d'aider les lecteurs à trouver le plus facilement possible ce qu'ils cherchent.

La nouvelle consiste à utiliser une base de données, de préférence un logiciel spécifique aux bibliothèques qui permet de contenir toutes les données ci-dessus déjà nommées. Cette base de données, facile d'accès, peut être installée sur réseau (interne et externe) et permettrait au lecteur de trouver plus facilement les différents éléments dont il pourrait avoir besoin pour ses recherches. Par exemple, toutes les œuvres d'un scientifique ou tout ce qui a été publié sur tel ou tel sujet. Une base de données permet bien plus aisément qu'une fiche cartonnée d'élargir son champ de recherche, d'avoir en mémoire informatique notre

patrimoine bibliographique. Elle permet également de produire un répertoire sur fiche cartonnée, ce qui est toujours nécessaire, en cas de panne réseau, par exemple.

4.3. Stages de formation

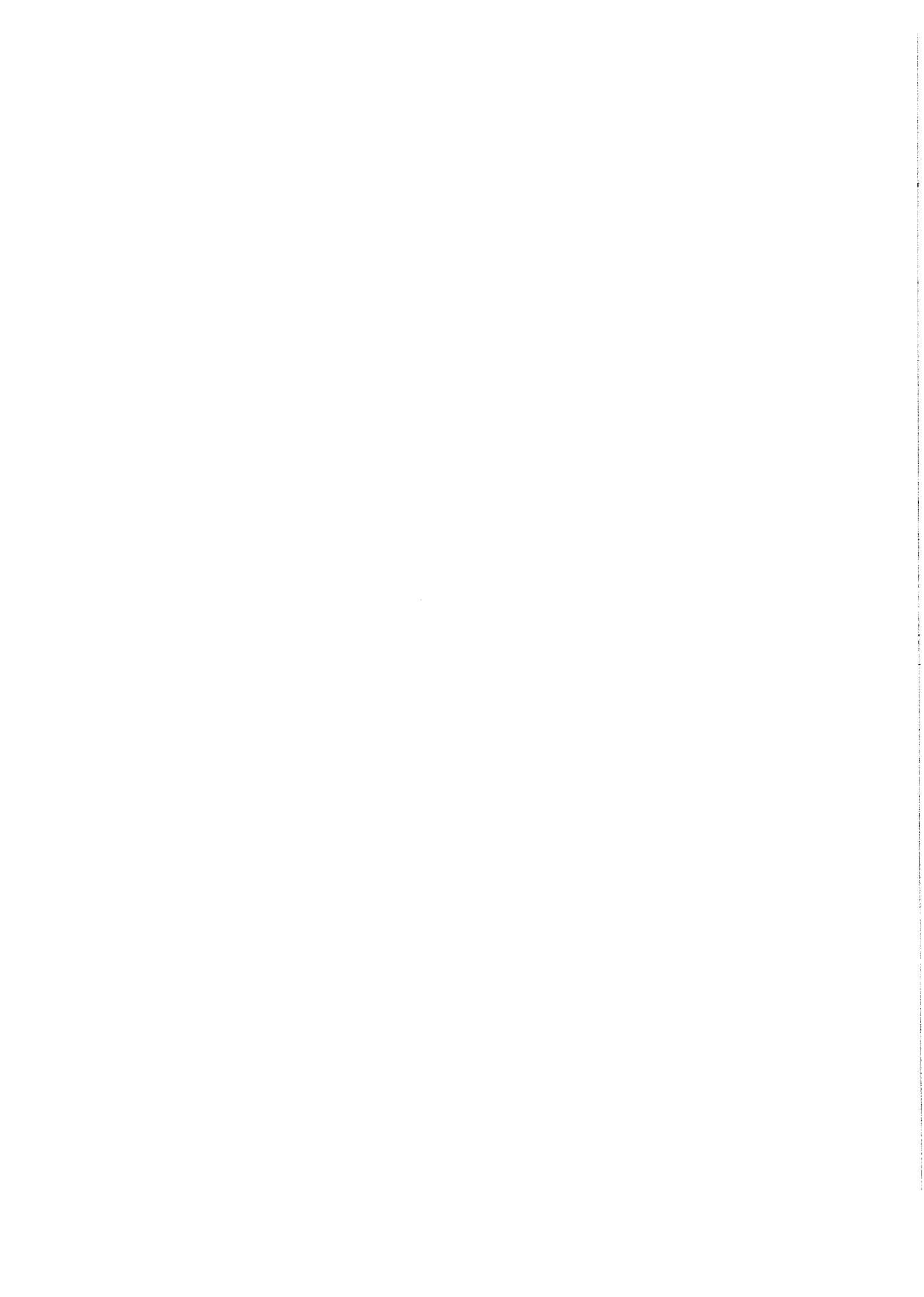
C'est dans ce sens que j'ai suivi un stage de quatre jours d'initiation au catalogage au *Pôle Métiers du livre* de l'Université Paris X. Ce stage qui est une première étape pour l'apprentissage du métier de bibliothécaire m'a permis de m'initier au catalogage à l'aide de nombreux exercices et en me référant à un ouvrage intitulé *Formation de bibliothécaires et documentalistes : normes pour l'épreuve de catalogage/AFNOR*. Ces règles du catalogage se dénomment ISBD (International standard bibliographic description) et concernent les éléments de la description en prescrivant un ordre pour ces éléments. Il permet au lecteur de prendre connaissance de nombreux renseignements sur un ouvrage. Comme par exemple : Titre, auteur, Nom de l'éditeur, année de la parution ou de la dernière édition, nombre de pages, format du livre, nom et numéro de la collection si c'est le cas, mention d'illustration sur la couverture, dans le texte, indexation, signalisation de la présence de cartes ou de CD, numéro d'ISBN, etc.

Comme je l'ai déjà indiqué nous pouvons trouver ce type de renseignement à la fois sur fiche cartonnée et sur notre écran. Ce premier stage était une initiation au catalogage. Les stages suivant m'apprendront les autres règles applicables au catalogage : classement par auteur, sujet, règles de l'indexation etc.

5. Conclusion

La tâche pour créer cette base de données est immense, il s'agit maintenant de savoir comment procéder quand le problème «géographique» de la bibliothèque sera résolu : plusieurs questions se posent ? Faut-il prévoir l'achat (et en a-t-on les moyens) d'un logiciel spécifique à l'usage d'une bibliothèque ou bien trouver une solution bâtarde, c'est-à-dire utiliser un petit logiciel de base de données assez simple mais ne correspondant pas tout à fait au catalogage. Quelle possibilité a-t-on au sein de notre laboratoire pour répertorier tout ce que nous possédons et procéder au «catalogage informatique»? Une personne n'est pas suffisante pour mener à bien ce travail, il faut réunir «physiquement » les livres, les répertorier, ensuite entrer les données sur le logiciel en question.

J'ai par ailleurs d'autres tâches au sein de l'Institut, je ne dispose que d'un tiers de mon temps de travail pour la bibliothèque. Actuellement, mon travail consiste surtout à réceptionner les périodiques ; apposer le tampon du service, y inscrire la cote et le noter sur la fiche correspondante, je les mets ensuite sur le présentoir et je range ceux qui s'y trouvaient précédemment. Alain et moi-même nous occupons de la reliure des périodiques et des ouvrages abîmés ou âgés.



VISIBILITÉ DU SITE WWW.BDL.FR

M. Couren

1. Sur la Toile¹

1.1. Les «Moteurs de recherche

1.1.1. Les Moteurs au sens strict

Ce sont des programmes hébergés par des sites permettant la recherche de pages ou de sites par la combinaison de mots-clés. Ils comprennent habituellement trois parties.

- «L'Araignée²» : parcourt la Toile à la recherche de serveurs, pénètre dans les sites, essaie de suivre les hyperliens pour récolter un maximum de pages. Sa fréquence de retour est environ bimensuelle.
- Le Catalogue : copie des pages trouvées par l'araignée, sa mise à jour est plus ou moins régulière. Il constitue la base sur laquelle la recherche s'effectue.
- Le Programme de recherche et de classement : travaille sur le contenu des pages du catalogue, en fonction des mots-clés entrés par l'utilisateur. Il permet souvent la combinaison logique des mots à rechercher dans le catalogue, avec des options et une efficacité variables.

1.1.2. Les Répertoires³

Ils recouvrent une notion très différente encore souvent confondue avec la précédente.

- Le Catalogue : celui-ci contient non plus des pages, mais des descriptions du contenu de sites, élaborées par des éditeurs (humains) qui parcourent la Toile à la recherche de sites ayant un intérêt éditorial. Ces derniers élaborent un classement thématique des sites pour permettre une recherche intuitive.
- Le Programme de recherche et de classement : travaille sur le contenu des descriptions des sites, en fonction des mots-clés entrés par l'utilisateur.

1.1.3. Les Hybrides et les «Méta-moteurs⁴»

- Les Hybrides : La plupart des sites de recherche sur la Toile associent désormais un répertoire et un moteur. La recherche d'information par mots-clés produit des résultats mélangeant la qualité éditoriale du site et la structure et le contenu des pages.

1. internet, Net, Web, Ouèbe...

2. spider, crawler

3. Directories

4. Meta-crawlers

- Les «Méta-moteurs» : au vu de la prolifération des sites de recherche d'information, certains tentent de regrouper plusieurs moteurs et se chargent de transmettre à chacun les requêtes des utilisateurs. Ils proposent alors leur propre classement.

1.2. La Recherche du site www.bdl.fr

1.2.1. Différents points de vue

Trouver efficacement l'information voulue sur la Toile varie selon le point de vue de l'utilisateur.

- Le «Spécialiste» : sous ce terme je regroupe les personnes qui utilisent régulièrement nos services, connaissent le site, ou peuvent trouver facilement l'information par le biais des références à notre site (publications, autres sites en astronomie, ...).
- L'Internaute initié : combine plusieurs répertoires et moteurs de recherche, maîtrise la combinaison logique des mots-clés. Les limites sont celles imposées par les moteurs de recherches eux-mêmes.
- Le Public débutant : passe généralement par un seul répertoire qui lui est familier, contrôle à grand peine le comportement des moteurs de recherche.

1.2.2. Analyse des connexions et tests de recherches personnels

Le rapport de connexions édité quotidiennement permet une analyse des chemins très variés empruntés par les utilisateurs pour trouver les pages du site.

- Le «Spécialiste» : On reconnaît ce type de connexion par l'utilisation d'une adresse simple aboutissant directement sur une page particulière. Elles proviennent donc souvent d'un autre site ou sont mémorisées dans les signets⁵ du butineur⁶ de l'utilisateur.

Exemple de connexion :

<http://format.obspm.fr/dea1.html/> ⇒ stageohp.html

- L'Internaute initié : Il utilise un moteur qui va produire une adresse complexe dans laquelle apparaîtront les mots-clés choisis. De nombreuses connections se font parce qu'il existe dans la page un ou plusieurs mots correspondant aux mots-clés, ce qui entraîne de fréquentes erreurs d'indexation. S'il a la patience de consulter les centaines voire les milliers de pages qui «sortent» lors d'une recherche, ou s'il est capable de restreindre ses recherches avec des mots-clés judicieusement choisis, il peut trouver le site mais difficilement une page précise.

Exemple de connexion :

http://altavista.fr/cgi_bin/query=ceinture+astéroïdes ⇒ JS94/latex/Hestro/actes/node1.html

- Le Public débutant : Le moteur va produire une adresse complexe dans laquelle apparaîtront des mots-clés qui ont peu ou rien à voir avec le sujet mais sont présents dans une page du site (dans les premières lignes de texte en général). Noyé dans le flot de pages issues d'une recherche malhabile, il a peu de chances de trouver notre site.

Exemple de connexion :

http://www.altavista.fr/cgi_bin/query=ouvrage+sur+la+pomme+de+terre
⇒ Eclipse99/pubec199.html

- Le site dans les Répertoires : On reconnaît ces connexions par la présence du nom d'un répertoire avec son arborescence. Les tests effectués montrent que le site est peu référencé.

Exemple de connexion :

http://fr.dir.yahoo.com/Sciences_et_technologies/Astronomie/Organismes/Bureau_des_Longitudes
⇒ index.html

5. bookmarks

6. navigateur, browser

1.3. Influence de la structure des pages

1.3.1. Structure des pages en HTML⁷

Les pages d'un site sont, dans le cas idéal, structurées comme suit :

- L'En-tête : destiné aux moteurs de recherche il permet d'améliorer grandement l'indexation d'une page. En effet leur nombre est de l'ordre du milliard sur la Toile, et comme pour un document écrit, on peut — et l'on doit — définir les éléments suivants :

Un **titre** («title») choisi pour apporter une information fidèle et courte sur la page.

Des **mots-clés** («meta keywords») choisis pour optimiser la recherche d'information

Une **description** («meta description») équivalent à un résumé de la page.

Une **indication pour les moteurs de recherche** («meta robots») autorisant ou non l'indexation de la page et le suivi de ses hyperliens.

- Le Corps : partie visible de la page sur les butineurs, il contient divers éléments :

Du **texte**, rapide à afficher, servant aussi aux moteurs de recherche.

Des **images**, ralentissant sévèrement les sites, mais très attractives pour le grand public.

Des **cadres** («frame»), si l'on souhaite incorporer plusieurs pages dans une seule ; leur usage est délicat.

1.3.2. Comportement des moteurs

Lors d'une recherche par mots-clés, leur comportement est très varié, toutefois des règles générales peuvent être identifiées :

La plupart recherchent les mots-clés dans les rubriques «title», «keywords» et «description». Si ces rubriques sont absentes (ou pour certains moteurs qui n'en tiennent pas compte), les seuls éléments permettant d'indexer une page sont les premiers paragraphes du corps de texte. Le contrôle de l'indexation est accepté par tous.

À éviter : cadres, images à zones sensibles, polices de caractère minuscules, texte invisible, mots-clés en commentaires ... Ces éléments gênent ou pénalisent l'indexation et le suivi des hyperliens.

1.4. Problèmes identifiés

- Structure des pages : absence de titre, mot-clé et description, mise en page parfois pénalisante.
- Cadres : perturbent de nombreux moteurs en empêchant l'indexation. L'analyse des connexions montre que des cadres non pertinents sont référencés à tort.
- Images : absence de texte alternatif qui s'affiche en info-bulle ou si on ne charge pas les images, et qui sert également à certains moteurs de recherche. Les images de fond d'écran sont longues à charger, de même que les images de «grande» taille (page d'accueil).

2. Selon les butineurs

2.1. Les butineurs

- Marques et versions : parmi la kyrielle de butineurs mis sur le marché, deux sont largement dominants . L'«explorer» de Microsoft et le «communicator» de Netscape. De multiples versions existent par ailleurs selon les systèmes d'exploitation, sans compter que des «anciennes» versions tournent encore ou fonctionnent mal. Le code HTML est donc souvent différemment interprété (de plus pour des raisons de marketing, telle fonctionnalité ajoutée au langage par un fabricant ne sera pas valide chez son concurrent). Il s'avère donc très important de vérifier que toute page va s'afficher correctement, quel que soit le butineur utilisé.

- Standard HTML : suite à de nombreux tests personnels il s'avère qu'à l'heure actuelle, **une page ne s'affiche de façon efficace et quasi identique sur tous les navigateurs que si le style de programmation respecte les règles suivantes** :

7. Hyper-Text Markup Language : langage de description de document hyper-texte.

HTML version 3.x, utilisation des titres prédéfinis à la place des fontes spéciales, limitation des nuances de couleurs et des effets spéciaux (codage dépendant de la marque)...

En général l'utilisation d'un éditeur wysiwyg⁸ crée un code pléthorique (long à charger et difficile à relire) et reproductible sur les seuls logiciels de la marque en question.

Toute page créée ainsi devra être standardisée pour pouvoir rester correctement visible par tous.

2.2. Problèmes identifiés

- Cadres : génèrent une largeur de page souvent supérieure aux six cents pixels conseillés.
- Images : vu les temps de chargement dissuasifs qu'elles engendrent il est bon de limiter leur taille (surtout en page d'accueil) , de les convertir en mode entrelacé et de permettre ensuite le chargement d'images de plus grande taille ou de meilleure définition.
- Fontes et couleurs : affichage «aléatoire» selon les butineurs, les versions, les systèmes d'exploitation.
- Manque : un moteur de recherche sur le site pour faciliter la recherche d'information.

3. Conclusions

- Pour chaque page : insertion dans l'en-tête d'un titre, des mots-clés, de la description et du contrôle d'indexation.

Reprise du titre et des mots-clés en tout début du corps de page pour les moteurs qui n'utilisent pas l'en-tête.

- Suppression des cadres non pertinents, contrôle des autres.
- Standardisation du langage HTML et tests d'affichage multiples.
- Proposition du site aux répertoires majeurs (et gratuits!)
- Création d'un moteur de recherche interne.

8. What You See Is What You Get : Ce que vous voyez à l'écran c'est ce que vous obtenez lors de l'affichage.

FORCES NON-GRAVITATIONNELLES ET LÉONIDES

J. Vaubaillon

1. Introduction

C'est dans le cadre du stage du DEA "Astronomie Fondamentale, Mécanique Céleste et Géodésie" que je suis entré à l'IMCCE. Le sujet, proposé par François COLAS traite des forces non-gravitationnelles, et de leur implication dans la prédiction des étoiles filantes. Nous considérons ici l'exemple des Léonides.

2. Présentation des Léonides

Le phénomène des Léonides est une pluie d'étoiles filantes (météorites et météoroïdes), intervenant tous les ans entre les 15 et 20 novembre, et dont le radiant est bien sûr situé dans la constellation du Lion. Ces étoiles filantes sont des particules de quelques microns, à quelques décimètres (voire le mètre), provenant de la désintégration du noyau de la comète 55P/Tempel-Tuttle.

2.1. Historique des Léonides

Il semble que les Léonides soient observées depuis fort longtemps. Les premières traces écrites qui nous restent datent de l'an 902 de notre ère, ce qui fait que nous avons des observations datant de plus de mille ans. De même, la comète 55P/Tempel-Tuttle semble avoir déjà été observée en 1366 par les chinois.

La (re)découverte "officielle" de la comète a eu lieu le 19 décembre 1865 par Guillaume Tempel à Marseille, et le 05 janvier 1866 par Mr Tuttle à Harvard. Le Verrier en 1867 associe Léonides et comète en comparant leurs données orbitales et en remarquant leurs similitudes.

Un maximum d'activité de Léonides est enregistré juste après le passage au périhélie de la comète (ce périhélie se situe aux alentours de l'orbite terrestre). Le taux horaire de météorites (ZHR) observés passe ainsi de quelques centaines à quelques dizaines de milliers suivant l'année. Ce phénomène s'observe sur environ trois ans consécutifs. Ainsi de telles tempêtes ont été observées en 1799, 1833, 1966, 1999 (pour les observations rapportées).

Mais il arrive aussi qu'il n'y ait pas de pluies spectaculaires, contrairement aux attentes (1799 par exemple).

Ceci s'explique par plusieurs facteurs : les particules éjectées à des vitesses de quelques dixièmes de kilomètres par secondes par rapport au noyau (à comparer à la vitesse de la comète au périhélie : environ 40 km/s) n'ont pas le temps de se disperser. Elles se déplacent donc toutes en bloc, et forment par conséquent comme un filament qui suivrait la comète plus ou moins fidèlement. C'est ce "plus ou moins bien" qui joue un rôle important.

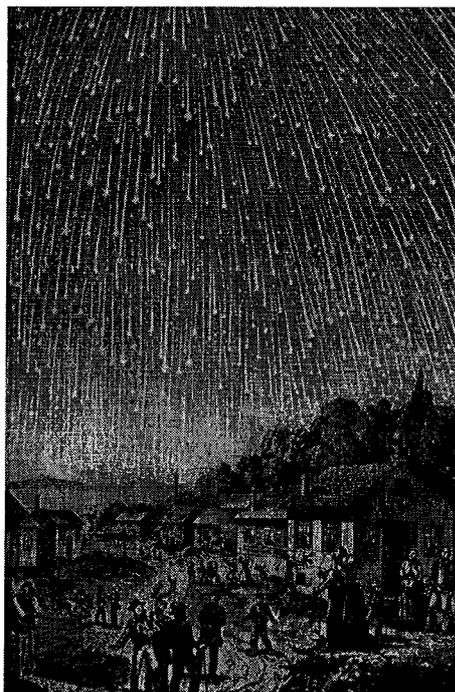


Fig. 1. Gravure évoquant la pluie de météorites de 1833.

2.2. Prédiction des Léonides

Il faut souligner que les résonances gravitationnelles avec Jupiter (5/14) ou Uranus, et les forces non-gravitationnelles entrent en cause ici. Ce sont deux tendances contradictoires : les résonances forcent les particules à rester sur une orbite plus ou moins stable, alors que les forces non-gravitationnelles (notées F_{ng}) tendent à les disperser. La méthode souvent employée pour prédire les Léonides est de modéliser l'évolution de quelques particules-test éjectées du noyau de la comète à certaines époques. Ceci permet d'estimer la date et l'intensité de la pluie. Les prévisions les plus crédibles ont jusqu'à maintenant été faites par Asher et McNaught, en considérant un modèle d'essaim en forme de filaments tournant autour du Soleil à des positions spécifiques suivant leur date d'émission de la comète.

Malheureusement, les Léonides de 1998 ont eu environ seize heures d'avance sur les prédictions, et, d'une manière générale, le ZHR est mal estimé. D'autre part, le modèle d'Asher et McNaught tient compte des F_{ng} de manière simplissime, en considérant $\beta = \frac{F_{ng}}{F_g} = 0.001$. Le but de ce stage est justement de raffiner nos connaissances sur les influences des F_{ng} .

3. Les forces non-gravitationnelles dans le système solaire

Il existe trois sortes de forces non-gravitationnelles :

- La pression de radiation solaire, due à l'interaction entre les particules et le rayonnement émis par le Soleil (sa direction est celle du rayon vecteur).
- Force de Poynting-Robertson, due à la réémission des photons par la particule. Le déplacement de celle-ci contracte les ondes émises devant elle (dans la direction du mouvement).
- Force de Yarkovsky-Radzievskii : si la particule possède un mouvement de rotation suffisamment lent pour qu'elle ne soit pas en équilibre thermodynamique, elle ne rayonnera pas uniformément : le côté le plus chaud (juste avant le coucher du Soleil) sera le plus émissif. Il en résulte donc une force, découverte par Yarkovsky, et affinée par Radzievskii.

Voici schématiquement un résumé de ces trois forces.

À partir de ces considérations, nous avons mis au point un programme de simulation pour évaluer les trajectoires de particules-test.

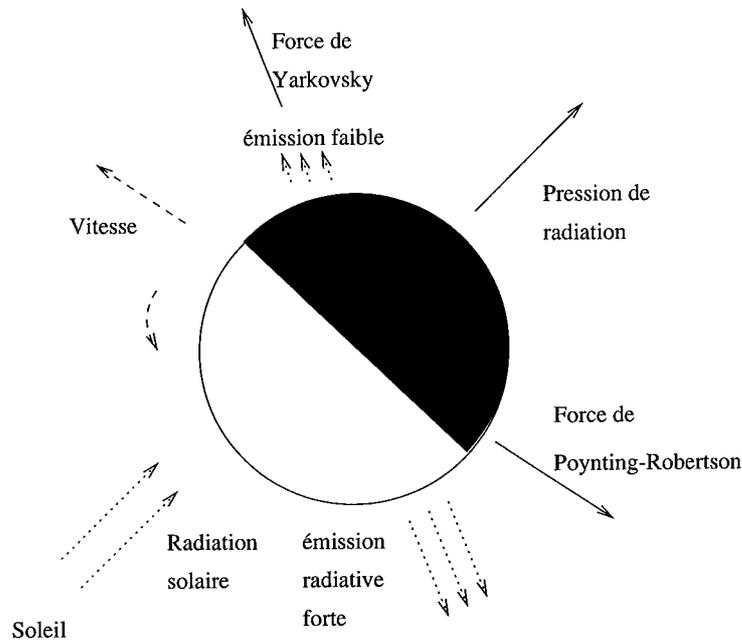


Fig. 2. Forces non-gravitationnelles agissant sur une particule dans le système solaire.

4. Mise en oeuvre de la simulation et premiers résultats

Compte tenu du temps imparti pour le stage (trois mois) nous avons repris le programme MINT, développé par Jérôme Berthier pour intégrer la trajectoire de la sonde MSR, et l'avons adapté au cas des Léonides. Pour cela, nous nous sommes aussi inspiré de la librairie Eproc2.0, qui contient déjà des routines de calcul de forces non-gravitationnelles pour les comètes. Ces forces ont été remplacées par celles citées plus haut. D'autres modifications nous ont permis de prendre en compte plusieurs particules.

Pour valider l'intégrateur, nous avons d'abord retrouvé l'orbite de la comète 55P/Tempel-Tuttle. Puis nous avons considéré quelques dizaines de particules. Les résultats montrent bien que les orbites des corps sont totalement différents et indépendants. Les forces non-gravitationnelles ont tendance à pousser les particules vers l'extérieur du système solaire.

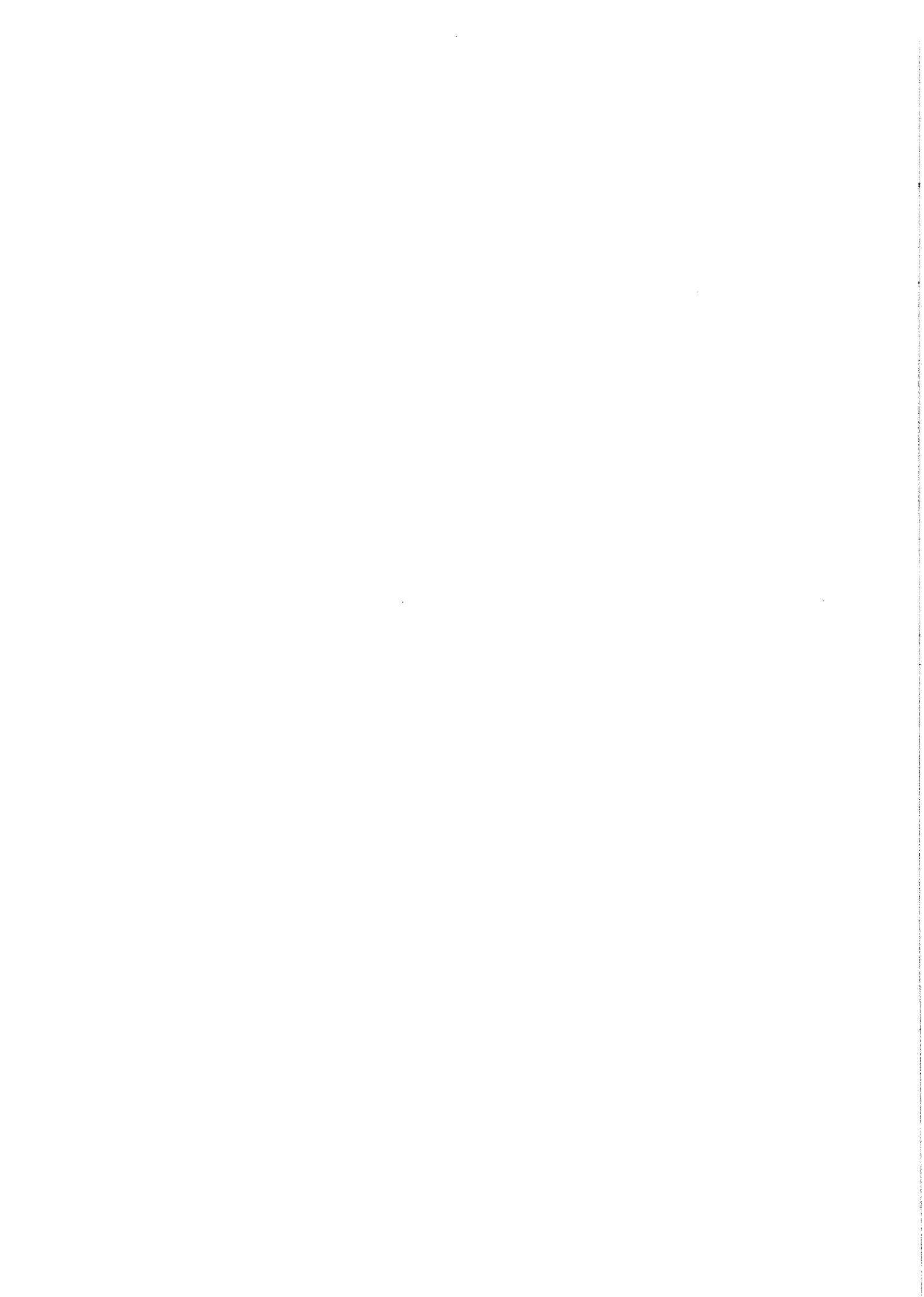
5. À l'Avenir

Pour la suite du stage, nous prévoyons d'intégrer plusieurs centaines de particules, mais pour cerner au mieux le problème d'évolution des essaims de météorites, et de l'influence des forces non-gravitationnelles dans le système solaire, ce travail devra être poursuivi en thèse. À terme, il s'agit aussi d'enrichir la base de données Eproc2.0, en ajoutant des routines de forces non-gravitationnelles valables pour tous les corps du système solaire.

Ce travail est aussi susceptible d'intéresser le CNES, pour la protection des satellites artificiels. Sa décision quant au financement de la thèse devrait bientôt nous parvenir.

6. Mise à jour

En Juillet 2000, le CNES donnait son accord pour le financement, et je commençais ma thèse en septembre.



MIGRATION MINITEL - WEB

G. Satre

1. Serveur Minitel

- Depuis avril 1998, fermeture du CNUSC, le serveur Minitel hébergé sur la station OSMONDE fonctionne sans aucun problème.
- Le nombre d'appels lors de l'éclipse du 11 août 1999, jusqu'à 830 dans la journée du 10 août (habituellement 50 par jour en moyenne), a été géré sans encombrement d'accès.
- Le passage à l'an 2000 n'a suscité aucune anomalie de fonctionnement. Seulement au niveau des statistiques une adaptation des programmes a été faite suite à la modification de format des fichiers "log" par le logiciel IRISA.
- Tableau des moyennes journalières :

1997	1998	1999	2000 (1-4)
51,3	47,6	59,7	42,7

- En cas de non-fonctionnement du serveur Web, une légère augmentation du nombre d'appels sur le serveur Minitel est observée ; en période normale la moyenne journalière des appels est en diminution.
- Les rubriques "Nouvelles et Ciel du mois" sont régulièrement mises à jour.

2. Mise sur serveur Web des données diffusées sur Minitel

2.1. Étude du transfert des rubriques Minitel vers le Web

- La spécificité des rubriques Minitel est que les données sont diffusées sous forme interactive.
- Le principe de base de la migration est de garder les mêmes fonctionnalités :
 - Données entrées
 - Période de validité
 - Résultats affichés

- Le choix du langage :
 - Les fonctions écrites pour le Minitel sont en langage C ; Javascript, proche du C, est exécutable sur le site de l'utilisateur.
 - Ce langage ne permet pas la déclaration du type des variables, d'où la nécessité de bien vérifier les conversions à l'utilisation de la bibliothèque mathématique.
 - La déclaration d'objets permet d'adapter aisément la notion de zone SPA présente dans les logiciels Minitel (Aix, Irisa)

2.2. Réalisation de la migration Minitel - Web

- Après une formation à la navigation Internet et à l'utilisation de FrontPage et du langage HTML, la migration a débuté par le calcul des saisons et les phases de la Lune.
- Le plus du Web :
 - Le lien des pages calcul avec des pages présentation, beaucoup plus détaillées que le simple guide Minitel, voir la Présentation des saisons par P.Rocher.
 - La possibilité d'ajouter des informations aux calculs existants pour remplir un peu la page, par exemple les jours de la Lune dans le mois pour les phases de la Lune.
- Déroulement de la migration :
 - À la première étape de la migration les rubriques sont transférées telles quelles, exception faite pour les deux rubriques signalées ci-dessus et réalisées pour déterminer les potentialités des langages et navigateurs.
 - La vérification de validité des résultats est faite par simple comparaison avec l'écran Minitel.

2.3. Ouverture de la migration Minitel - Web

- Les rubriques en cours de validation et en accès restreint à l'IMCCE par l'URL <http://www.bdl.fr/minitel> sont les suivantes :
 - Calcul du début des Saisons
 - Phases de la Lune
 - Concordance des calendriers (grégorien, julien, copte, musulman, israélite, période julienne)
 - Concordance des calendriers républicain - grégorien
 - Fêtes légales en France
 - Jour de la semaine
 - Date de Pâques, Comput
 Elles seront ensuite accessibles à l'Observatoire pour une courte période d'appréciation et intégrées à l'ensemble du serveur, en Astro-Info grand public, mi-juillet 2000.

2.4. Suite de la migration Minitel - Web

- D'autres rubriques sont analysées et en cours de réalisation. Elles seront mises en service en fin d'été :
 - Heures légales en France
 - Fêtes religieuses (chrétiennes, musulmanes, israélites)
- Des éphémérides de position sont à l'étude. Deux problèmes majeurs pour leur réalisation en Javascript sont à résoudre :
 - les conversions de type à vérifier soigneusement
 - l'utilisation de fichiers (paramètres, villes)
- Des explications et présentations des rubriques sont à rédiger et à intégrer au serveur pour ces nouvelles rubriques.

SUR LA NATURE DE PHOBOS ET DEIMOS : HISTOIRE D'UNE CONTROVERSE ENTRE SCIENCE ET SCIENCE-FICTION

J.-F. Bange

D'où viennent les idées scientifiques? On a évoqué l'imagination, les rêves, les circonstances psychologiques, historiques et sociales, etc (Holton, 1981). Des considérations idéologiques peuvent aussi rentrer en ligne de compte. S'il en existe des exemples bien connus, leur incursion dans la pratique quotidienne de la science passe souvent inaperçue.

1. Un peu de science

Les lunes de Mars, Phobos et Deimos, furent découvertes en août 1877 par l'astronome Asaph Hall (Hall, 1878). Il utilisa pour cela le nouveau réfracteur de 66cm de l'*US Naval Observatory*, ce qui lui permit de voir ces deux satellites de petites dimensions (15 à 20 km selon le plus grand axe), proches de la planète et de faible magnitude (mag=13 à l'opposition martienne). Ces deux satellites furent observés à plusieurs reprises dans les années qui suivirent, ce qui permit de déterminer leurs orbites avec une bonne précision.

En 1945 cependant, B. P. Sharpless, utilisant l'ensemble des observations disponibles dont celles qu'il a réalisées lui-même en 1941, met en évidence l'existence d'une accélération séculaire pour Phobos, le satellite le plus proche de Mars, et, dans une moindre mesure, d'une décélération pour Deimos. Autrement dit, Phobos semble se rapprocher lentement de la planète, décrivant une sorte de spirale, tandis que Deimos s'en éloigne. Les études qui suivent alors s'intéressent davantage à Phobos, pour lequel l'effet semble indiscutable. L'hypothèse de l'existence d'un milieu interplanétaire qui freinerait le satellite (Kerr et Whipple, 1954) est insuffisante pour rendre compte de cet effet. On examine alors la possibilité de l'existence d'un effet de marée (Jeffreys, 1957), qui ne peut non plus expliquer les observations. Mais dans les années 50, les études théoriques sur le mouvement des satellites de Mars restent rares. Les problèmes posés par les anomalies observées ne déchainent pas les passions.

2. La conjecture de Shklovsky

L'astrophysicien soviétique d'origine juive Iosif Shklovsky (1916-1985) fut l'un des plus brillants théoriciens soviétiques du siècle. Travaillant à l'Institut Sternberg de Moscou, il se fait connaître dans les années 50 pour son interprétation du rayonnement radio de la Nébuleuse du Crabe. Spécialiste des phénomènes d'émission à haute énergie dans les étoiles ou les galaxies (plasmas, émissions X ou radio), il aborde toutefois de nombreux sujets dans ces années-là, comme les rayons cosmiques, la haute atmosphère ou même

la réalisation d'une "comète artificielle" destinée à être expérimentée lors d'un tir de fusée. Cette époque voit en effet la naissance glorieuse de l'astronautique soviétique, avec le lancement du premier satellite artificiel (octobre 1957), les premières photographies de la face cachée de la Lune (1959), le premier homme en orbite (1961) et la première sonde vers Vénus (1962). Période exaltante pour un chercheur soviétique, pleine d'ivresse et d'optimisme, comme le relate Shklovsky dans ses souvenirs (Shklovsky, 1991, p. 247).

Bien que la planétologie ne soit pas sa spécialité, Shklovsky s'intéresse alors aux anomalies des mouvements de Phobos et Deimos. Il examine cinq explications possibles des accélérations constatées (force de freinage due au milieu traversé, pression de radiation solaire, force de marée, interaction électromagnétique avec le champ magnétique martien ou enfin perturbation mutuelle des deux satellites). Aucune de ces hypothèses ne permet de rendre compte des effets observés, à moins de supposer que la masse des satellites est très faible : les frottements sur les hautes couches de l'atmosphère martienne peuvent alors en rendre compte. Mais supposer une masse très faible, les dimensions étant connues par ailleurs, cela revient à supposer que la densité est très faible (Shklovsky l'évalue à 0,001). Les satellites sont donc creux. Ils sont par conséquent artificiels, sorte de "spoutniks géants", construits par une civilisation martienne désormais disparue, seule capable de mener à bien la construction de tels ouvrages.

La diffusion de ces idées emprunte un canal singulier, celui de la presse quotidienne. C'est en effet dans le journal *Komsomolskaya Pravda* que l'hypothèse de Shklovsky est publiée pour la première fois, le 1^{er} mai 1959, sous la forme d'un entretien. En quelques jours, l'information fait le tour du monde, reprise par les journaux de nombreux pays : *Un savant soviétique : Les deux satellites de la planète Mars, Phobos et Deimos, sont artificiels et ont été créés voilà 3 milliards d'années par des êtres intelligents* (*Le Figaro*, 2-3 mai 1959).

En 1962, Shklovsky publie un livre sur la vie dans l'univers : *Univers, Vie, Raison*, vaste synthèse sur la question de la vie extraterrestre. Livre scientifique (les calculs sont nombreux et élaborés), issu d'une commande destinée à célébrer le 5^{ème} anniversaire du lancement de *Sputnik 1*, son titre peut surprendre. Le chapitre 18 s'intitule "Les satellites de Mars sont-ils artificiels?". Cet ouvrage aura une grande importance dans tous les débats ultérieurs sur la recherche de vie extraterrestre, grâce à sa version américaine *Intelligent Life in the Universe* (Shklovsky et Sagan, 1966) qui le fait largement connaître à l'ouest. Sans jamais rencontrer Shklovsky, Carl Sagan traduit et remanie le texte de celui-ci, sans parvenir toutefois à en gommer tous les aspects idéologiques ou politiques, que l'on peut encore ressentir à sa lecture. Le chapitre 26 s'intitule : "Are the moons of Mars artificial satellites?".

Lorsque la controverse sera close, Shklovsky tentera, au cours de divers entretiens ou bien dans ses souvenirs, de minimiser l'importance de cet épisode, le qualifiant de "distraction". Ces éditions successives, sur une période de 7 années, et surtout une étude approfondie des textes, montrent que cette conjecture était tout sauf anodine.

3. Ce qui ne tombe pas dans l'oreille d'un sourd

Dans les jours qui suivent l'annonce de la nature extraterrestre des lunes martiennes, l'astronome américain G. M. Clemence critique sévèrement l'hypothèse dans la presse grand-public. Celle-ci fait toutefois son apparition dans la presse scientifique dans les années qui suivent, évoquée avec plus ou moins de détails par divers auteurs. Certains saluent l'audace de l'hypothèse (Schilling, Vinogradova et Radzievskii, Singer), d'autres se contentent de la mentionner (Öpik, Burns, Pollack *et al.*), d'autres enfin n'y font qu'allusion ou bien la passent sous silence (Redmont et Ferol, Wilkins). Quoi qu'il en soit, la conjecture de Shklovsky trace son chemin dans les textes scientifiques. Soulignons ici deux points intéressants : 1) cette hypothèse réussit son entrée dans le domaine scientifique en court-circuitant les procédures usuelles, sans être jamais passée par la voie des *referees* ou des comités de lecture ; 2) sa publication initiale dans un quotidien puis dans un livre soviétiques n'a pu se faire qu'avec l'accord de la censure d'état. Ce n'est qu'en 1967 que Shklovsky sera autorisé, pour quelques années seulement, à voyager hors d'URSS.

Les principales objections scientifiques adressées à Shklovsky portent sur deux points : soit ses calculs sont inexacts ou incomplets (Schilling, Vinogradova et Radzievskii), soit les observations de Sharpless sont erronées et les effets séculaires inexistantes (travaux de Wilkins). C'est cette interprétation qui l'emporte à la fin des années 60, avant que le survol rapproché de Phobos par la sonde américaine *Mariner 9* en 1971 n'infirmât définitivement le caractère extraterrestre des satellites de Mars (épisode bien décrit dans Sagan, 1973). Notons toutefois que des observations ultérieures (Smith et Born, 1976) confirmeront l'existence d'une accélération séculaire, explicable par des effets de marée!

La fortune de la conjecture de Shklovsky ne s'arrête pas là cependant. Selon une généalogie parfaitement retracée par l'ethnologue W. Stoczkowski (1999), les références à celle-ci abondent dans la littérature parascientifique (Pauwels et Bergier, Charroux, von Däniken, etc), même après 1971. Sa carrière dans la littérature grand-public ne semble d'ailleurs pas achevée (Lagrange, 1997).

4. Aux sources du merveilleux

La conjecture de Shklovsky peut-elle venir de la science-fiction? Au-delà de l'évidente proximité des thèmes évoqués par l'astrophysicien soviétique (vaisseau spatial géant, civilisation extraterrestre en avance sur la nôtre, civilisation disparue, planètes et lunes creuses et même extinction de la vie sur Terre), Shklovsky ne cache pas son intérêt pour la S-F, qu'il appelle "anticipation". Il cite ainsi dans son livre H. G. Wells, Stanislas Lem et surtout I. Efrémov, dont le roman paru peu de temps auparavant, *La Nébuleuse d'Andromède*, constitue une source d'inspiration revendiquée (Shklovsky, 1963, p.225). Notons encore que la version américaine de l'ouvrage surenchérit encore dans le fantastique littéraire ("Are the sands of Mars today drifting over the edifices and monuments of an ancient civilization?", Shklovsky et Sagan, 1966, p. 373), mais ces ajouts sont dûs à Sagan, qui cite aussi E. R. Burroughs ("la course folle des lunes de Barsoom"). Rappelons que le père de Tarzan est aussi connu pour avoir imaginé que la Terre était creuse, mais tout cela est une autre histoire...

L'influence de la science-fiction ne semble cependant pas suffisante pour comprendre les arrière-pensées de Shklovsky. Les années 50 voient en effet fleurir les hypothèses "scientifiques" faisant appel à l'intelligence extraterrestre, et ce surtout en Union Soviétique. Rappelons pour mémoire les observations d'OVNIS, à partir de 1947 aux USA, nombreuses également en URSS. Par ailleurs, A. Kazantsev, un écrivain de S-F, émet en 1958 l'hypothèse que la catastrophe de la Tuguniska (30 juin 1908) serait due à l'explosion d'un vaisseau spatial martien lors de sa rentrée dans l'atmosphère terrestre. Hypothèse qui n'est pas présentée comme une fiction par l'auteur, mais se veut une explication objective des faits. D'autre part, le docteur Modest Agrest, professeur de physique et de mathématique à l'université, ancien responsable des calculs dans le programme soviétique de bombe atomique, publie le 8 janvier 1960 un article dans la revue littéraire *Literatournaia Gazeta* défendant la théorie dite des "Anciens Astronautes". Il montre que des extraterrestres ont visité la Terre dans l'antiquité, ce que prouveraient certains passages de l'ancien testament. Les cités de Sodome et Gomorrhe, entre autres exemples, auraient été anéanties par des explosions nucléaires provoquées par un vaisseau spatial extraterrestre.

Le lien entre ces spéculations, selon lesquelles la visite d'extraterrestres sur Terre dans des temps reculés ne fait aucun doute, et certaines théories ésotériques toujours à l'œuvre dans les mouvements occultistes, a été clairement mis en lumière récemment par W. Stoczkowski (1999). Ces mêmes conceptions seront abondamment commentées dans la littérature parascientifique des années 60 (dans la revue *Planète* par exemple). On sait aussi que les thèmes des géants, des catastrophes, des astres creux et des technologies avancées, tous quatre présents dans la conjecture de Shklovsky, se retrouvent fréquemment dans les doctrines occultes (songez à la civilisation disparue des Atlantes, aux statues de l'île de Pâques, etc). L'hypothèse de l'astrophysicien soviétique provient-elle des théories occultistes?

5. Un peu d'ésotérisme

Les lunes de Mars ont un passé chargé. Avant même leur découverte effective, de nombreux auteurs, astronomes ou écrivains, en postulent l'existence : Kepler le premier (*Dissertatio cum nuncio sidereo*, 1611), les théologiens allemands A. Ehrenberg et J. Schudt (1711), J. Swift (*Gulliver's travels*, 1726), Voltaire (*Micromégas*, 1752), J. Mitchell, théologien anglais (1813)... C'est surtout Swift qui retient l'attention des commentateurs, car il fait prédire aux savants de l'île de Laputa (une île volante artificielle...) des orbites et des périodes pour les lunes de Mars proches des valeurs réelles (Gingerich, 1970). Avec la découverte des satellites en 1877, les spéculations redoublent : Swift était-il un martien? Les lunes, cherchées en vain en 1862 par un astronome allemand, se seraient-elles formées depuis (idée exprimée dans l'*Astronomie populaire* de C. Flammarion, 1880)? Plus troublant, les théosophes s'intéressent au problème et affirment en 1888 que Phobos ne peut être un satellite naturel : "Si ni Mercure ni Vénus n'ont de satellites, c'est pour des raisons exprimées plus haut... et c'est aussi parce que Mars a deux satellites auxquels il n'a pas droit... Phöbos [sic], le satellite INTERIEUR supposé n'est aucunement un satellite" (H. Blavatsky, *La*

Doctrine Secrète, p. 148). Shklovsky, qui a toujours défendu une position très rationaliste, entretient-il des liens avec ce courant occultiste?

Une lecture attentive de son ouvrage *Univers, Vie, Raison*, fournit des indices intéressants. Les idées de M. Agrest sur la visite d'astronautes sur la Terre dans l'antiquité sont largement citées dans le chapitre 23 et considérées comme "extrêmement intéressantes". Plus loin : "M. Agrest a eu le mérite de poser le problème de manière très scientifique". Quant à l'existence de monuments extraterrestres sur la face cachée de la Lune, également défendue par Agrest, Shklovsky trouve l'idée "très séduisante". On pourrait penser que l'astrophysicien fait preuve ici d'une absence de discernement scientifique. Or il se trouve que Modest Agrest est un ami très proche de Shklovsky (Shklovsky, 1991, p. 73). D'origine juive également, Agrest est resté très pratiquant et a longuement étudié le Talmud. Shklovsky, qui le connaît depuis 1938, lui rend fréquemment visite sur les bords de la mer Noire où il réside. On peut penser que l'influence de celui-ci dans l'énoncé de la conjecture sur les lunes martiennes est bien réelle.

Une autre référence intéressante se retrouve dans l'ouvrage de Shklovsky, c'est celle de Constantin Tsiolkovski (1857-1935), le célèbre pionnier de l'aéronautique. Dans le chapitre 24 de ce livre dédié à la raison, Shklovsky revendique l'autorité de Tsiolkovski, auteur d'un ouvrage d'inspiration occultiste intitulé *La volonté de l'Univers. Les forces inconnues de la Raison* (1928). Or il est notable également que Tsiolkovski appartenait à des cercles occultistes. Il avait imaginé une transformation des astéroïdes par l'homme pour en faire un "réseau de villes de l'éther". On retrouve chez Shklovsky (chapitre 21) l'idée d'une communauté des civilisations galactiques regroupées en un "Grand Anneau" (terme typiquement occultiste, emprunté à Efrémov). En outre, l'idée de la transformation d'un astéroïde en cité peut aussi constituer une source d'inspiration de la conjecture sur les lunes martiennes.

L'ouvrage de Shklovsky célèbre donc l'avènement futur de la raison, en des termes proches de ceux utilisés dans les théories occultistes. Cependant, un aspect plus politique se manifeste également dans la description d'une "société future d'êtres réellement raisonnables qui sera édifiée sur la base du communisme" (p. 226). Or l'utopie révolutionnaire soviétique est souvent liée à l'idée d'une transformation du monde à l'échelle cosmique. Le prolétariat, avec l'aide de la machine, transformerait le monde, creuserait la Terre et modifierait les orbites des planètes (Heller, 1979). Idées omniprésentes dans la science-fiction soviétique, en partie imposées par des directives strictes du parti. D'autres directives ont-elles pu influencer l'astronomie soviétique, comme elles ont influencé à cette époque certains domaines scientifiques en promouvant la "science prolétarienne" (Lecourt, 1976)? La question mériterait d'être approfondie. Il est certain en tout cas que la construction du communisme et la rivalité Est-Ouest ont joué un rôle dans l'apparition de théories mélangeant science et parascience.

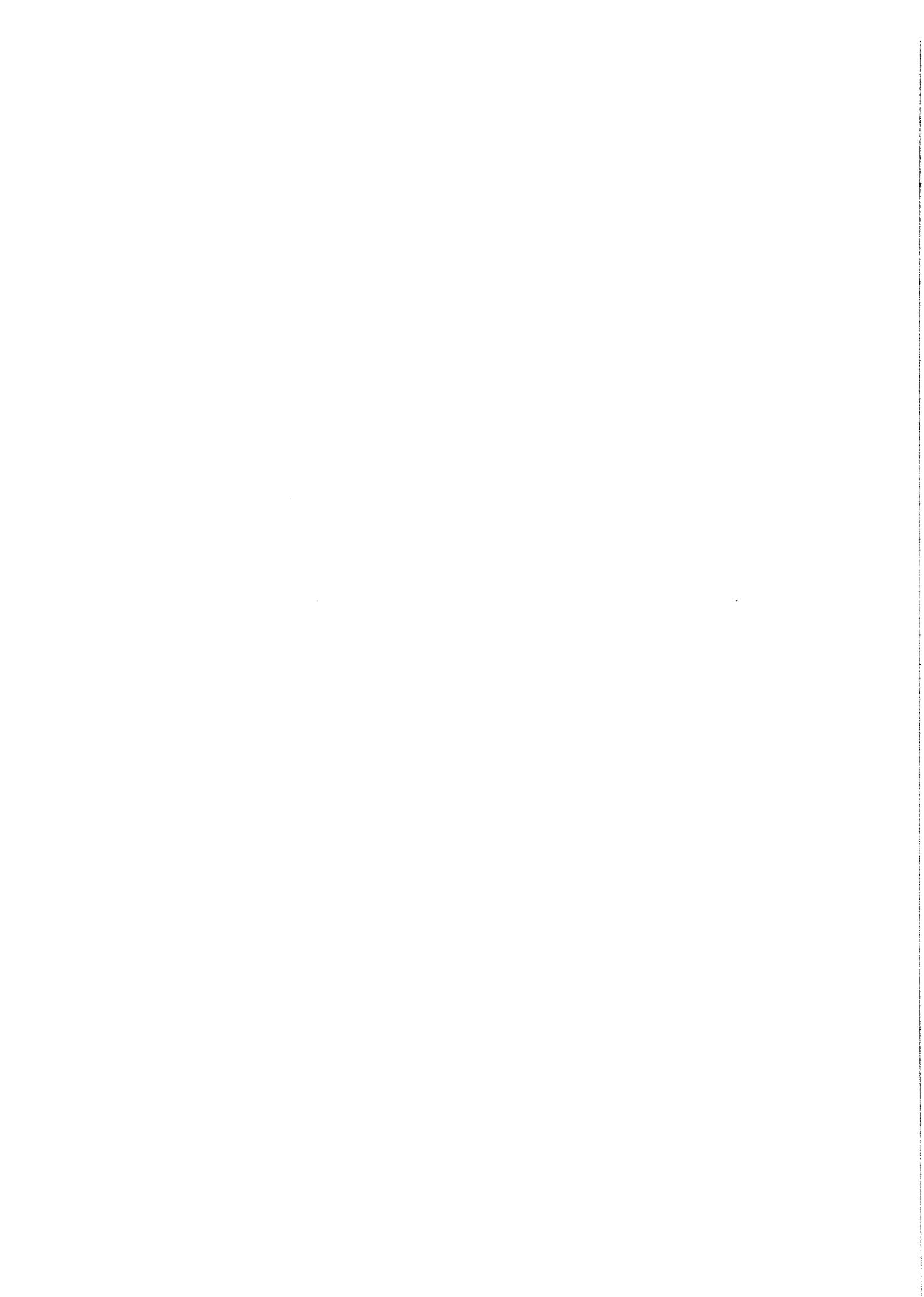
Il ne semble donc pas exagéré de dire que *Univers, Vie, Raison* est traversé de part en part d'idéologies où occultisme, rationalisme et propagande se rejoignent. Or l'hypothèse de la nature extraterrestre des lunes martiennes est l'une des pierres angulaires de cette construction. L'auteur y revient en effet dans sa conclusion, à l'avant-dernière page du livre : car c'est la première fois que l'on met ainsi en évidence, selon lui, "le fait que l'activité d'une société d'êtres raisonnables hautement organisée peut avoir des conséquences cosmiques et laisser des monuments qui survivront longtemps à la civilisation qui les a engendrés" (p. 190).

6. Conclusion

On observe dans les années 60 une diffusion de thèmes propres à la science-fiction dans le domaine scientifique, sans que leur scientificité soit rigoureusement établie. Si de telles hypothèses se révèlent stimulantes pour la recherche intellectuelle, elles peuvent parfois confiner à l'aveuglement. La conjecture de Shklovsky, aux influences occultistes, rationalistes et politiques mêlées, en est une illustration. En tout état de cause, elle semble symptomatique de la présence d'idéologies constamment à l'œuvre, aujourd'hui encore, dans la question de la vie extraterrestre

Références

- Blavatsky H., 1965, *La Doctrine Secrète*, Adyar-Paris (première éd. anglaise 1888)
- Burns J. A., 1972, *Rev. of Geophys. Space Sci.*, **10**, 463
- Charroux R., 1963, *Histoire inconnue des hommes depuis cent mille ans*, Robert Laffont, Paris
- von Däniken E., 1969, *Présence des extraterrestres*, Robert Laffont, Paris (1^{ère} éd. allemande 1968)
- Efremov I., 1958, *Toumannost'Andromedy*, M. Mol. Gv, Moscou
- Gingerich O., 1970, *Journal for the History of Astronomy*, **1**, 111
- Hall A., 1878, *Observations and Orbits of the Satellites of Mars*, US Gv. Print. Office, Washington DC.
- Heller L., 1979, *De la science-fiction soviétique*, L'Age d'Homme, Lausanne
- Holton G., 1981, *L'imagination scientifique*, Gallimard, Paris (1^{ère} éd. anglaise 1973)
- Jeffreys H., 1957, *Monthly Notices of the Roy. Astron. Soc.*, **117**, 585
- Lagrange P., 1997, *Sont-ils parmi nous? La nuit extraterrestre*, Découvertes Gallimard Canal+, Paris
- Lecourt D., 1976, *Lyssenko, histoire réelle d'une science prolétarienne*, F. Maspéro, Paris
- Öpik E. J., 1962, in *Progress in the Astron. Sciences*, S. F. Singer éd., North Holland, Amsterdam, 298
- Pauwels L. et Bergier J., 1975, *Le Matin des magiciens*, Gallimard, Paris (première éd. 1960)
- Redmont J. C. et Ferol F. F., 1964, *Icarus*, **3**, 87
- Sagan C., 1973, *Cosmic Connection*, Doubleday, New-York
- Schilling G. F., 1964, *Journal of Geophysical Research*, **69**, 9, 1825
- Sharpless B. P., 1945, *Astronomical Journal*, **51**, 185
- Shklovsky I. S., 1963, *Univers, Vie, Raison*, Mir, Moscou (1^{ère} éd. russe *Vselennaja, Zizn', Razum*, 1962)
- Shklovsky I. S., 1991, *Five billion vodka bottles to the moon*, W. W. Norton & Company, New-York
- Shklovsky I. S. et Sagan C., 1966, *Intelligent Life in the Universe*, Holden-Day, San Francisco
- Smith J. C. et Born G. H., 1976, *Icarus*, **27**, 51
- Stoczkowski W., 1999, *Des hommes, des dieux et des extraterrestres*, Flammarion, Paris
- Singer S. F., 1966, in *Moons and Planets*, A. Dolfuss éd., North Holland, Amsterdam, 317
- Swift J., 1726, *Gulliver's travels*, Londres
- Vinogradova V. P. et Radzievskii V. V., 1965, *Astromicheskii Zhurnal*, **42**, 424
- Wilkins G. A., 1969, *Nature*, **224**, 789



**UNE NOUVELLE CLASSE DE SOLUTIONS PÉRIODIQUES
DU PROBLÈME DES N CORPS
DANS LE CAS OÙ LES MASSES SONT ÉGALES**

A. Chenciner

Je décris le résultat principal d'un travail fait en collaboration avec Richard Montgomery de l'université de Santa Cruz. Je citerai à la fin les prolongements que lui ont donné les études numériques de Joseph Gerver et Carles Simó. Richard Montgomery et Carles Simó sont tous deux des invités réguliers de l'équipe A.S.D.

Lemme. *Pour toute "période" $T > 0$ fixée, il existe une courbe fermée plane analytique en forme de "huit", symétrique par rapport aux deux axes de coordonnées,*

$$\vec{q}_0 = (q_1, q_2) : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad \vec{q}_0(0) = \vec{q}_0(T) = 0,$$

ayant les propriétés suivantes : si à chaque instant t des masses unité sont placées respectivement aux points $\vec{r}_1(t) = \vec{q}_0(t)$, $\vec{r}_2(t) = \vec{q}_0(t+T/3)$, $\vec{r}_3(t) = \vec{q}_0(t+2T/3)$, le centre de gravité $\vec{r}_G = \sum_{i=1}^3 \vec{r}_i(t)$ de ces trois masses est constamment en 0, leur moment d'inertie $I = \sum_{i=1}^3 |\vec{r}_i(t)|^2$ par rapport à 0, leur potentiel $U = \sum_{i < j} |\vec{r}_i(t) - \vec{r}_j(t)|^{-1}$ et leur énergie cinétique $K/2 = (1/2) \sum_{i=1}^3 |\dot{\vec{r}}_i(t)|^2$ sont indépendants de t . Enfin leur moment cinétique $C = \sum_{i=1}^3 \vec{r}_i(t) \wedge \dot{\vec{r}}_i(t)$ est constamment égal à 0.

Il est facile de montrer numériquement (mais pas mathématiquement) que le mouvement des trois masses unité défini par $(\vec{r}_1(t), \vec{r}_2(t), \vec{r}_3(t))$ n'est pas une solution du problème des trois corps. C'eut été sinon un contre-exemple à la *conjecture de Saari* qui affirme qu'une solution du problème des n corps dont le moment d'inertie par rapport au centre de gravité est constant est nécessairement un *équilibre relatif*. Dans le cas de trois corps de masses égales les équilibres relatifs sont ou bien celui d'Euler où, un corps restant au centre de gravité 0, les deux autres décrivent un même cercle de centre 0 en restant diamétralement opposés, ou bien celui de Lagrange où les trois corps se poursuivent à vitesse constante sur un même cercle de centre 0 en formant à chaque instant un triangle équilatéral. Notons que l'identité classique de Lagrange-Jacobi (voir [1]) implique que U et K sont constants dès que I est constant. Le mouvement décrit par le Lemme était donc un candidat sérieux. Le théorème qui suit affirme qu'il n'était pas si loin d'être une solution :

Théorème ([5]). *Pour tout T , il existe une solution T -périodique de moment cinétique nul du problème des trois corps avec masses unité de la forme*

$$\vec{r}_1(t) = \vec{q}(t), \quad \vec{r}_2(t) = \vec{q}(t + T/3), \quad \vec{r}_3(t) = \vec{q}(t + 2T/3),$$

où \vec{q} est une courbe analytique plane en forme de "huit" ayant les mêmes symétries que la courbe \vec{q}_0 .

Comme dans la solution de Lagrange, les trois corps se poursuivent indéfiniment sur une même courbe. Mais au lieu d'avoir une configuration constante (le triangle équilatéral), ils prennent alternativement toutes les configurations d'Euler collinéaires (figure 1, d'après [5] dont on a conservé les notations : la période est notée \bar{T} et non T , et il faut remplacer 3,2,1 respectivement par 1,2,3 pour que la figure représente effectivement la solution décrite dans le théorème).

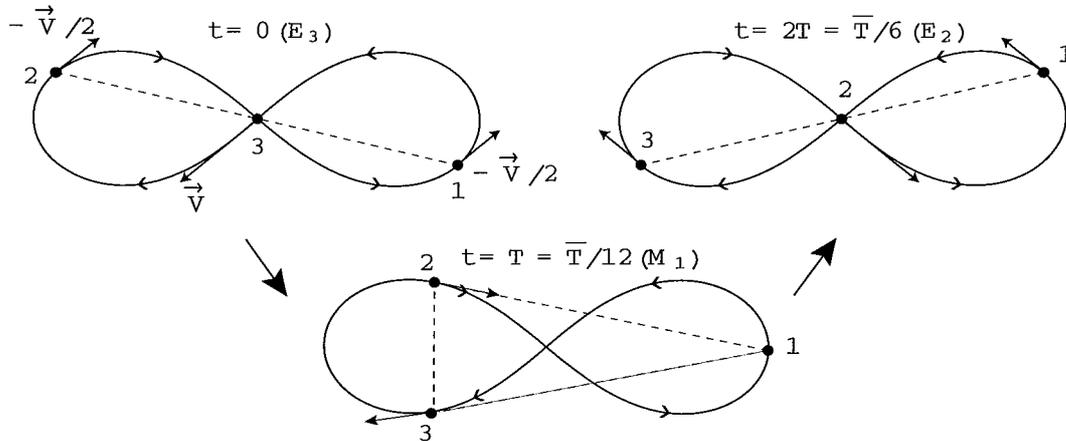


Fig. 1. (Conditions initiales calculées par Carles Simó)

$$x_1 = -x_2 = 0.97000436 - 0.24308753i, x_3 = 0; \vec{V} = \dot{x}_3 = -2\dot{x}_1 = -2\dot{x}_2 = -0.93240737 - 0.86473146i$$

$$\bar{T} = 12T = 6.32591398, I(0) = 2, m_1 = m_2 = m_3 = 1$$

La démonstration de ce théorème est obtenue en caractérisant la solution cherchée comme un minimum absolu de l'action lagrangienne $\mathcal{A} = \int_0^T (K/2 + U)dt$ dans un espace bien choisi de lacets de configurations de trois corps. Trois problèmes techniques doivent être surmontés (voir [3],[11]) : 1) l'existence d'un minimum "à distance finie" : elle vient de l'imposition de conditions de symétrie qui éliminent la possibilité de corps immobiles à l'infini ; 2) la non-trivialité d'un minimum absolu, c'est-à-dire la preuve qu'il ne peut être la solution de Lagrange (qui est le minimum absolu dans beaucoup de cas, voir [4]) : ici aussi, c'est la forme des contraintes de symétrie qui joue ; 3) l'absence de collisions : il découle en effet des classiques estimations de Sundman (voir [1],[2]) que l'action reste finie au voisinage d'une solution présentant des collisions. C'est ici qu'intervient la courbe \bar{q}_0 donnée par le lemme. On montre en effet que toute solution avec collision ayant les symétries prescrites a nécessairement une action supérieure à celle du lacet de configurations décrit dans le lemme. Cette dernière se calcule très facilement puisque K et U sont alors indépendants de t . Les calculs numériques effectués par Carles Simó montrent qu'elle est en fait très proche de l'action minimale.

Remarques.

- 1) Numériquement (C. Simó [13]), la solution décrite dans le théorème semble unique pour une période T fixée. I varie de moins d'un centième, U et K de moins d'un dixième.
- 2) Toujours numériquement (et toujours par C. Simó [13]), on montre que cette solution est *dynamiquement stable*. Autrement dit, elle est accompagnée d'une infinité de solutions quasi-périodiques. C'est particulièrement remarquable puisqu'au contraire la solution de Lagrange est instable dans le cas de masses égales.
- 3) Une solution de ce type avait déjà été obtenue numériquement en 1993 par Cris Moore [12] mais, curieusement, personne dans le milieu de la Mécanique Céleste ne connaissait son papier. C'est Phil Holmes qui, venant à Paris donner une conférence sur Poincaré, m'a donné cette référence au début du mois de juin 2000. Les cloisons sont bien étanches entre les spécialités !
- 4) D. Heggie [8] a montré numériquement que la solution décrite dans le théorème pouvait apparaître comme produit de l'interaction de deux binaires de mêmes masses.

- 5) En utilisant la méthode qu'il avait utilisée avec la solution collinéaire de Schubart, M. Hénon [9] a montré numériquement que la solution décrite dans le théorème appartient à une famille à un paramètre de solutions périodiques dans lesquelles les trois corps se poursuivent sur une même courbe dans un repère tournant.
- 6) De très nombreuses solutions dans lesquelles un nombre arbitraire de corps de même masse se poursuivent sur une courbe plane ou spatiale ont été trouvées numériquement. Très probablement, le nombre de telles solutions est déjà infini pour trois corps dans le plan et quatre corps dans l'espace, mais la preuve mathématique de leur existence, très simple dans le cas d'un potentiel "strong force" (i.e. en $1/r^a$, $a \geq 2$) où ne se pose pas le problème des collisions, manque dans le cas du potentiel Newtonien (voir [6],[7],[10],[14]).

Références.

- [1] Chenciner, A., 1997, Introduction to the N-body problem, *notes of the Ravello summer school*
- [2] Chenciner, A., 1998, Collisions totales, Mouvements complètement paraboliques et réduction des homothéties dans le problème des n corps, *Regular and chaotic dynamics*, V. 3, 3, 93-106
- [3] Chenciner, A., 1999, Action minimizing periodic orbits in the Newtonian n -body problem, à paraître dans les *Proceedings of the Chicago Conference dedicated to Don Saari* (Contemporary Mathematics)
- [4] Chenciner, A., Desolneux, N., 1998, Minima de l'intégrale d'action et équilibres relatifs de n corps, *C.R.A.S.* t. 326, Série I, 1209-1212, 1998, Correction in *C.R.A.S.* t. 327, Série I, 193
- [5] Chenciner, A., Montgomery, R., 2000, A remarkable periodic solution of the three body problem in the case of equal masses, *Annals of Mathematics*, 152, 881-901
- [6] Chenciner, A., Gerver, J., Montgomery, R., Simó, C., 2001, Simple Choreographic Motions of N Bodies : A Preliminary Study, à paraître dans *Geometry, Mechanics and Dynamics* (Springer)
- [7] Davies, I., Truman, A., Williams, D., 1983, Classical periodic solutions of the equal-mass $2n$ -body problem, $2n$ -ion problem and the n -electron atom problem, *Physics letters* vol. 99A, n^01 , 15-18
- [8] Heggie, D.C., 2000, A new outcome of binary–binary scattering, *Mon. Not. R. Astro. Soc.*, 318, L61-L63
- [9] Hénon, M., , 2000, *communication privée*
- [10] Hoynant, G., 1999, Des orbites en forme de rosette aux orbites en forme de pelotte, *Sciences*, 99-2, 3-8
- [11] Montgomery, R., 1999, Action spectrum and Collisions in the three-body problem , à paraître dans les *Proceedings of the Chicago Conference dedicated to Don Saari* (Contemporary Mathematics)
- [12] Moore, C., 1993, Braids in Classical Gravity, *Physical Review Letters*, 70, 3675-3679
- [13] Simó, C., 1999, Lecture à paraître dans les *Proceedings of the Chicago Conference dedicated to Don Saari* (Contemporary Mathematics)
- [14] Simó, C., 2000, New families of Solutions in N -Body Problems, à paraître dans les *Proceedings of the ECM 2000*, Barcelona, available at <http://www.iec.es/3ecm>

Vulgarisation. Un article de Dana Mackenzie décrivant la solution en huit est paru dans *Science*, vol. 287, n^05460 , page 1911, sous le titre *Triple Star Systems May Do Crazy Eights*.



LA SOLUTION ANALYTIQUE TOP2000 POUR LE MOUVEMENT DES GROSSES PLANÈTES

J.-L. Simon

Résumé. TOP2000 est une théorie analytique des quatre planètes Jupiter, Uranus et Neptune où les perturbations sont calculées sous forme de séries de Poisson d'une seule variable angulaire. Elle contient les perturbations apportées par les planètes intérieures, les perturbations dues à Cérès, Pallas et Vesta, les perturbations dues à Pluton, et les perturbations relativistes. Les perturbations dues à Pluton ont été calculées par une méthode permettant de développer par rapport au temps la résonance Neptune-Pluton. La théorie a été construite avec des valeurs modernes des masses. Elle a été ajustée aux intégrations numériques du JPL, DE403 (solution TOP2000A) et DE405 (solution TOP2000B). La précision de cette théorie est de l'ordre de 0''002 sur [1880, 2000], quelques 0''001 sur [1000, 3000] et quelques 0''1 sur [-4000, +8000], ce qui représente un gain par rapport aux théories anciennes supérieur à 10.

1. Rappels

- Nous avons construit une théorie des planètes Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune (indicées de 5 à 8).
- Nous utilisons les variables elliptiques classiques : a , λ , $k(e \cos \varpi)$, $h(e \sin \varpi)$, $\gamma(\sin \frac{i}{2})$, Ω . Nous notons $\bar{\lambda}$ la longitude moyenne : $\bar{\lambda} = \lambda^0 + Nt$ où N est le moyen mouvement moyen.
- Les équations du mouvement sont les équations de Lagrange.
- Les solutions sont développées sous forme de séries de Poisson d'une seule variable angulaire :

$$x = x_0 + x_1 t + \dots + x_j t^j + S_0 + t S_1 + \dots + t^j S_j \quad (1)$$

où $S_q = \sum_r \{A_r \cos r\mu + B_r \sin r\mu\}$, l'argument angulaire μ étant donné par :

$$\mu = (N_5 - N_6)t/880 = 0.3595t \text{ où } t \text{ est en milliers d'années.} \quad (2)$$

2. Remarques sur la représentation

Notre argument est un argument de période 17485 ans. Nous avons choisi cette représentation pour plusieurs raisons : les problèmes numériques sont considérablement simplifiés et on pourra facilement calculer les seconds membres des équations par analyse harmonique ; le choix de l'argument permet de construire une théorie valable sur un intervalle de temps de l'ordre de plusieurs milliers d'années et assure une meilleure convergence pour le couple Jupiter-Saturne que dans les représentations classiques, sans détériorer pour autant les perturbations correspondant aux autres couples (Simon et al., 1992).

Les séries (1) sont des fonctions analytiques du temps et notre théorie est donc bien analytique. Par ailleurs les longitudes moyennes moyennes sont reliées à μ par des relations du type : $\bar{\lambda}_i = q_i\mu + \varepsilon_i t$ où les q_i sont des entiers fixés et où les ε_i sont des quantités petites devant les moyens mouvements moyens des quatre grosses planètes. Il en résulte qu'un argument d'une théorie classique de la forme $r_5\bar{\lambda}_5 + r_6\bar{\lambda}_6 + r_7\bar{\lambda}_7 + r_8\bar{\lambda}_8$ devient dans notre représentation un multiple de μ , $p\mu$ et réciproquement. Ainsi, par exemple, la grande inégalité Jupiter-Saturne $2\bar{\lambda}_5 - 5\bar{\lambda}_6$ est représentée, chez nous, par l'argument 19μ , l'argument à moyenne période $4\bar{\lambda}_5 - 11\bar{\lambda}_6 + 3\bar{\lambda}_7$, par l'argument 7μ et il est tout à fait possible, pour un argument donné, de revenir à la représentation classique à partir de la nôtre.

3. La méthode

Nous avons intégré les équations du mouvement par une méthode itérative basée sur l'analyse harmonique (Simon et Joutel, 1988). Les développements (1) ont été calculés avec $j = 12$ pour les quatre planètes de façon à construire une théorie de grande précision sur l'intervalle de temps $[J2000 - 6000, J2000 + 6000]$. Nous avons gardé tous les termes donnant des contributions supérieures à $0''.00001$ sur 1000 ans et $0''.001$ sur 6000 ans. Nous avons calculé les perturbations par les planètes intérieures à partir de la théorie VSOP82 (Bretagnon, 1982) comme indiqué dans Simon (1996). Nous avons également calculé les perturbations au premier ordre des masses apportées par Pluton et les astéroïdes Cérés, Pallas et Vesta. Enfin, nous avons introduit dans notre solution les perturbations relativistes issues de Lestrade et Bretagnon (1982).

Nous avons utilisé le système de masses planétaires IERS92 et construit deux solutions TOP2000A et TOP2000B, ajustées, respectivement, aux intégrations numériques du JPL, DE403 (Standish et al., 1995) et DE405 (Standish et al., 1998).

4. Perturbations par Pluton

Pour construire une théorie précise des grosses planètes, il est nécessaire de tenir compte des perturbations apportées par Pluton sur Uranus et Neptune. Il faut, pour cela, disposer d'une théorie analytique, au moins sommaire, du mouvement de Pluton. Or, construire une telle théorie, sous la forme classique de séries de Poisson des longitudes moyennes des planètes, est très difficile, en particulier à cause de la résonance $2\bar{\lambda}_8 - 3\bar{\lambda}_9$ ($\bar{\lambda}_9$ étant la longitude moyenne de Pluton).

Avec notre représentation, l'argument $2\bar{\lambda}_8 - 3\bar{\lambda}_9$ devient l'argument 1μ et, comme pour les représentations classiques, il est pratiquement impossible de construire un premier ordre utilisable. Nous avons donc construit les perturbations du premier ordre apportées par Pluton sur les grosses planètes sous forme de séries de Poisson d'un argument ν très voisin de l'argument (2) et donné par :

$$\nu = N_8 t / 105 = 0.3632t \text{ où } t \text{ est en milliers d'années.} \quad (3)$$

On a alors $N_9 = 70\nu - 0.0715t$ et on voit que la résonance est représentée par l'argument 0μ , c'est-à-dire que les perturbations correspondant à la résonance sont développées en polynômes du temps.

Le premier ordre Neptune-Pluton se représente alors sans difficulté. Nous l'avons calculé de la façon suivante : nous sommes partis de constantes d'intégration du mouvement de Pluton obtenues à partir des intégrations numériques du JPL par Chapront (1999) et avons calculé un premier ordre provisoire que nous avons ajusté à DE405 pour obtenir des constantes plus conformes à notre théorie ; nous avons ensuite calculé son expression définitive. L'ajout de ce premier ordre permet de diviser par 5 les écarts entre notre solution du mouvement de Neptune et DE403 ou DE405, sur 100 ans. Notons qu'il est ensuite facile de transformer les séries de Poisson de l'argument (3) en séries de l'argument (2), de façon à n'avoir qu'un seul argument angulaire dans l'expression de notre solution.

5. Résultats

Les résultats que nous présentons ici se rapportent à la solution TOP2000B mais nos deux solutions ont, bien entendu, la même précision.

5.1. Comparaisons à DE405

Les constantes d'intégration de notre solution sont calculées par ajustement à DE405 sur l'intervalle de temps [1880, 2000]. Sur cet intervalle de temps les écarts maximums en longitude moyenne entre notre théorie et DE405 vont de 0."0015 pour Jupiter à 0."003 pour Saturne.

Sur l'ensemble de l'intervalle de temps couvert par DE405, [1600, 2200], les écarts en longitude moyenne ne dépassent pas 0."003 pour Jupiter, Uranus et Neptune et 0."009 pour Saturne. Ils sont illustrés par la figure 1.

5.2. Comparaisons à des intégrations numériques internes

Nous avons comparé notre solution à des intégrations numériques internes (c'est-à-dire à des intégrations numériques dont les valeurs initiales sont données par la théorie elle-même) sur différents intervalles de temps. Sur [1000, 3000] (figure 2), les écarts maximums entre la théorie et l'intégration numérique sont de quelques 0."001 pour Jupiter, Uranus et Neptune et atteignent 0."018 pour Saturne. Sur [-4000, 8000] (figure 3), ils sont de l'ordre de quelques 0."1. Sur [-8000, 12 000], ils vont de 15" pour Jupiter à 45" pour Saturne.

5.3. Comparaisons à DE406

Nous avons également comparé notre solution à l'intégration numérique du JPL DE406 qui est un prolongement de DE405 sur l'intervalle de temps [-3000, 3000]. Les résultats sont cohérents avec ceux de la comparaison avec l'intégration numérique interne et sont illustrés par la figure 4. Sur l'ensemble de l'intervalle les écarts maximums entre notre théorie et DE406 sont de l'ordre de quelques 0."1.

5.4. Discussion

La précision de notre théorie pour différents intervalles de temps est donnée dans la table 1 qui concerne les longitudes moyennes.

Table 1. Précision de la théorie TOP2000 pour les longitudes moyennes des quatre grosses planètes.

	$\bar{\lambda}_5$	$\bar{\lambda}_6$	$\bar{\lambda}_7$	$\bar{\lambda}_8$
[1880, 2000]	0."0015	0."003	0."002	0."0015
[1000, 3000]	0."008	0."018	0."006	0."008
[-4000, 8000]	0."5	0."8	1."	0."6
[-8000, 12 000]	15"	45"	30"	20"

Pour les variables k et h la précision est meilleure que $< 5 \times 10^{-8}$ (0."01) sur [1000, 3000] et $< 1.5 \times 10^{-6}$ (0."3) sur [-4000, 8000].

Le gain en précision par rapport aux théories anciennes VSOP87 (Bretagnon et Francou, 1988) et JASON84 (Simon et Bretagnon, 1984) est supérieur à 10.

Par rapport à la théorie VSOP2000 de Moisson (2000), la précision est moins bonne d'un facteur 2 environ sur l'intervalle de temps [1880, 2000]. Ceci est dû à la meilleure représentation des perturbations par les planètes intérieures dans VSOP2000. En revanche dès que l'intervalle de temps est supérieur à quelques centaines d'année notre théorie est plus précise. La raison en est que les perturbations correspondant aux moyennes périodes sont parfaitement représentées dans notre solution, en particulier pour le couple Jupiter-Saturne, alors qu'elles sont difficiles à calculer dans les théories classiques.

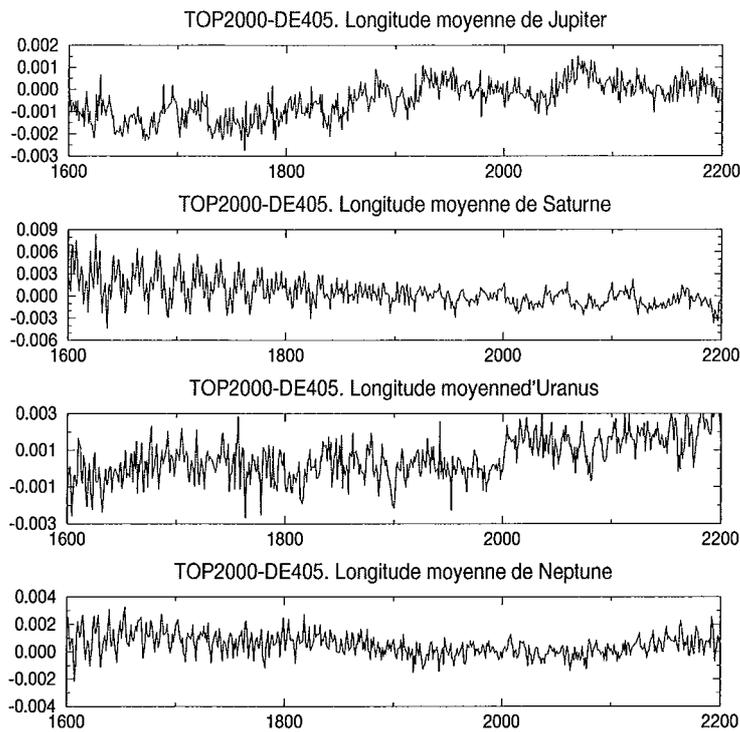


Fig. 1. Différences entre TOP2000B et DE405, pour les quatre longitudes moyennes des grosses planètes, sur [1600, 2200]. L'unité est la seconde de degré.

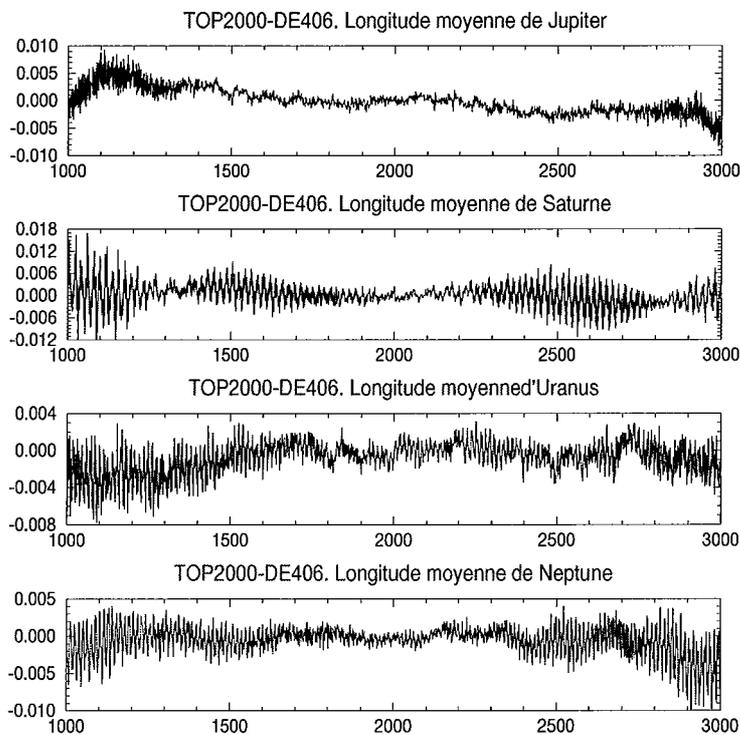


Fig. 2. Différences entre TOP2000B et une intégration numérique interne, pour les quatre longitudes moyennes des grosses planètes, sur [1000, 3000]. L'unité est la seconde de degré.

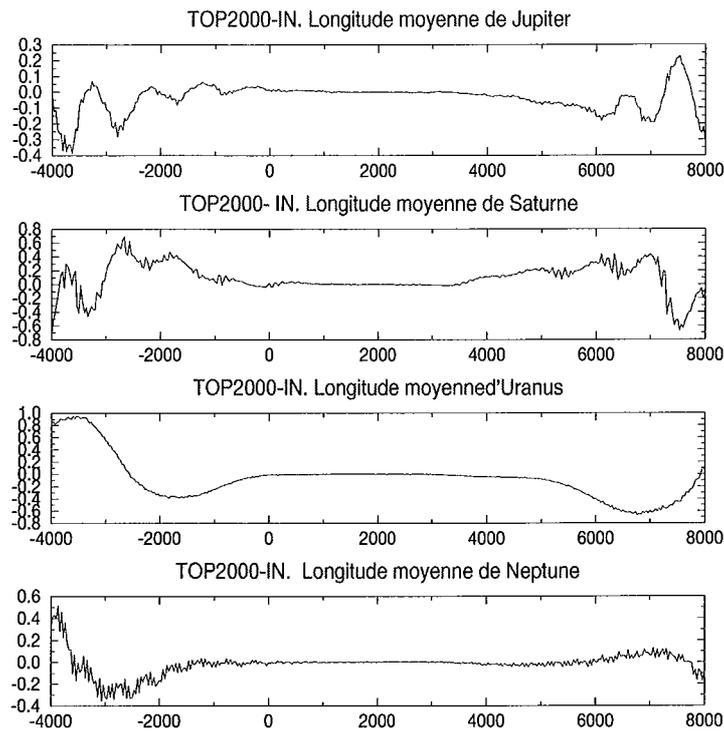


Fig. 3. Différences entre TOP2000B et une intégration numérique interne, pour les quatre longitudes moyennes des grosses planètes, sur $[-4000, 8000]$. L'unité est la seconde de degré.

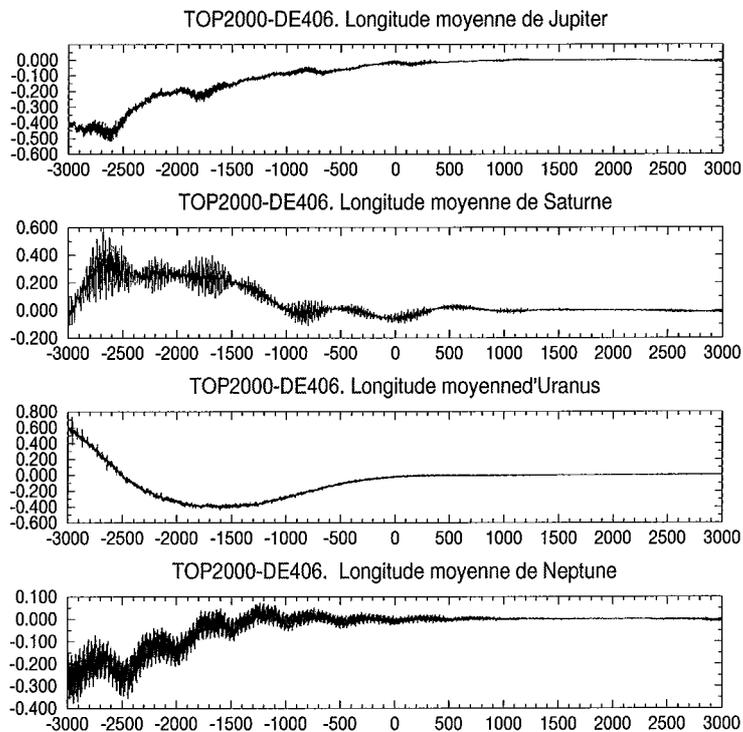


Fig. 4. Différences entre TOP2000B et DE406 sur $[-3000, 3000]$, pour les quatre longitudes moyennes des grosses planètes. L'unité est la seconde de degré.

6. Conclusion

Nous avons construit une théorie analytique du mouvement des quatre grosses planètes d'une grande précision sur un intervalle de temps de l'ordre de plusieurs milliers d'années.

L'amélioration de notre théorie sur un intervalle de temps de l'ordre de la centaine d'années passe par une meilleure représentation des perturbations par les planètes intérieures. Ceci pourra être effectué en utilisant les méthodes d'analyse spectrale exposées par E. Breton (2001) ou encore en utilisant les résultats de Moisson (2000).

À l'inverse il sera facile d'utiliser notre bonne représentation des moyennes périodes pour améliorer la précision de VSOP2000 sur des intervalles de temps supérieurs à quelques centaines d'années.

Enfin on peut envisager de construire une théorie analytique de Pluton sur un intervalle de temps de quelques centaines d'années en prolongeant la méthode utilisée pour calculer les perturbations du premier ordre des masses dues à cette planète.

Références

- Bretagnon, P., 1982, Théorie de l'ensemble des planètes. Solution VSOP82, *Astron. Astrophys.*, **114**, 278
- Bretagnon, P., Francou, G., 1988, Planetary theories in rectangular and spherical variables. VSOP87 solutions, *Astron. Astrophys.*, **202**, 309
- Breton, E., 2001, Modélisation d'une intégration numérique en séries de Fourier ou de Poisson par les TFD, *ibid.*, 83
- Chapront, J. : 1999, *Communication privée*
- Lestrade, J.F., Bretagnon, P., 1982, Perturbations relativistes pour l'ensemble de planètes, *Astron. Astrophys.*, **103**, 103
- Moisson, X., 2000, Intégration du mouvement des planètes dans le cadre de la relativité générale, *Thèse*, observatoire de Paris
- Simon, J.L., 1996, New semi-analytic theory of the four outer planets. *IAU Symposium No 172 Dynamics, Ephemerides and Astrometry of the Solar System*, S. Ferraz-Mello, B. Morando, J.E. Arlot, eds., 49
- Simon, J.L., Bretagnon, P., 1984, Théorie du mouvement de Jupiter et Saturne sur un intervalle de temps de 6000 ans. Solution JASON84, *Astron. Astrophys.*, **138**, 169
- Simon, J.L., Joutel, F., 1988, Calcul des perturbations mutuelles de Jupiter et Saturne en fonction d'une seule variable angulaire, *Astron. Astrophys.*, **205**, 328
- Simon, J.-L., Joutel, F., Bretagnon, P., 1992, Calcul des perturbations mutuelles des quatre grosses planètes en fonction d'une seule variable angulaire, *Astron. Astrophys.*, **265**, 308.
- Standish, E. M., Newhall, X X, Williams, J. G., Folkner, W. F., 1995, JPL planetary and lunar ephemerides, DE403/LE403, JPLIOM **314**, 10
- Standish, E. M., Newhall, X X, Williams, J. G., Folkner, W. F., 1998, JPL planetary and lunar ephemerides, DE405/LE405, JPLIOM

MODÉLISATION D'UNE INTÉGRATION NUMÉRIQUE EN SÉRIES DE FOURIER OU DE POISSON AVEC LES TFD

E. Breton

1. Introduction

Ce stage m'a été proposé par J.-L. Simon qui a résolu par approximation à des séries de Poisson en t^{12} les mouvements des quatre grosses planètes Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune. Pour introduire les perturbations liées aux planètes intérieures, il s'est contenté de reprendre les perturbations à l'ordre 3 des masses, des planètes intérieures sur les grosses planètes et de les introduire dans les itérations. Le travail consiste donc à analyser le résidu entre DE405 et son modèle, par des TFD. Mais ce travail d'extraction de fréquences à travers des TFD est généralisable à bien d'autres problèmes de traitement du signal.

2. Rappels de traitement du signal

Il y a un outil mathématique qu'on utilise beaucoup en traitement du signal, c'est la théorie des distributions. Dans le domaine du calcul numérique la distribution qu'on utilise sans arrêt, c'est le Dirac. Lorsqu'on additionne une infinité de distributions de Dirac centrées en $n \times a$ pour n allant de $-\infty$ à $+\infty$, on obtient un peigne de Dirac à l'échelle a .

Un numéricien ne serait rien sans la théorie des distributions, car échantillonner une fonction analytique, ou numériser un signal analogique, c'est les multiplier par un peigne de Dirac. Moyennant la connaissance de ces notions, on obtient deux résultats essentiels à connaître : le critère de Shannon et une fonction analytique de reconstruction parfaite à une suite numérique de nombres.

Le critère de Shannon : on ne peut pas échantillonner une fonction à une fréquence inférieure au double de la plus haute fréquence contenue dans le spectre de la fonction.

Moyennant le respect de ce critère, la formule de reconstruction parfaite est alors la suivante : $f(n)$ étant une suite de valeurs discrètes représentatives d'une fonction analytique ou d'un signal analogique $f_a(t)$, échantillonnée avec une période T_e . On appelle sinus cardinal la fonction $\text{sinC}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$:

$$f_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} f(n) \text{sinC}\left(\pi\left(\frac{t}{T_e} - n\right)\right)$$

La série de Fourier (SF) s'applique à une fonction périodique. La transformée de Fourier (TF) s'applique à une fonction intégrable en module de $-\infty$ à $+\infty$. Il y a donc à priori incompatibilité entre ces deux points de vues. La réconciliation se fait par l'ajout d'un troisième élément la fenêtre d'observation.

On ne peut pas calculer la TF de la fonction analytique reconstruite. On définit donc une nouvelle transformation qui est très peu différente de la TF, c'est la transformée de Fourier numérique (TFN).

À partir de cette TFN on définit la transformée de Fourier discrète (TFD), qui est la discrétisation de la TFN par un peigne de Dirac. On obtient ainsi un outil qui est une matrice inversible entre la suite des nombres qui représentent la fonction et la suite des nombres qui représentent la TFN.

3. Relation entre la série de Fourier et la TFD

Commençons par nous limiter à la série de Fourier en restant au voisinage de 0.

Pour retrouver le développement en série de Fourier d'une fonction à partir d'une TFD, on utilise les théorèmes suivants.

De même que la TF du produit d'une fonction par une fonction fenêtre, c'est la convolution de la TF de la fonction par la TF de la fenêtre, on peut calculer algébriquement des propriétés analogues pour la TFN. La TFN d'une fenêtre rectangulaire qui vaut 1 de $-NT_e$ à NT_e et qui est nulle partout ailleurs, c'est un sinus cardinal périodisé $\text{sinCP}(w) = \frac{\sin Nw}{\sin w}$. Alors que la TF d'une fenêtre rectangulaire qui vaut 1 de $-NT_e$ à NT_e et qui est nulle partout ailleurs, c'est un sinus cardinal $\text{sinC}(w) = \frac{\sin w}{w}$. Voilà le genre de petites différences qu'il y a entre une TF et une TFN.

Le deuxième théorème que j'utilise tout le temps, c'est que la TF d'une exponentielle complexe n'est pas une fonction mais la distribution Dirac. La convolution d'un Dirac par un sinus cardinal, c'est donc le sinus cardinal recentré sur la fréquence de l'exponentielle complexe.

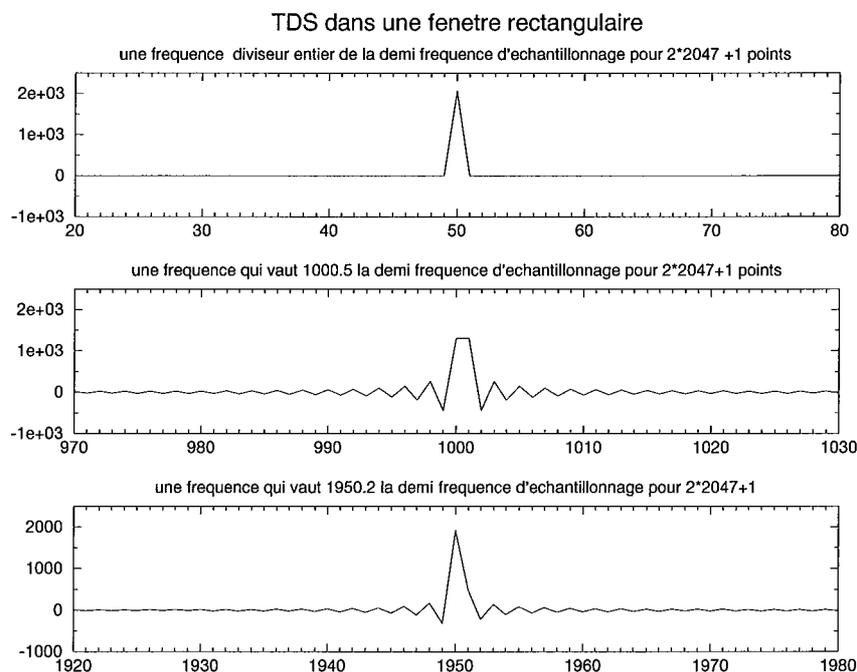


Fig. 1. différents échantillonnages du sinus cardinal périodisé.

Pour bien utiliser les TFD, il est préférable de travailler sur un intervalle centré pour ne pas être perturbé par un déphasage. Je décompose la suite de nombres en une suite symétrique et une suite antisymétrique. Le regroupement des coefficients symétriques deux par deux transforme la TFD en une transformée en cosinus discrète (TDC). De même les coefficients antisymétriques permettent d'obtenir une transformée en sinus discrète (TDS). Il reste toutefois à diviser le résultat par un facteur dépendant du nombre d'échantillons totaux : $\frac{1}{2N+1}$ pour retrouver la constante et $\frac{2}{2N+1}$ pour retrouver les coefficients du sinus et du cosinus de la série de Fourier.

C'est donc parce que nous savons que le résultat pour une fréquence pure est un sinus cardinal périodisé, qu'il est possible de retrouver de façon exacte le coefficient et la fréquence à partir d'une raie isolée de la TFD.

Si les fréquences sont enchevêtrées les unes sur les autres on procède par approximations successives. La première étape est de repérer les maximums en ne s'intéressant qu'à ceux qui sont distants des autres d'au moins 30 pas. Après soustraction des fréquences obtenues, dans le signal, on refait une TFD. Puis, on recommence.

P. Bretagnon m'a demandé un travail du même style mais différent. Il cherche des fréquences extrêmement basses et ne les connaît pas à priori. Il serait tentant de ne conserver que quelques points équidistants de l'intégration numérique pour avoir un fichier qui ne soit pas trop gros. Mais ce serait négliger le critère de Shannon de restructurabilité parfaite. Il faut filtrer passe bas la suite de nombres obtenus, filtrer à $\frac{F_{e2}}{2}$ avant de pouvoir sous échantillonner à F_{e2} , sinon on va avoir des fréquences de repliement. Mais comme le meilleur filtre que l'on puisse faire c'est la TFD, il ne faut pas hésiter à conserver tous les points du calcul, même si on ne calcule la TFD que sur les basses fréquences. Il reste un problème si le pas est variable, il faut extrapoler à des intervalles réguliers pour informer le signal que rien n'a changé entre ces deux points calculés. On peut compresser le résultat à l'intérieur même du calcul en soustrayant simultanément les valeurs approximatives de la substitution numérique et en faisant une compression informatique. Si ça s'avère trop compliqué, il faut prévoir un très bon filtrage passe-bas.

Un intérêt de la TFD, c'est de trouver le bon pas pour l'intégration numérique. En effet le critère de restructurabilité parfaite pour une intégration numérique est le critère de Shannon. Un pas de 2 jours permet de vérifier que pour Jupiter un pas de 4 jours est le bon pas si la précision cherchée est de 10^{-12} .

Une première étape a consisté à ne pas faire intervenir des fréquences nouvelles, ni des fréquences dont les coefficients seraient inférieurs à mes corrections.

Mais dès qu'on est dans les fréquences de Mars, il manque des coefficients. Il faut donc déterminer des nouvelles fréquences à la fois en amplitude et en position. A partir de ce moment là on arrive à un nouveau résultat.

Mais il vient un moment où le résidu ne contient plus des fréquences mais des objets d'un autre type.

4. La série de Poisson

Une série de Poisson en t^{12} est un polynôme en t^{12} , dont les coefficients sont des séries de Fourier avec les mêmes fréquences. Il suffit donc de refaire 12 fois le même travail que précédemment dans des fenêtres centrées en 12 points du temps pour obtenir un système de 12 équations à 12 inconnues inversible, pour chaque fréquence. Mais il faut obtenir le même polynôme pour chaque fréquence, à un facteur multiplicatif près ce qui est à priori impossible, sauf si le signal s'y prête. Il s'agit donc dans les faits de se contenter d'analyser la faisabilité pour les fréquences ayant les plus gros coefficients. Il faut que la taille de la fenêtre soit négligeable devant l'espacement des centres. On est en face du dilemme suivant : pour gagner de la précision, il faut agrandir la fenêtre d'observation, mais alors les puissances du temps ne sont plus négligeables. Cette étude est donc faite pour voir si on peut prendre en considération les formes particulières générées par les puissances du temps, afin de pouvoir agrandir la fenêtre et reconnaître ce qui vient des puissances du temps. La TF d'une exponentielle complexe dans une fenêtre, c'est la convolution d'un Dirac par la TF de cette fenêtre. C'est donc un centrage du motif de cette fenêtre sur la fréquence du sinus ou du cosinus.

On est donc obligé d'avoir de la marge autour de la fréquence qu'on cherche pour pouvoir reconnaître des objets de ce type.

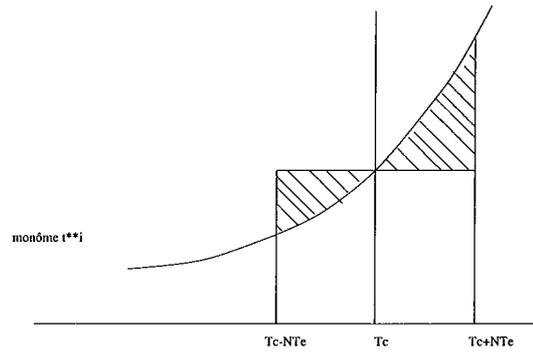


Fig. 2. le fenêtrage distordu des puissances du temps.

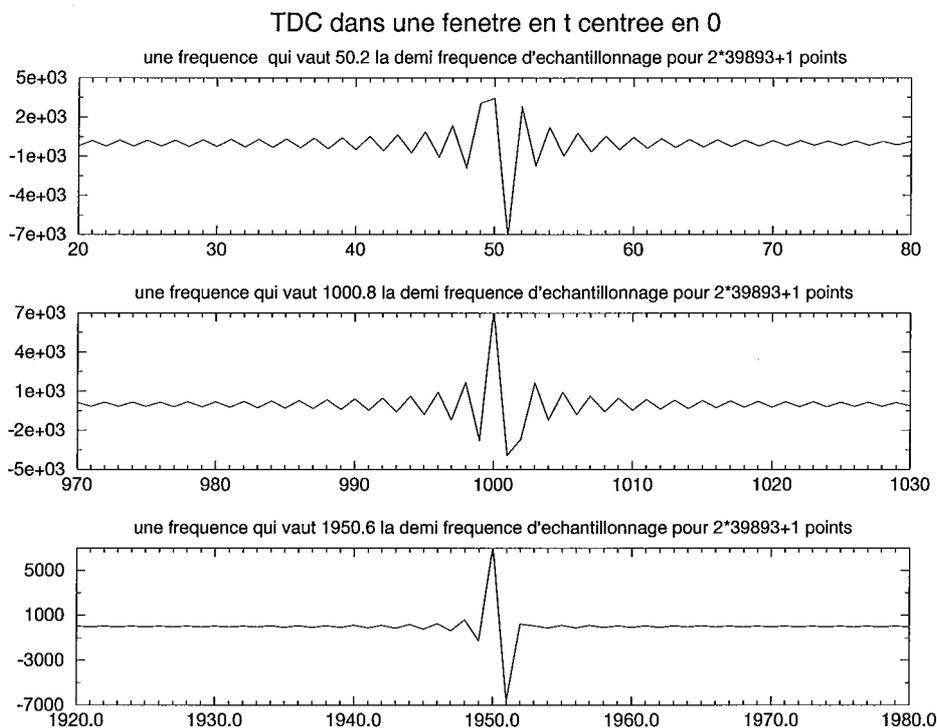


Fig. 3. la première puissance du temps.

5. Conclusion

Pour obtenir une précision en fréquence supérieure à celle de l'itération, il faudrait avec un pas de 4 jours, 3 191 440 points, soit un intervalle de 34 951 ans de part et d'autre de J2000. On voit bien que les possibilités de trouver des séries de Poisson avec des TFD sont intéressantes, mais limitées. La précision de l'itération est donc bien supérieure à celle de la TFD. Par contre pour les séries de Fourier, les possibilités sont illimitées, il suffit de s'en donner les moyens si ça en vaut la peine et d'utiliser le calcul distribué si c'est nécessaire.

La série de Poisson est un outil pas très connu en dehors du cercle restreint des astronomes et il serait intéressant de l'utiliser dans un certain nombre de situations où les fréquences sont stables. Le mot clé de ce travail est donc reconnaissance de formes.

APPLICATION FRÉQUENCE ET DYNAMIQUE GLOBALE
DANS LE SYSTÈME SOLAIRE :
DYNAMIQUE À COURT TERME DES PETITS CORPS

Ph. Robutel

Cet exposé présente une cartographie complète de la dynamique à court terme de particules test dans le système solaire, allant de Mercure (0.38 UA) aux régions externes de la ceinture de Kuiper (90 UA), pour toutes valeurs d'excentricités et quelques valeurs de l'inclinaison. Cette carte est obtenue à l'aide de la méthode d'analyse de l'application fréquence développée par J. Laskar (1990, 1999). Cette méthode, dont on peut trouver une formalisation rigoureuse dans Laskar (1999), a l'avantage de fournir l'essentiel de l'information dynamique sur la base de l'analyse des trajectoires sur un temps court (de l'ordre du million d'années pour le système solaire extérieur). Ainsi, un grand nombre de trajectoire peut être étudié, ce qui rend notre carte représentative de la dynamique globale du système. Notre étude est ici limitée à la dynamique à court terme (conditionnée par les résonances en moyen mouvement). On trouvera l'exposé complet de cette méthode ainsi que son application au système solaire et à celui de ν -Andromedae dans Robutel et Laskar (2001).

Références

- Laskar, J., 1990, The chaotic motion of the Solar System. A numerical estimate of the size of the chaotic zones, *Icarus*, **88**, 266-291
- Laskar, J., 1999, Introduction to frequency map analysis, in *NATO ASI Hamiltonian Systems with Three or More Degrees of Freedom*, 134-150, C. Simò Ed., Kluwer, Dordrecht
- Robutel P. and Laskar J., 2001, Frequency Map and Global Dynamics in the Solar System I : Short Period Dynamics of Massless Particles, à paraître dans *Icarus*

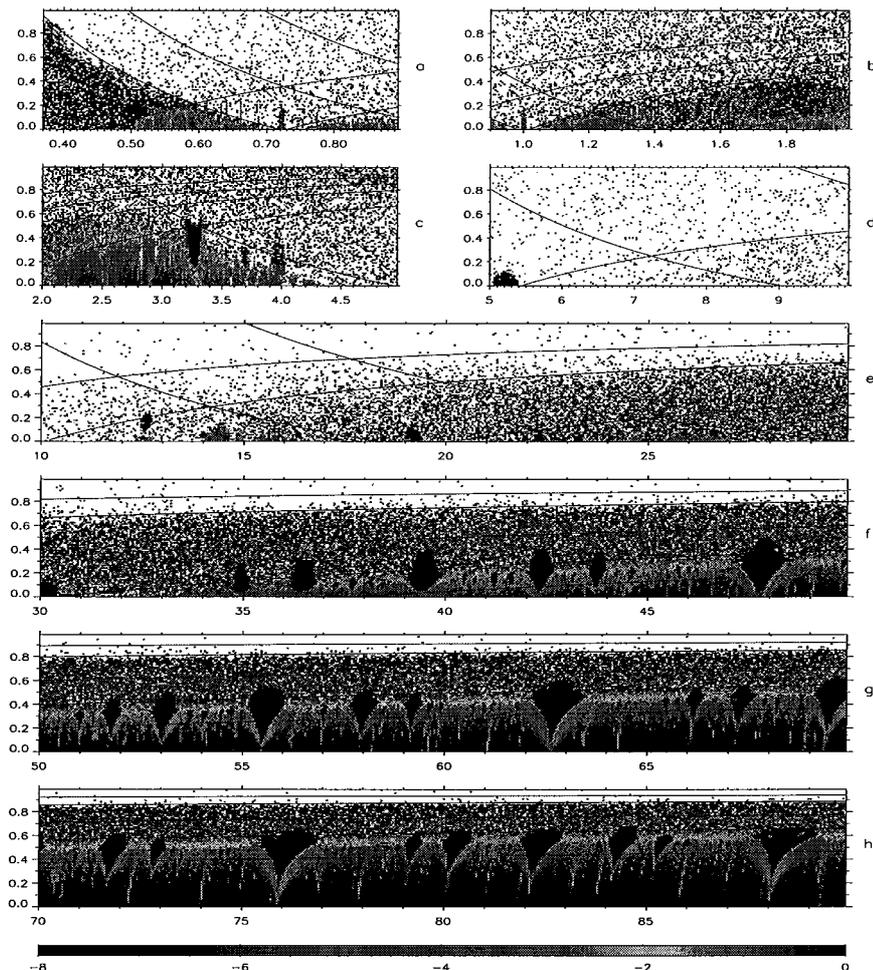


Fig. 1. Dynamique globale des petits corps dans le système solaire.

Les conditions initiales sont choisies dans le plan : (a_0, e_0) pour $i_0 = M_0 = \omega_0 = \Omega_0 = 0^\circ$. Les figures (a) à (c) correspondent au système solaire interne, les figures (d) et (e) à la région s'étendant entre les planètes géantes et les figures (f) à (h) à la ceinture de Kuiper. Les régions noires marquent les régions de librations associées aux résonances en moyen mouvement entre petits corps et planètes. Le code de couleur correspond au logarithme décimal de la vitesse de diffusion σ (variation relative des fréquences fondamentales d'une trajectoire par million d'années). Les régions bleues ($\sigma < 10^{-5}$) sont considérées comme étant régulières (en l'absence de chaos séculaire), alors les zones jaune à rouge ($\sigma > 10^{-3}$) sont des régions de très forte instabilité engendrée par le recouvrement des résonances en moyen mouvement. Les régions blanches correspondent aux particules éjectées du système solaire en moins de 2 millions d'années. Les courbes violettes sont les lignes de collisions avec les planètes.

ÉTAT D'AVANCEMENT DE LA CHASSE AUX ASTÉROÏDES DANS DENIS

A. Baudrand, A. Bec-Borsenberger

1. Introduction

Jusqu'à maintenant, il existe encore très peu de données proche infra-rouge sur les astéroïdes, alors que ce domaine spectral peut apporter une contribution significative à l'étude minéralogique de leurs surfaces. Le relevé DENIS (Deep European Near-Infrared southern sky Survey) - dont un des produits finals est un catalogue photométrique des sources ponctuelles du ciel austral dans les bandes I, J, K - nous est alors apparu comme un réservoir potentiel de telles données. Bien que ce relevé ait été initialement dédié aux étoiles et galaxies, de nombreux astéroïdes ont pu être interceptés et finalement inclus dans le catalogue de sortie, comme toute autre source ponctuelle.

Notre première tâche a donc été de programmer une interface entre la base de données des observations DENIS et les éphémérides des astéroïdes les mieux connus. Un accès en routine au catalogue électronique des sources ponctuelles nous a permis ensuite d'extraire le maximum de magnitudes astéroïdales.

Nous présentons ici l'état d'avancement de ces travaux en termes quantitatifs. Les données effectivement extraites font l'objet d'une prochaine publication dans *Astronomy & Astrophysics Supplements*.

2. Le programme DENIS

Les observations sont effectuées avec le télescope de 1m de l'ESO-La Silla (Chili) en scannant le ciel de $\delta = +2^\circ$ à $\delta = -88^\circ$, par bandes de $30^\circ \times 12'$ appelées "strips". Elles ont démarré en décembre 1995 et la couverture complète devrait être accomplie courant 2001.

Les performances :

bande	I	J	K
λ (μm)	0.8	1.25	2.15
caméras	CCD	NICMOS	NICMOS
Mag. Lim.	18.5	16.5	14

Etat d'avancement en juin 2000 :

ciel scanné	80%	4000 strips
ciel proto-catalogué	9%	478 strips
ciel catalogué	17%	780 strips

3. Astéroïdes : procédure de recherche

Un "strip" est constitué de 180 images ($12' \times 12'$). Du fait du temps de pose court de chaque image, les astéroïdes, alors semblables à des sources ponctuelles, ont été inclus dans le catalogue.

Pour les extraire du catalogue ils nous a d'abord fallu les sélectionner sur leurs positions aux dates des observations. Ceci était envisageable avec une bonne précision de l'astrométrie ($2''$) et des éphémérides (inférieure à $1''$).

Les orbites ont été obtenues à partir des éléments orbitaux donnés dans la base de Bowell et du problème à N corps avec $N=10$, via les outils développés à l'IMCCE : intégration numérique (Berthier, 1998), tchébychévisation (Bec-Borsenberger, 1992).

4. Les résultats

Dans le tableau suivant sont donnés les nombres d'associations obtenues entre les astéroïdes et les sources DENIS, d'une part dans le catalogue officiel en cours de remplissage en Mars 2000 et d'autre part, dans le proto-catalogue mis à disposition en janvier 1999.

Date d'obtention des résultats	mai 2000	avril 1999
Nbre de strips utilisés pour la recherche	884	1593
périodes d'observation correspondantes	1999	1996 \Rightarrow 1998
Astéroïdes recherchés	1 \Rightarrow 4000	1 \Rightarrow 7000
Nbre de détections prévues par le calcul	370	1088
Nbre de strips avec au moins 1 détection	222	693
Base de données exploitées	OffiCat-Mars00	ProtoCat-Jan99
Nbre de strips effectivement dans ces bases	222 (100%)	87 (10%)
Nbre d'associations astéroïdes-sources DENIS à une distance mutuelle $< 5''$	355	154
Nbre d'associations avec I, J, et K	127	41

5. Perspectives

Plus de 500 associations sources DENIS-astéroïdes ont donc déjà été obtenues et plus de 1000 autres ont été prédites pour 1593 "strips" déjà observés et en attente d'entrer dans la base du catalogue. Au vu de la taille des échantillons d'astéroïdes jusque-là utilisés pour les classifications minéralogiques, notre apport est quantitativement significatif, d'autant plus qu'une bonne moitié d'observations supplémentaires restent encore à être exploitées. A partir de ces nouvelles données dans les bandes I, J, K du domaine proche-infrarouge, on espère pouvoir renforcer ou raffiner les classifications déjà existantes dans le cadre de la minéralogie des surfaces astéroïdales. Par là même, nous participons à l'amélioration de notre compréhension de l'histoire de l'ensemble de ces petits corps très peu évolués et donc riches en traces du passé de notre système solaire. Cette seconde partie du travail sera accomplie sous la direction de M. A. Barucci (DESPA, observatoire de Meudon).

Références

- Bec-Borsenberger, A., 1992, Solar system objects observed by Hipparcos, *Astron. Astrophys.*, **258**, 94
 Berthier, J., 1998, Serveur d'éphémérides du Bureau des longitudes. Définitions relatives aux éphémérides de position des corps célestes, *Notes Scientifiques et Techniques du Bureau des longitudes*, **S060**

LA COLLABORATION CNES-IMCCE AUTOUR DU PROJET MSR : BILAN ET PERSPECTIVES

A. Fienga, J. Berthier

1. Introduction

Cette présentation s'appuie sur des réflexions menées en collaboration avec MM. Foliard et Fraysse du département d'analyse de mission du Centre National d'Etudes Spatiales. Elle souhaite dresser un bilan des travaux passés, présents et futurs menés dans le cadre de la préparation et du suivi (point mis en discussion) des missions interplanétaires du CNES. Nous exposerons tout d'abord les besoins du CNES et dans quelle mesure et sous quelle forme se présente l'appui scientifique fourni par l'IMCCE au département d'analyse de missions. Une fois cette présentation effectuée, nous essaierons d'évaluer les besoins futurs du CNES et nous évaluerons les conséquences que cela peut entraîner au niveau de l'IMCCE. Nous ouvrirons, enfin, le débat sur l'attitude à adopter face à la montée en puissance des demandes de soutien scientifique des grandes agences spatiales telles que le CNES et l'ESA.

2. Les besoins actuels du CNES et les réponses de l'IMCCE

A l'heure actuelle, le CNES et l'IMCCE sont en étroite collaboration sur de nombreux sujets : suivis de géocroiseurs, thèse en co-tutelle sur la modélisation des Léonides, préparation de missions interplanétaires. Cette énumération révèle déjà de la diversité et de la qualité de l'appui scientifique fourni par l'IMCCE au CNES. Nous nous intéresserons plus particulièrement aux collaborations liées aux développements et aux suivis des projets interplanétaires du CNES. Contrairement aux autres projets, ces projets sont des projets à long terme et impliquent ou impliqueront plusieurs personnes affiliées à l'IMCCE. Le projet Mars Premier (ex-Mars Sample Return) est le premier projet interplanétaire du CNES qui désire mettre en place un centre de navigation interplanétaire opérationnel à Toulouse. Cette mise en place est un projet ambitieux mais vital pour le centre qui, malgré sa grande expérience de navigation autour de la Terre, ne disposait d'aucun outil interplanétaire jusqu'alors. L'IMCCE a pu apporter sa compétence dans de nombreux domaines d'expertise.

2.1. Systèmes de référence

Les systèmes de référence sont un point essentiel dans la navigation d'une sonde spatiale dans le système solaire. De plus, dans ses collaborations avec les autres agences spatiales (ESA, NASA), le CNES a eu besoin d'uniformiser les systèmes et les repères de références utilisés classiquement au CNES avec ceux de l'ESA ou de la NASA. Pour répondre à ces besoins de cohérence et d'uniformisation, une expertise

a été demandé à l'IMCCE afin de choisir un système de référence cohérent avec ceux utilisés par la NASA et l'ESA. Cette expertise a fait l'objet d'une publication dans les notes scientifiques et techniques de l'IMCCE (Fienga, Berthier, 2000). De plus, face aux constantes évolutions des recommandations de l'Union Astronomique Internationale et face aux besoins croissants de précision dans la modélisation des observations de suivis de sonde et la détermination d'orbites, le CNES souhaiterait que l'IMCCE joue le rôle de veille scientifique auprès du département d'analyse de mission. Soulignons ici qu'il ne s'agit pas seulement de répercuter les informations au CNES mais aussi d'adapter les nouvelles recommandations de l'UAI aux besoins et à la terminologie du CNES.

2.2. Dynamique de sondes spatiales et d'objets du système solaire

Déjà pour la préparation de la mission Rosetta, il avait été demandé à l'IMCCE de bâtir un intégrateur spécifique (Berthier, 1998). Là encore, un intégrateur spécifique a été mis en place ainsi que des outils d'éphémérides d'objets du système solaire (Berthier, 2000). D'autre part, l'IMCCE a pris une grande part dans la mise en place des premiers outils d'analyse d'observations de suivis de sonde et de restitutions d'orbites interplanétaires (Fienga, 2000a, Fienga, 2000b, et Fienga 2000c). La partie liée à l'ajustement d'orbites aux observations fait appel directement aux compétences de l'IMCCE dans le domaine de la construction d'éphémérides d'objets du système solaire ajustés aux observations.

2.3. Expertises d'observations radar, VLBI et optiques de suivi de sonde

Là encore, les compétences de l'IMCCE ont pu être appliquées afin de mettre en place les premiers outils de simulations d'observations radar de suivis de sonde spatiales (Fienga, 2000a, 2000b, et 2000c). D'autre part, l'IMCCE est très impliqué dans la mise en place d'une nouvelle méthode de navigation interplanétaire sur fond d'étoiles. Une étude de faisabilité a été confiée à l'IMCCE (Champenois, 1999) et un contrat de recherche pour 3 ans est en discussion.

L'IMCCE a donc été très sollicité et a pu répondre à ces sollicitations par le biais de contrats de recherche et développement, et d'un séjour postdoctoral.

3. Dans le futur...

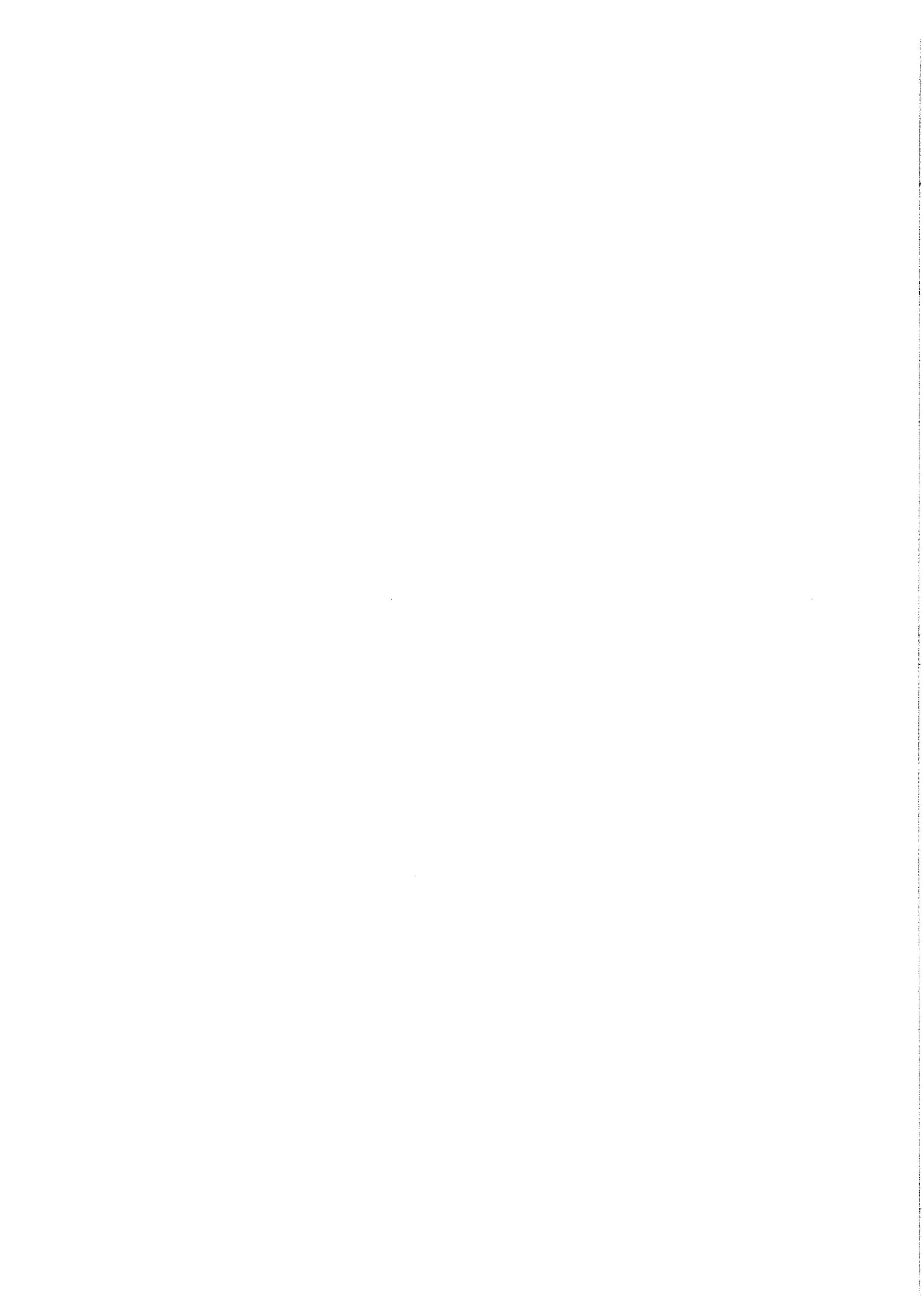
Il est clair qu'avec le passage en phase B du projet Mars Premier, les besoins du CNES en appui scientifique vont augmenter. De plus, il a été souhaité par nos interlocuteurs du Centre National que l'IMCCE devienne un soutien opérationnel du CNES. Cela signifie que lors du déroulement de la mission Mars Premier ou de toute autre mission interplanétaire, l'IMCCE puisse effectuer une partie de la navigation interplanétaire en parallèle avec le centre de Toulouse. Cela permettrait à l'IMCCE d'avoir un accès direct aux observations spatiales (de très grand intérêt pour la construction d'éphémérides) et d'avoir un apport financier et technique important. En plus du soutien opérationnel, l'IMCCE conserverait son rôle d'expertise et de veille technologique.

4. Discussion et Conclusion

Le paragraphe mettait en relief ce qui pourrait se passer si l'IMCCE décidait de développer une activité de navigation spatiale à part entière. À l'heure actuelle, il est difficile de répondre aux besoins des agences telles que le CNES et l'ESA et aux demandes d'expertises liées aux développements des sondes elles-mêmes (demande d'expertise émise par Astrium). Quelle pourrait-être l'attitude de l'IMCCE face à de telles sollicitations? L'IMCCE doit-il développer cette activité? Ne pourrait-on pas considérer celle-ci comme faisant partie des tâches de services échues à l'IMCCE?

Références

- Berthier, J, 2000, Élaboration d'un outil d'extrapolation des orbites interplanétaires, *Rapport CNES*
- Berthier, J, 1998, Serveur d'éphémérides du Bureau des longitudes. Librairie et programmes de calcul EPROC. Guide de l'utilisateur (v1.02), *Notes Scientifiques et Techniques du Bureau des longitudes S062*
- Champenois, S., 2000, Étude de faisabilité
- Fienga, A., 2000a, La restitution d'orbites interplanétaires, *Colloque international des techniques spatiales*, Biarritz, 2000
- Fienga, A, 2000b, Seres : a theoretical introduction, *Publication CNES*, CNES/DTS/MPI/MS/AM/2000-136a
- Fienga, A, 2000c, Seres : description of the software, *Publication CNES*, CNES/DTS/MPI/MS/AM/2000-136b
- Fienga, A., 1999, Observations astrométriques des planètes et ajustement des théories analytiques de leur mouvement, *Thèse*, observatoire de Paris
- Fienga, A, Berthier, J, 2000, Les différents systèmes de référence utilisés en analyse de mission : de l'EME2000 à DE405, *Notes scientifiques et techniques de l'IMCCE*



ANALYSE EN FRÉQUENCE ET DYNAMIQUE GLOBALE D'UN ACCÉLÉRATEUR DE PARTICULES

L. Nadolski

Résumé

En collaboration avec le groupe accélérateur de l'Advanced Light Source (ALS) à Berkeley, nous avons appliqué l'analyse en fréquence (Laskar, 1990) et obtenu la première carte en fréquence expérimentale d'un accélérateur de particules. L'excellent accord entre la carte en fréquence déduite des mesures expérimentales du faisceau d'électrons et celle calculée à partir de notre modélisation de l'anneau de stockage permet d'envisager l'utilisation de cette méthode pour caractériser la dynamique globale du faisceau. Il est également prévu d'en faire un outil de diagnostic et de l'utiliser pour tenter d'améliorer les performances de l'ALS.

1. Introduction

Dans un anneau de stockage, les électrons, regroupés en paquets, circulent au travers de différents éléments magnétiques, à une vitesse proche de celle de la lumière. Des aimants dipolaires courbent les trajectoires et des lentilles quadripolaires focalisent le faisceau et induisent des oscillations transverses des particules autour d'une trajectoire de référence : le nombre moyen d'oscillations par tour est appelé nombre d'onde. Afin d'atteindre les performances exigées pour de telles machines et de garantir la stabilité à long terme des trajectoires – on parle alors de durée de vie du faisceau qui doit atteindre quelques heures – d'autres éléments magnétiques sont adjoints. Pour l'ALS, des lentilles sextupolaires corrigent les aberrations chromatiques des quadripôles mais qui, à leur tour, introduisent de nouvelles aberrations, excitent des résonances et induisent des phénomènes non-linéaires. Ces derniers peuvent conduire à la divergence rapide des trajectoires des particules : il s'ensuit une chute drastique des performances globales de la machine.

Toute la difficulté consiste donc à modéliser correctement l'anneau de stockage afin de maintenir des performances optimales. Pour cela, il faut être capable d'identifier les principales résonances pour essayer ensuite de limiter leur influence. Ce travail est délicat, d'autant plus qu'il n'existe pas actuellement de méthode académique, si bien que souvent l'écart entre les performances escomptées et réelles pour une machine donnée peut atteindre plus d'un facteur deux. L'analyse en fréquence a été utilisée pour réaliser ce lien entre théorie et expérience.

2. Modélisation

Les résultats que nous avons obtenus s'inscrivent dans une longue collaboration entre J. Laskar et le groupe accélérateur de D. Robin à Berkeley. Une première étude théorique de l'ALS avec l'analyse en fréquence a été réalisée dès 1993 (Dumas et Laskar, 1993). Les réglages magnétiques utilisés actuellement sur l'ALS sont très voisins de ceux proposés en 1996 (Robin et Laskar, 1996) et qui avaient permis d'améliorer significativement les performances machine (temps d'injection du faisceau dans l'anneau, durée de vie). Cependant des écarts encore importants subsistaient entre la théorie et l'expérience. Un long et délicat travail de caractérisation des défauts magnétiques expérimentaux de chaque type d'aimant a été entrepris jusqu'à ce jour (Robin et al., 1999).

Utilisant ces derniers résultats, nous avons calculé des cartes en fréquence de l'ALS considérée soit comme une machine idéale, soit comme une machine réelle, ie. incorporant les défauts magnétiques mesurés (Figure 1).

Le principe de construction d'une carte en fréquence est brièvement exposé :

Soient (x, x') et (y, y') les coordonnées transverses d'oscillation d'un électron, l'analyse en fréquence (Laskar, 1990) permet de construire une application F^T de l'espace des conditions des configurations dans l'espace des fréquences. Deux des quatre conditions initiales peuvent être fixées (typiquement $x'_0=y'_0=0$) et pour chaque jeu de conditions initiales (x_0, y_0) , les équations du mouvement sont intégrées numériquement. L'évolution de la trajectoire $(x(t), y(t), x'(t), y'(t))$ est observée à une position longitudinale fixée $s = 0$ (surface de Poincaré) pendant un nombre de tours T .

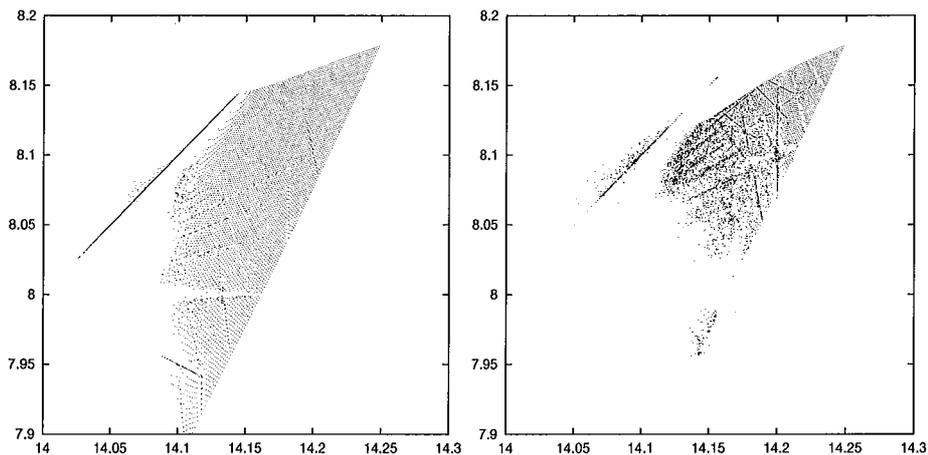


Fig. 1. Cartes en fréquence de l'ALS idéal (à gauche) et en incluant les défauts magnétiques mesurés (à droite) (Robin et al., 2000).

L'étude des propriétés de F^T donne des informations sur la dynamique de l'accélérateur (résonances, nonlinéarité, chaos). Si la trajectoire est régulière (trajectoire KAM), l'algorithme calcule de manière très précise les fréquences du mouvement (convergence en $\frac{1}{T^4}$ (Laskar, 1999)). Pour une trajectoire irrégulière, F^T est non continue et l'algorithme donne une mesure précise de la diffusion des trajectoires.

Une résonance apparaît lorsqu'il y a une combinaison entière des fréquences d'oscillations transverses ν_x, ν_y et de la fréquence longitudinale de révolution ν qui est normalisée à $\nu = 1$, soit $p\nu_x + q\nu_y + k = 0$, où p, q, k sont des entiers.

Les deux cartes en fréquence de la figure 1 mettent en évidence combien la dynamique est sensible aux défauts magnétiques : leur introduction réduit d'un facteur deux l'extension spatiale de la carte en fréquence, les largeurs de résonances sont plus importantes, de nouvelles droites de résonance apparaissent et la stabilité du faisceau est fortement détériorée. Les performances déduites de ce nouveau modèle sont maintenant beaucoup plus proches de l'expérience.

3. Carte en fréquence expérimentale

L'ultime étape est désormais de pouvoir comparer notre modélisation de l'ALS directement avec la machine en fonctionnement. Pour cela, nous avons bénéficié de deux outils précieux installés sur l'anneau de stockage. D'abord, deux aimants rapides qui permettent de déplacer indépendamment horizontalement et verticalement le faisceau (pour modéliser les conditions initiales). Puis, un moniteur de position qui enregistre les coordonnées transverses moyennes du paquet d'électrons sur 1024 tours consécutifs de l'anneau de stockage (surface de Poincaré).

Ainsi, nous avons obtenu la première carte en fréquence d'un accélérateur qui est comparée avec le modèle en prenant en compte les défauts magnétiques mesurés. Les deux cartes sont en excellent accord (voir la figure 2), ce qui permet de valider expérimentalement la modélisation numérique.

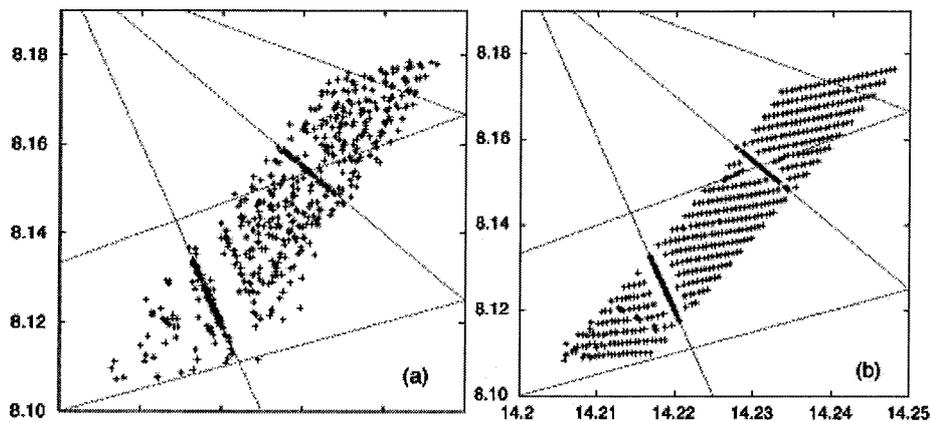


Fig. 2. Comparaison d'une carte en fréquence expérimentale (a) avec un modèle numérique de l'ALS incluant les défauts magnétiques mesurés (b) (Robin et al., 2000).

4. Conclusion

L'analyse en fréquence peut dès à présent être vue comme un outil pour améliorer la modélisation numérique et le fonctionnement réel des accélérateurs de particules. De plus, cette technique peut être utilisée comme un outil de diagnostic en ligne indépendamment de tout modèle pour caractériser la dynamique d'un faisceau.

Pour plus de détails, nous renvoyons le lecteur à l'article de *Physical Review Letters* (Robin et al., 2000). Ce travail a été soutenu par le fond France-Berkeley, le CNRS, le CEA et le D.O.E. et, a été effectué dans le cadre de ma thèse dirigée par J. Laskar.

Références

- Dumas, H.S. and Laskar, J., 1993, Global Dynamics and Long-Time Stability in Hamiltonian systems via Numerical Frequency Analysis, *Phys. Rev. Lett.*, **70**, 2975-2979
- Laskar, J., 1990, The chaotic motion of the solar system. A numerical estimate of the size of the chaotic zones, *Icarus*, **88**, 266-291
- Laskar, J., 1999, Introduction to Frequency Map Analysis in the *proceedings of 3DHAM95 NATO Advanced Institute*, S'Agaro, June 1995, C. Simó, ed.
- Robin, D. and Laskar, J., 1996, Application of the Frequency Map Analysis to the ALS, *Part. Acc.*, vol. **54**, 183-192

- Robin, D., Safranek, J. and Decking, W. , 1999, Realizing the Benefits of Restored Periodicity in the Advanced Light Source, *Physical Review Special Topics*, vol. **2**
- Robin, D., Steier, C., Laskar, J. and Nadolski, L., 2000, Global Dynamics of the Advanced Light Source Revealed through Experimental Frequency Map Analysis, *Phys. Rev. Let.*, vol. **85**, Issue 3, 558-561

NOUVEAUTÉS ET PROJETS ÉDITORIAUX

Sylvie Lemaître-Pottier, Jacky Renaudineau

1. Nouveautés-projets en cours

1.1. Catalogue annuel

Il existe actuellement une liste brute d'ouvrages éditée sur papier qui est utilisée entre autres pour les renseignements, et une présentation des publications sur le web. Mais il n'existe rien de vraiment palpable, facile à distribuer partout et agréable, contenant toutes les informations utiles sur les publications.

Pour palier à ce manque, un catalogue annuel paraît être une solution intéressante. Il serait imprimé en septembre c'est-à-dire juste après la parution de l'ensemble de nos ouvrages. Les caractéristiques techniques pourraient être les suivantes :

- pour être utile, il contiendrait l'ensemble des renseignements nécessaires sur les publications : le titre, un rapide descriptif du contenu de chaque ouvrage, le format, le nombre de pages, le prix et l'éditeur,
- pour être agréable, il contiendrait de la couleur,
- pour servir de support publicitaire, il contiendrait une petite présentation de l'établissement afin de mieux nous faire connaître,
- il ferait juste 4 pages pour être rapidement parcouru sans être ennuyeux et contenir l'ensemble de nos publications en un seul coup d'oeil.
- son format ne serait ni trop grand, pour ne pas être embarrassant, ni trop petit, pour être lisible,
- enfin à l'occasion ou de façon permanente, une feuille volante pourrait y être insérée de façon à annoncer quelque chose de particulier (par exemple, le programme des séminaires de l'IMCCE).

Un avant-projet de ce que pourrait être ce catalogue a été préparé et servira de base à d'éventuelles suggestions.

1.2. Agenda

C'est un projet qui est prévu depuis un certain temps mais faute de temps et de personnel technique il n'a pu se concrétiser. Pour être utilisable à temps, il faut qu'il soit sur le marché en novembre ; il est temps de faire avancer ce projet si on ne veut pas rater à nouveau l'échéance 2001.

Nous avons retenu là encore un certain nombre de caractéristiques techniques que nous allons justifier mais qui sont bien sûr discutables et modifiables par la suite. Tout d'abord, c'est un produit qui s'adresse au grand public. Ce sera un format de poche, ou plutôt de cartable sur le thème de l'astronomie.

- Sa fonction principale est d'être un agenda pratique : c'est donc la présentation en semaine sur une double page qui retient notre attention et qui précise au jour le jour les renseignements astronomiques. Une large place est laissée pour les notes personnelles et la double page est agrémentée en plus d'une information "astronomique" qui peut être une définition, une photo, un schéma, une citation, ...
- Sa fonction secondaire est d'être instructif en matière d'astronomie et contenir de nombreuses informations diverses : présentation de l'IMCCE, rappels sur le 3^e millénaire, définitions, données sur les planètes, éclipses, adresses astronomiques, les héros de l'astronomie, des éphémérides.
- Sa troisième fonction, loin d'être la plus négligeable est d'être agréable : la quadrichromie est largement utilisée, la bichromie présente partout, les images astronomiques sont nombreuses, la présentation soignée.

De même que pour le catalogue, une maquette a été réalisée afin de visualiser un "produit fini" et de faciliter les modifications ultérieures.

2. Projets

2.1. Le journal d'informations locales

J. Renaudineau avait déjà commencé à rédiger un petit courrier contenant de nombreuses informations aussi diverses que les informations propres au laboratoire (rappel d'ordre du directeur, thèse, séminaires), les informations du campus de l'observatoire, les informations du CNRS, de la formation permanente, les informations lues dans la presse, ...

Quelles fréquences donner à ce bulletin, quel support, quels moyens?

2.2. La base de données d'images

Pour les besoins de l'édition en particulier, il serait utile de créer une base de données d'images. En effet, dans le cadre de publications diverses telles que l'agenda, les couvertures des ouvrages, il est nécessaire de disposer d'un ensemble d'images très variées pour illustrer nos textes ou nos titres. Tout en ayant conscience de la richesse que nous possédons dans ce domaine au sein de notre laboratoire, il est parfois difficile d'obtenir, de dénicher l'image qu'il faut au bon moment.

Pour créer cette base de données, il faut :

- réunir le maximum d'images ; chacun doit donc fouiller ses répertoires afin d'y dénicher toutes les images possibles. En terme d'images, il faut comprendre aussi bien photos que schémas. Il peut s'agir aussi d'illustrations sur support papier que nous numériserons.
- pour chaque image il faut ensuite déterminer nos droits d'utilisation. Disposons-nous d'un droit ponctuel ou permanent, à vocation pédagogique ou commercial?
- ces images devront être accessibles sur la base de données par thème. Chaque image sera associée à plusieurs mots clés comme par exemple le nom de l'astre, le phénomène, la date, ...

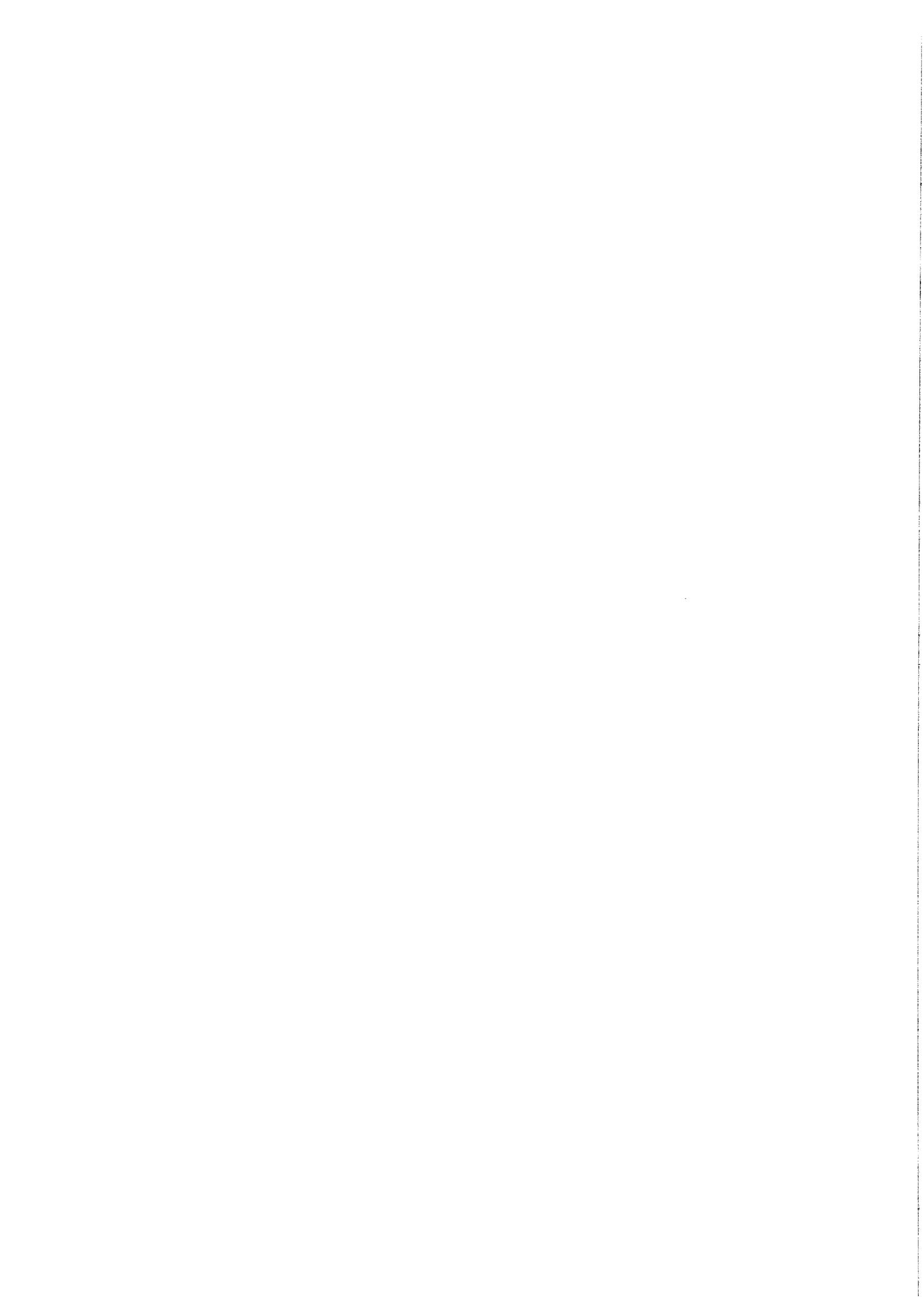
En ce qui concerne la partie technique, cela consiste à choisir la base de données qui recevra et gèrera ces images. Disposons-nous des outils nécessaires? Faut-il envisager des achats quelconques liés à cela? Quelles sont les personnes qui seront amenées à travailler sur le sujet?

Certaines personnes au sein du laboratoire ont déjà expérimenté les bases de données et pourront certainement nous conseiller en la matière.

Cette base de données sera alimentée au fur et mesure des réalisations graphiques ou photographiques et mettra fin au double emploi : souvent chacun réalise ou recherche quelque chose que son voisin a déjà et la base de données permettra à ce niveau un gain de temps précieux.

3. Conclusion

Certains des projets présentés ci-dessus sont assez avancés pour envisager un terme proche. D'autres, au contraire, ne sont qu'à l'état de conception et seront réalisés ou non dans un avenir plus lointain. D'ici là, de nouvelles idées verront le jour grâce à la rencontre des différents esprits novateurs du laboratoire.



INFLUENCE DE PERTURBATIONS NON PRISES EN COMPTE SUR LE SYSTÈME GALILÉEN

V. Lainey

Résumé. La précision des observations sur les satellites galiléens atteignant aujourd'hui une dizaine de kilomètres, il devient nécessaire de s'interroger sur l'influence de certaines perturbations négligées jusqu'à maintenant. Entre autres, la prise en compte dans la modélisation du système galiléen de forces d'inerties supplémentaires, ou encore de l'aplatissement des satellites, est peut-être indispensable pour atteindre le niveau de précision des observations. C'est bien ce que nous avons regardé dans cette étude à caractère purement numérique. Il apparaît alors que les perturbations testées sont plus influentes que l'on ne l'attendait, sans doute à cause de la valeur élevée des masses, rayons équatoriaux et coefficients J_2 des satellites. Par ailleurs, la quantité croissante d'informations provenant de la sonde Galileo justifie d'autant plus notre démarche.

1. Présentation de la méthode utilisée

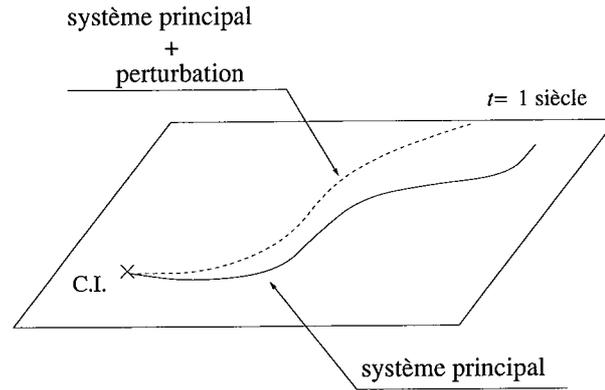
La méthode que nous utilisons pour tester l'influence des diverses perturbations est la suivante. Nous prenons comme trajectoire de référence sur un siècle, celle obtenue par intégration numérique d'un "système principal" formé des quatre satellites galiléens et de Jupiter muni des coefficients d'aplatissement J_2, J_4, J_6 . Partant de conditions initiales identiques, nous intégrons alors le système principal en y ajoutant l'une des perturbations à tester.

La différence entre les deux intégrations nous fournit ainsi l'influence (en terme de différence de position au bout d'un siècle) de la perturbation étudiée.

2. Les forces d'inertie supplémentaires

Dans un repère planétocentrique d'axes de directions fixes, nous avons comme équation du mouvement pour un corps (satellite) P_i

$$\ddot{\mathbf{r}}_i = \frac{\mathbf{F}_i}{m_i} - \frac{\mathbf{F}_0}{m_0} \quad (4)$$



où \mathbf{F}_i désigne l'ensemble des forces s'exerçant sur le corps P_i et \mathbf{F}_0 l'action des autres satellites sur le corps central.

De cette égalité, nous déduisons l'équation usuelle

$$\ddot{\mathbf{r}}_i = -\frac{(\nu_0 + \nu_i)\mathbf{r}_i}{r_{0i}^3} + \sum_{j=1, j \neq i}^{\mathcal{N}} \nu_j \left(\frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i}{r_{ij}^3} - \frac{\mathbf{r}_j}{r_{0j}^3} \right) + \nu_0 \nabla_i U_{i\hat{0}} \quad (5)$$

La notation générale ν_k représente le produit de la masse du corps P_k par la constante de gravitation, et \mathcal{N} est le nombre de satellites.

Par ailleurs, l'expression $\nabla_i U_{i\hat{0}}$ désigne le gradient, par rapport aux coordonnées du corps P_i , du potentiel perturbateur induit par l'aplatissement du corps central P_0 , et que nous rappelons ci-après en coordonnées équatoriales de ce même corps

$$U_{k\hat{0}} = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(E_r)^n}{r_k^{n+1}} \left\{ -J_n P_n(\sin \phi_k) + \sum_{p=1}^n P_n^{(p)}(\sin \phi_k) [c_{np} \cos p\beta_k + s_{np} \sin p\beta_k] \right\} \quad (6)$$

Toutefois l'équation (2) est incomplète car il y manque des termes issus des forces d'inertie liées à l'aplatissement du corps central (Jupiter), et que nous noterons¹ $\sum_{k=1}^{\mathcal{N}} \frac{\mathbf{F}_{0,k}}{m_0}$.

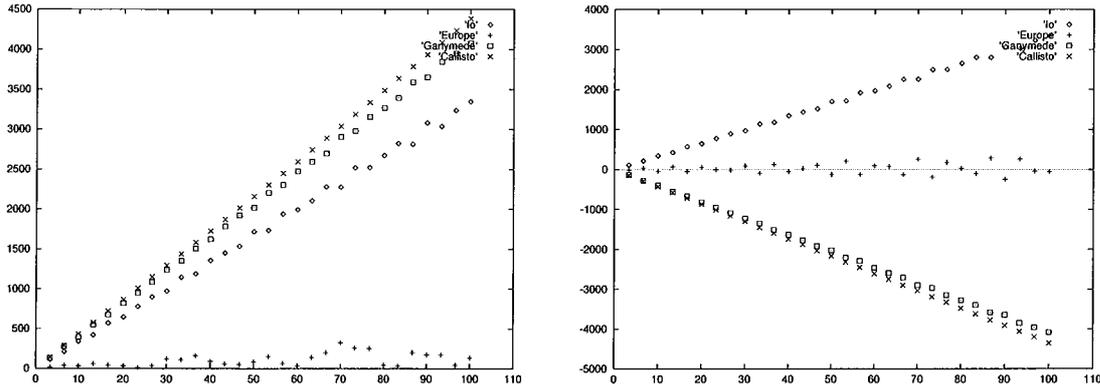
Tenant compte de cela, nous avons alors l'équation complète

$$\ddot{\mathbf{r}}_i = -\frac{(\nu_0 + \nu_i)\mathbf{r}_i}{r_{0i}^3} + \sum_{j=1, j \neq i}^{\mathcal{N}} \nu_j \left(\frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i}{r_{ij}^3} - \frac{\mathbf{r}_j}{r_{0j}^3} \right) + (\nu_0 + \nu_i) \nabla_i U_{i\hat{0}} + \sum_{j=1, j \neq i}^{\mathcal{N}} \nu_j \nabla_j U_{j\hat{0}} \quad (7)$$

Regardons à présent les variations en positions (km) et en longitudes moyennes (multipliées par a en km) sur une période d'un siècle

Les variations que l'on obtient sont pour l'essentiel des droites, dont l'influence essentielle se retrouve sur les longitudes moyennes. Une étude plus poussée des autres éléments osculateurs montrerait que ceux-ci sont peu perturbés.

1. Nous surnotons du signe " - " l'indice d'un corps lorsque celui-ci est appréhendé comme ponctuel et par le signe " ^ " lorsque celui-ci est appréhendé comme aplati. Par ailleurs, la notation $\mathbf{F}_{i,j}$ désigne l'action du corps P_j sur le corps P_i .



3. Aplatissement des satellites

Nous reprenons ici le même repère centré sur le corps P_0 (Jupiter) d'axes de directions fixes (P_0, x, y, z) . Désormais, pour tout corps P_k et P_l vient l'égalité

$$\mathbf{F}_{kl} = \mathbf{F}_{\bar{k}\bar{l}} + \mathbf{F}_{\bar{k}\bar{l}} + \mathbf{F}_{\bar{k}\bar{l}} + \mathbf{F}_{\bar{k}\bar{l}} \quad (8)$$

Une étude plus poussée du terme $\mathbf{F}_{\bar{k}\bar{l}}$ montrerait² qu'il s'agit là d'un terme assimilable (du point de vue de l'amplitude) à un produit du type $J_2^k J_2^l$. Désormais nous négligerons systématiquement ce type de termes.

A l'équation (4) doivent donc être ajoutés trois termes, à savoir

$$\mathbf{A} = -(m_0 + m_i) \frac{\mathbf{F}_{\bar{0}\bar{i}}}{m_i m_0} = -(\nu_0 + \nu_i) \nabla_0 U_{\bar{0}\bar{i}} \quad (9)$$

$$\mathbf{B} = \sum_{j \neq i, j \neq 0}^{\mathcal{N}} (\nu_j \nabla_i U_{\bar{i}\bar{j}} - \nu_j \nabla_j U_{\bar{j}\bar{i}}) \quad (10)$$

$$\mathbf{C} = - \sum_{j \neq i, j \neq 0}^{\mathcal{N}} \nu_j \nabla_0 U_{\bar{0}\bar{j}} \quad (11)$$

Le premier terme est issu de la perturbation directe "planète ponctuelle-satellite aplati" ainsi que d'une partie de cette même perturbation mais cette fois-ci indirecte (pour la masse m_i). Le deuxième terme correspond aux perturbations mutuelles directes "satellite aplati-satellite aplati". Enfin, le troisième terme provient du reste des perturbations indirectes "satellites aplatis-planète ponctuelle".

Par ailleurs, seul le terme \mathbf{A} est d'ordre un en masse, les deux autres termes étant d'ordre deux (comme produit d'une masse d'un satellite par un coefficient J_2). C'est donc le premier terme qui aura le plus d'importance dans la suite.

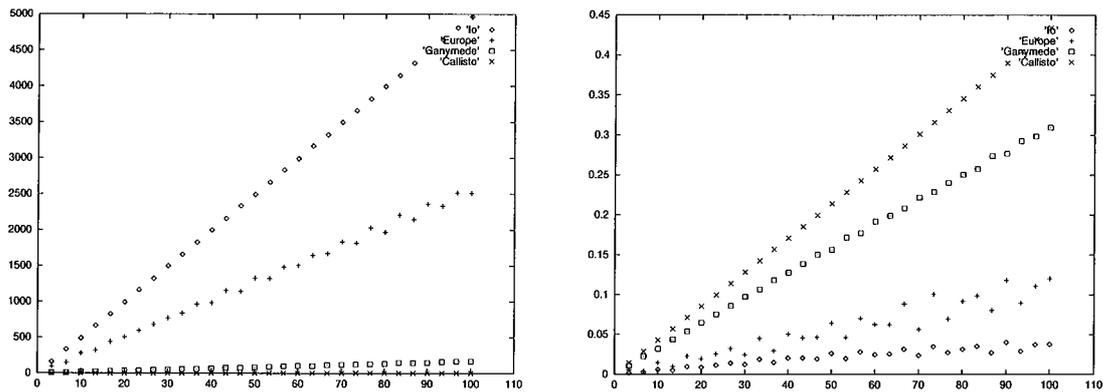
Au final nous obtenons pour équation différentielle associée au *ième* corps P_i l'expression

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}}_i = & -(\nu_0 + \nu_i) \left[\frac{\mathbf{r}_i}{r_{0i}^3} - \nabla_i U_{\bar{i}\bar{0}} + \nabla_0 U_{\bar{0}\bar{i}} \right] \\ & + \sum_{j=1, j \neq i}^{\mathcal{N}} \nu_j \left[\frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i}{r_{ij}^3} + \nabla_j U_{\bar{j}\bar{i}} - \nabla_0 U_{\bar{0}\bar{j}} - \frac{\mathbf{r}_j}{r_{0j}^3} - \nabla_j U_{\bar{j}\bar{j}} + \nabla_i U_{\bar{i}\bar{j}} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

Regardons les variations sur les positions (km) avec uniquement le terme supplémentaire \mathbf{A} (à gauche) et là contribution des termes \mathbf{B} et \mathbf{C} (à droite)

Nous obtenons ici encore des variations très linéaires. Par ailleurs, les termes \mathbf{B} et \mathbf{C} pourront bien être considérés comme négligeables vu leur très faible influence.

2. On pourra se reporter par exemple à Krivov (1993).



4. Bilan des perturbations

Nous avons appliqué notre méthode numérique à d'autres perturbations telles que la précession jovienne ou encore l'influence de certains satellites non galiléens. A noter que dans ce dernier cas, les satellites proches (i.e. les satellites non galiléens se positionnant entre Jupiter et Io), même s'ils ne sont pas mentionnés explicitement dans une théorie (analytique ou numérique) peuvent être aisément pris en compte dans celle-ci par une valeur légèrement plus élevée de la masse jovienne. Nous avons choisi de tester l'influence d'Amalthée et Thébé en tenant compte de cela. Ainsi, lorsque nous avons intégré le mouvement de ces satellites, leur masse respective a été soustraite de la masse de Jupiter.

Voici un tableau récapitulatif présentant l'amplitude maximale observée pour chacune des perturbations testées

Nom de la perturbation	Descriptif	Amplitude Max.
Aplatissement des satellites	introduction des coefficients J_2 des satellites	5 000km (Io)
Force d'inertie supplémentaires	force d'inertie issues de l'aplatissement jovien	4 500km (Callisto)
Amalthée	satellite le plus massif dans la famille des satellites proche de Jupiter	680km (Io)
Terme J_6	terme d'aplatissement	155km (Io)
Précession	mouvement du plan équatorial jovien	80km (Callisto)
Termes c_{22} , s_{22}	termes reflétant une asymétrie par rapport à l'axe de rotation jovien	75km (Io)
Thébé	satellite non galiléen le plus proche du système galiléen	70km (Io)
Terme J_3	terme reflétant une asymétrie entre les pôles	1.5km (Io)

A l'exception de la précession pour laquelle les variations en inclinaison et longitude du noeud sont importantes, les perturbations testées présentent une variation en position quasi linéaire. De plus, on constate que ces variations sont absorbées pour l'essentiel dans les longitudes moyennes.

A titre de comparaison, le tableau qui suit fournit les valeurs relatives à l'influence des perturbations les plus importantes. Cette fois les différences d'intégration ont été effectuées sur une année (et non plus un siècle).

J_2	introduction du coefficient J_2 jovien	600 000km (Io)
J_4	introduction du coefficient J_4 jovien	920km (Io)
Perturbations mutuelles directes	interaction des satellites entre eux	72 000km (Ganymède)
Perturbations mutuelles indirectes	action des satellites sur Jupiter	100 000km (Europe)
Soleil	influence solaire	120 000km (Europe)

Finissons en signalant que parmi les perturbations présentées dans le premier tableau, seule la précession jovienne est prise en compte dans la théorie dynamique utilisée jusqu'à aujourd'hui (Sampson-Lieske).

5. Conclusion

Comme nous venons de le voir, la plupart des perturbations testées ne peuvent être considérées comme pleinement négligeables.

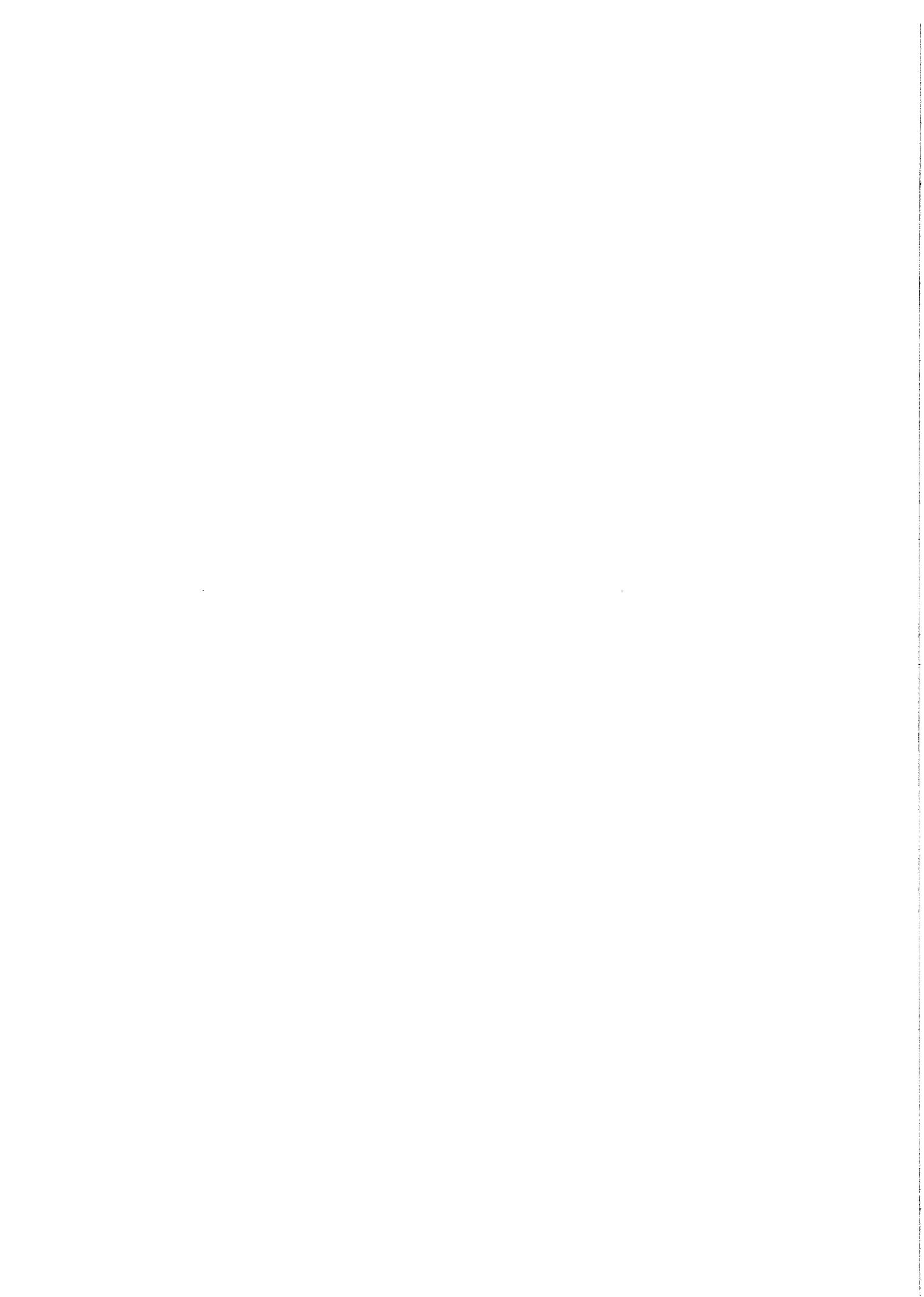
S'il est vrai qu'un certain nombre d'entre elles peut se voir absorbé aisément dans les constantes d'une théorie du système galiléen, par exemple dans les moyens mouvements observés ou dans la masse de Jupiter, c'est au prix d'une perte de consistance significative de la théorie. Par ailleurs, la partie des perturbations dont l'influence implique des variations non linéaires sur les éléments osculateurs (en particulier les longitudes moyennes), n'entre pas forcément dans ce cadre, un traitement plus approfondi devenant alors indispensable.

En outre, nous avons pu reclassifier les perturbations par ordre de priorité. Cela a permis de faire apparaître certaines incohérences dans la théorie de Sampson-Lieske, telle que prendre en compte la précession et négliger d'autres effets pourtant beaucoup plus importants.

Enfin, la décomposition en plusieurs termes de certaines perturbations facilite le futur travail analytique dans la mesure où à travers une certaine perturbation seuls quelques termes bien précis influent de manière conséquente, ce qui autorise certaines simplifications.

Références

- Anderson, J.D., Sjogren, W.L. and Schubert, G., 1996, Galileo gravity results and the internal structure of Io, *Science*, **272**, 709-712
- Campbell, J.K. and Synnott, S.P., 1985, Gravity field of the jovian system from Pioneer and Voyager data, *Astron. J.*, **1549**, 364-372
- Krivov, A.V., 1993, Indirect influence of the external bodies on the motion of artificial earth satellites, in *Dynamics and astrometry of natural and artificial celestial bodies*, 353-358, Poznań, Poland
- Lieske, J.H., 1977, Theory of motion of Jupiter's galilean satellites, *Astron. Astrophys.*, **56**, 333-352
- Peters, C.F., 1981, Numerical integration of the satellites of the outer planets, *Astron. Astrophys.*, **104**, 37-41
- Schubert, G., Limonadi, D., Anderson, J.D., Campbell, J.K. and Giampieri, G., 1994, Gravitational coefficients and internal structures of the icy Galilean satellites : An assessment of the galileo orbiter mission, *Icarus*, **111**, 433-440



ROTATION DE LA TERRE ET VECTEUR INSTANTANÉ DE ROTATION

P. Bretagnon, P. Rocher, J.-L. Simon

Résumé. La précision de la solution SMART97 de la rotation de la Terre supposée rigide est de $2 \mu\text{s}$ sur l'intervalle de temps [1968, 2023], précision mise en évidence par la comparaison à une intégration numérique utilisant les positions de la Lune, du Soleil et des planètes données par DE403. Pour obtenir une solution pour la Terre non rigide, nous utilisons la fonction de transfert de Mathews *et al* (2000) et, dans le but de conserver la précision de notre solution pour une Terre rigide dans le calcul des effets géophysiques, nous appliquons cette fonction de transfert au vecteur instantané de rotation de la Terre afin d'éviter les approximations inhérentes aux méthodes classiques. De plus, les perturbations de la troisième composante du vecteur instantané de rotation sont prises en compte. Enfin, nous considérons dans un processus itératif les perturbations du second ordre dues aux effets géophysiques. Les résultats sont comparés à la solution de Herring (1996) publiée dans les IERS Conventions.

1. La solution SMART97 pour la Terre rigide

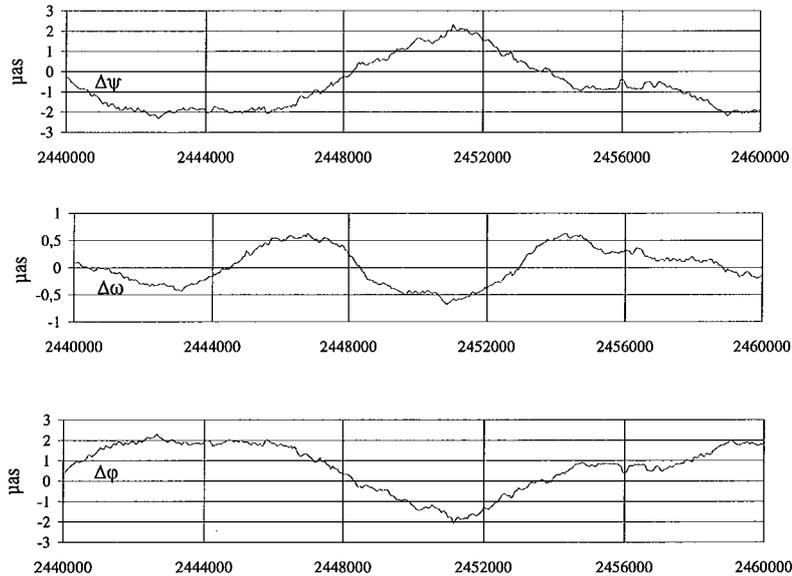
Les équations différentielles complètes du second ordre de la rotation de la Terre rigide sont les suivantes

$$\begin{aligned}
 \ddot{\omega} &= \frac{L}{A} + \frac{B-A}{B} \sin \tilde{\varphi} \left(\frac{M}{A} \cos \tilde{\varphi} - \frac{L}{A} \sin \tilde{\varphi} \right) - \dot{\psi} \dot{\varphi} \sin \omega \\
 &\quad - \frac{C-B}{A} \dot{\psi} \sin \omega (\dot{\varphi} + \dot{\psi} \cos \omega) \\
 &\quad + \frac{B-A}{A} \frac{C-A-B}{B} \times \left(\dot{\psi} \sin \omega \sin^2 \tilde{\varphi} + \frac{1}{2} \dot{\omega} \sin 2\tilde{\varphi} \right) (\dot{\varphi} + \dot{\psi} \cos \omega) \\
 \sin \omega \ddot{\psi} &= \frac{M}{B} + \frac{B-A}{A} \sin \tilde{\varphi} \left(\frac{M}{B} \sin \tilde{\varphi} + \frac{L}{B} \cos \tilde{\varphi} \right) + \frac{C+B-A}{B} \dot{\varphi} \dot{\omega} \\
 &\quad + \frac{C-A-B}{B} \dot{\psi} \dot{\omega} \cos \omega \\
 &\quad + \frac{B-A}{A} \frac{C-A-B}{B} \times \left(\dot{\omega} \sin^2 \tilde{\varphi} - \frac{1}{2} \dot{\psi} \sin \omega \sin 2\tilde{\varphi} \right) (\dot{\varphi} + \dot{\psi} \cos \omega) \\
 \ddot{\varphi} &= \frac{N}{C} - \ddot{\psi} \cos \omega + \dot{\psi} \dot{\omega} \sin \omega \\
 &\quad + \frac{B-A}{C} \left(\frac{1}{2} \dot{\omega}^2 \sin 2\tilde{\varphi} - \dot{\psi} \dot{\omega} \cos 2\tilde{\varphi} \sin \omega - \frac{1}{4} \dot{\psi}^2 \sin 2\tilde{\varphi} (1 - \cos 2\omega) \right).
 \end{aligned}$$

Le couple (L, M, N) doit être calculé globalement c'est-à-dire en utilisant simultanément les harmoniques zonaux et tesséraux car les dérivées premières et secondes des termes diurnes et semi-diurnes sont très

Table 1. Amplitude des termes de 18.6 ans, 13.66 jours, 12 heures et de leurs dérivées premières et secondes

période	ψ (en ")	$\dot{\psi}$ (en "/yr)	$\ddot{\psi}$ (en "/yr ²)
18.6 ans	17.280776	5.838	1.96
13.66 jours	0.221507	37.212	6251.37
12 heures	0.000036	0.132	762.56

**Fig. 1.** Solution SMART97 – intégration numérique utilisant DE403 sur [1968, 2023]

importantes par rapport aux termes à longue période. La table 1 donne les amplitudes du terme semi-diurne (venant de $C_{2,2}$ et $S_{2,2}$), du terme de période 18.6 ans et du terme de période 13.66 jours.

Intégrée ainsi, la solution SMART97 pour une Terre rigide (Bretagnon et al., 1998) peut atteindre une grande exactitude. Elle a été comparée à une intégration numérique utilisant DE403 (Standish et al., 1995) pour les positions de la Lune, du Soleil et des planètes. La précision est de $2 \mu\text{as}$ sur [1968, 2023]. La figure 1 donne les différences pour ψ , ω et pour l'angle de rotation de la Terre φ .

2. Influence du niveau de troncature

La table 2 donne le nombre de termes périodiques plus grands que σ (pour $\sigma = 0.01 \mu\text{as}$, $\sigma = 0.1 \mu\text{as}$ and $\sigma = 1 \mu\text{as}$) et le nombre de termes de Poisson plus grands que σ sur [J2000.0–100 ans, J2000.0+100 ans], pour la solution SMART97 pour une Terre rigide. La table donne aussi la précision de la solution pour ces différents niveaux de troncature. Les données concernent la variable p ($\Delta\psi$ dans les IERS Conventions

Table 2. Nombre de termes dans la nutation en longitude p de SMART97 pour différents niveaux de troncature σ

Solution et σ	P	$P \times t$	$P \times t^2$	$P \times t^3$	$P \times t^4$	Total	Précision
SMART ($0.01 \mu\text{as}$)	3910	815	183	14	2	4924	$2.2 \mu\text{as}$
SMART ($0.10 \mu\text{as}$)	1586	266	61	4	0	1917	$8 \mu\text{as}$
SMART ($1.00 \mu\text{as}$)	642	87	17	1	0	747	$40 \mu\text{as}$
Herring ($1.00 \mu\text{as}$)	375	109	–	–	–	490	

Table 3. Nombre de termes dans la nutation en longitude de la solution pour la Terre non-rigide au niveau de troncature $0.1 \mu\text{as}$.

Périodique	$P \times t$	$P \times t^2$	$P \times t^3$	$P \times t^4$	Total
1581	264	60	4	0	1909

1996) de nutation en longitude comptée à partir de l'équinoxe de la date. Le nombre de termes de la solution de Herring pour une Terre non-rigide (IERS Conventions 1996) est donné pour comparaison.

2.1. Les termes périodiques

De nombreux termes de périodes voisines qui apparaissent dans les autres solutions sont représentés par un seul terme dans SMART97. Aussi, pour un même niveau de troncature, notre solution doit être plus compacte que les autres. Mais SMART97 contient plusieurs centaines de termes absents dans les autres solutions. Ceci explique que, pour une troncature à $0.1 \mu\text{as}$, notre solution contienne 1586 termes périodiques et les autres moins de 1500 ainsi que la meilleure exactitude de SMART97.

2.2. Les termes de Poisson

Dans SMART97, les termes de Poisson $P \times t$ (termes de degré 1) représentent 13.6% des termes périodiques tronqués à $1 \mu\text{as}$, 16.8% tronqués à $0.1 \mu\text{as}$ et 20.8% tronqués à $0.01 \mu\text{as}$. Ceci doit être comparé à la solution de Herring dans laquelle les termes de Poisson de degré 1 représentent 29.1% des termes périodiques tronqués à $1 \mu\text{as}$.

2.3. Le niveau de troncature

Dans la construction de la solution SMART pour une Terre non-rigide utilisant la fonction de transfert de Mathews, les amplitudes de certains termes en résonance peuvent être considérablement augmentées. Aussi, pour obtenir tous les termes plus grands que $0.1 \mu\text{as}$ dans la solution pour la Terre non-rigide, est-il nécessaire de garder un niveau de troncature de $0.01 \mu\text{as}$ dans la solution pour la Terre rigide. Nous donnons le nombre de termes de la solution SMART pour une Terre non-rigide dans la table 3.

3. Solution pour une Terre non-rigide

3.1. La fonction de transfert de Mathews, Herring, Buffet (2000)

Pour construire la solution pour une Terre non-rigide, nous utilisons les fonctions de transfert de manière rigoureuse. Par exemple, la fonction de transfert MHB2000 de Mathews et al. (2000) est

$$T(\sigma; e|e_R) = \frac{(e_R - \sigma)}{(e_R + 1)} N_0 \left[1 + (1 + \sigma) \left(Q_0 + \sum_{\alpha} \frac{Q_{\alpha}}{\sigma - s_{\alpha}} \right) \right]$$

avec $e_R = 0.003284507$, $(1 + \sigma)$ est la fréquence de nutation dans l'espace. Les fréquences complexes s_{α} ont les valeurs suivantes

$$\begin{aligned} s_1 &= (0.00315746, 0.00041782) \\ s_2 &= (-1.00231816, 0.00002603) \\ s_3 &= (-0.99893880, 0.00070674) \\ s_4 &= (0.00041351, 0.00000029) \end{aligned}$$

avec les coefficients complexes

$$\begin{aligned} N_0 &= 1.00001011 \\ Q_0 &= (-0.181007, 0.0343671) \end{aligned}$$

Table 4. Solution pour la Terre non-rigide, calculée à partir de la fonction de transfert MHB2000.

Solution	Argument	p (sin)	p (cos)	ε (sin)	ε (cos)
SM97M2000	$\lambda_3 + D - F$	17 206 664	-3 357	-1 488	-9 205 156
Herring		17 206 394	-3 702	-1 523	-9 205 474
SM97M2000	$2\lambda_3$	-1 318 625	-662	-486	573 040
Herring		-1 318 526	-670	-471	573 046
SM97M2000	$2\lambda_3 + 2D$	-227 663	309	150	97 854
Herring		-227 720	269	136	97 864
SM97M2000	λ_3	-36 674	-123 068	16 616	684
Herring		-36 777	-123 010	16 590	698

$$\begin{aligned}
Q_1 &= (-0.961751, 0.0727335) \\
Q_2 &= (0.0489773, 0.0016520) \\
Q_3 &= (0.0002915, -0.0000835) \\
Q_4 &= (-0.0000107, -0.0000013)
\end{aligned}$$

3.2. Application au vecteur instantané de rotation de la Terre

Nous appliquons la nouvelle fonction de transfert, non pas aux quantités $\sin \varepsilon_0 \Delta \psi$ and $\Delta \varepsilon$ mais aux composantes du vecteur instantané de rotation de la Terre rigide (p, q, r), exprimées en fonction des trois angles d'Euler

$$\begin{aligned}
p_R &= \dot{\psi}_R \sin \omega_R \sin \varphi_R + \dot{\omega}_R \cos \varphi_R \\
q_R &= \dot{\psi}_R \sin \omega_R \cos \varphi_R - \dot{\omega}_R \sin \varphi_R \\
r_R &= \dot{\psi}_R \cos \omega_R + \dot{\varphi}_R
\end{aligned} \tag{13}$$

Pour chaque argument prograde ou retrograde, le vecteur instantané de rotation de la Terre non-rigide est obtenue par multiplication par la fonction de transfert

$$(p_{NR} + i q_{NR}) = (p_R + i q_R) \times T(\sigma; e|e_R)$$

À partir des quantités (p_{NR}, q_{NR}, r_{NR}), nous pouvons calculer les dérivées de ψ, ω et φ dans le cas non-rigide en résolvant le système réciproque de (1)

$$\begin{aligned}
\dot{\psi}_{NR} &= (p_{NR} \sin \varphi_{NR} + q_{NR} \cos \varphi_{NR}) / \sin \omega_{NR} \\
\dot{\omega}_{NR} &= (p_{NR} \cos \varphi_{NR} - q_{NR} \sin \varphi_{NR}) \\
\dot{\varphi}_{NR} &= r_{NR} - \dot{\psi}_{NR} \cos \omega_{NR}
\end{aligned} \tag{14}$$

Ces équations sont rigoureuses mais leurs seconds membres dépendent des solutions par l'intermédiaire de ω, φ et de la dérivée de ψ . Nous devons donc résoudre ce système par itération. Le processus converge sans difficulté. La précision du calcul de $\dot{\psi}_{NR}$ est meilleure que $3.5 \times 10^{-9}''/\text{an}$ ce qui donne une précision de $0.01 \mu\text{as}$ pour le terme de période 18.6 ans et de $0.50 \mu\text{as}$ pour le terme de période 883 ans.

3.2.1. La méthode classique

On fait l'hypothèse que $r_{NR} = r_R$. On obtient alors les résultats illustrés par la table 4. Nous notons SM97M2000 la solution obtenue par SMART97 + Mathews et al. (2000). Nous constatons que les résultats issus de la fonction de Mathews sont très proches des séries de Herring (1996).

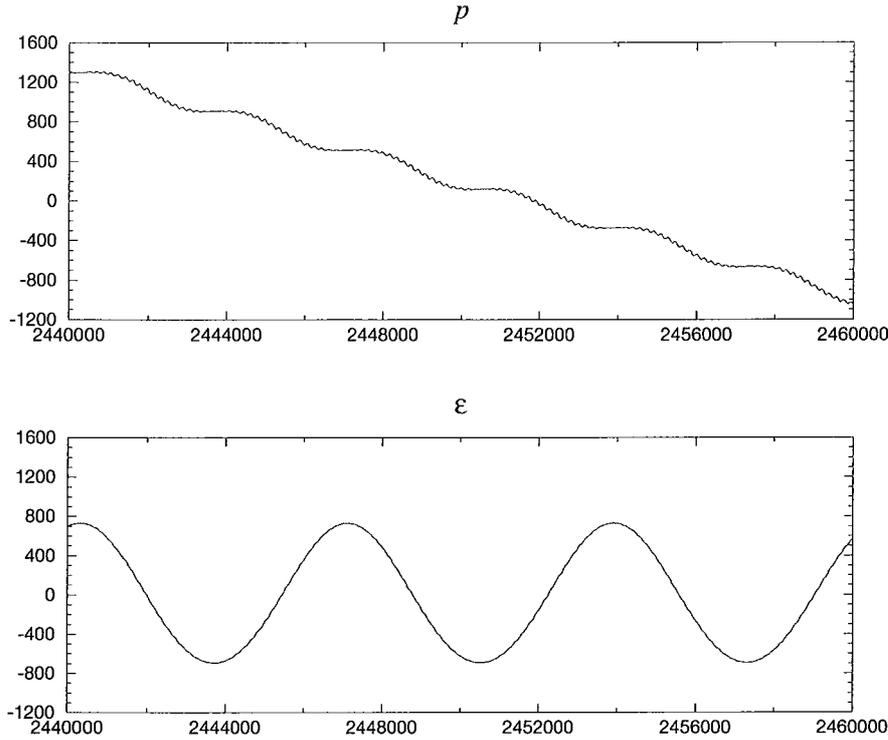


Fig. 2. Influences de $(\omega - \omega_S)$ et $(\omega - \omega_D)$ sur p et ε sur [1968, 2023]. L'unité est le μas .

3.2.2. La méthode rigoureuse

La méthode rigoureuse consiste à prendre en compte les variations dues aux forces de marée dans la rotation de la Terre. Nous avons introduit les séries $(\omega - \omega_S)$ et $(\omega - \omega_D)$ (IERS Conventions 1996) de façon à obtenir r_{NR} à partir de r_R

$$r_{NR} = r_R + (\omega - \omega_S) + (\omega - \omega_D).$$

Les modifications sont très importantes non seulement pour le troisième angle d'Euler mais aussi pour les deux premiers. Nous obtenons, par exemple

$$\begin{aligned} \Delta p &= 42\,242t + 69 \sin(2\lambda_3 + 2D - 2F) - 4 \sin(\lambda_3 + D - F) + \dots \\ \Delta \varepsilon &= -15t + 712 \cos(\lambda_3 + D - F) - 19 \cos(2\lambda_3 + 2D - 2F) + \dots \end{aligned}$$

où les amplitudes sont en μas et où le temps est compté en milliers d'années juliennes à partir de J2000. Ainsi, pour ε , le terme de période 18.6 ans devient

$$\varepsilon = -1\,488 \sin(\lambda_3 + D - F) - 9\,204\,444 \cos(\lambda_3 + D - F).$$

La comparaison avec les résultats de la table 4 montre la nécessité de recalculer la fonction de transfert. Les modifications Δp et $\Delta \varepsilon$ sont représentées sur la figure 2 ; elles atteignent, sur [1968, 2023], environ 1200 μas pour p et 800 μas pour ε .

3.3. Calcul itératif

L'introduction, dans la rotation de la Terre, des effets géophysiques que nous venons de calculer modifie la position de la Terre par rapport à son centre de masse et, par conséquent, les perturbations dues à la Lune, au Soleil et aux planètes. Il est donc nécessaire de recalculer les perturbations pour la Terre rigide puis, de nouveau, les effets géophysiques, par un processus itératif. On obtient ainsi les perturbations du deuxième ordre dues aux effets géophysiques. Ce processus converge et on obtient les modifications suivantes dans les nutations

$$\begin{aligned} \Delta p &= -49t - 7.4 \sin(\lambda_3 + D - F) + 5.5 \sin(2\lambda_3 + 2D - 2F) + \dots \\ \Delta \varepsilon &= -147t - 0.93 \cos(2\lambda_3 + 2D - 2F) - 0.24 \cos(\lambda_3 + D - F) + \dots \end{aligned}$$

où les amplitudes sont en μas et où le temps est compté en milliers d'années juliennes à partir de J2000. Ces perturbations atteignent environ 15 μas en p sur [1968, 2023].

3.4. Précession-nutation géodésique

La solution est complétée par la précession-nutation géodésique de Brumberg (1997) pour les trois angles d'Euler ψ , ω et φ , et pour les variables p and ε .

4. Conclusion

Nous avons construit une théorie de la rotation de la Terre non-rigide en utilisant d'une manière rigoureuse la fonction de transfert de Mathews et al. (2000) et en introduisant les perturbations de la troisième composante du vecteur instantané de rotation. Nous avons montré que les approximations inhérentes aux méthodes classiques entraînent des écarts importants et qu'il est nécessaire de recalculer la fonction de transfert en partant de nos résultats.

Références

- Bretagnon, P., Francou, G., Rocher, P., Simon, J.-L. 1998, *Astron. Astrophys.*, **329**, 329
Brumberg, V. A. 1997, *Dynamics and Astrometry of Natural and Artificial Celestial Bodies*, I. M. Wytrzyszczak, J. H. Lieske and R. A. Feldman (eds), 439
McCarthy, D. D. 1996, IERS Standards (1996) *IERS Technical Note 21*, observatoire de Paris
Mathews, P. M., Herring, T. A., Buffet, B. A. 2000, New nonrigid Earth nutation series and Earth's interior, submitted to *J. Geophys. Res.*
Standish, E. M., Newhall, X X, Williams, J. G., Folkner, W. F., 1995, *JPLIOM* **314**, 10

RÉDUCTION PARTIELLE UTILISANT LE MOMENT CINÉTIQUE POUR LE PROBLÈME PLANÉTAIRE DES N CORPS

F. Malige

Le problème des n corps possède dix intégrales premières bien connues (énergie, quantité de mouvement et moment cinétique) et de nombreux essais ont été tentés d'utiliser ces relations pour réduire le nombre d'équations du mouvement ($6n$ équations pour n corps). En théorie, ceci peut être fait par des transformations canoniques dont certaines variables deviennent une des intégrales (Abraham and Marsden, 1978, pp 298-311), mais la difficulté est de trouver des transformations assez faciles pour pouvoir être utilisées concrètement.

En ce qui concerne la quantité de mouvement, Poincaré a proposé deux systèmes de variables, combinaisons linéaires de coordonnées cartésiennes : les variables canoniques héliocentriques et les coordonnées de Jacobi (Poincaré, 1896, 1897, voir aussi Laskar, 1989). Ces deux réductions ont plusieurs avantages et le choix de l'une au détriment de l'autre dépend du problème étudié. Dans les deux cas, le système ne possède plus que $6n - 6$ variables.

En ce qui concerne le moment cinétique, la situation est beaucoup plus compliquée et aucune réduction pratique, par un changement de variables simple, dans le cas de n corps n'est connue. Cependant, dans le cas de trois corps, il existe une réduction simple appelée "élimination des noeuds" (Jacobi, 1842). Bennett a proposé une méthode pour la réduction pour n corps mais cette méthode est très difficile (Bennett, 1905, Hagihara, 1970). Depuis, une succession de travaux (Boigey, 1981, Deprit, 1983), utilisant une chaîne de repères proposent une réduction pour 4 corps puis n corps plus simple que celle de Bennett mais encore difficile à employer. De plus, dans ces études, les variables réduites n'ont pas un sens physique simple.

On propose une méthode basée sur une réduction partielle du problème. Soit C le moment cinétique total du système. Si on utilise le plan invariant (orthogonal à C) comme plan de référence des coordonnées du système, les deux composantes C_x et C_y sont égales à zéro. La réduction partielle est une réduction où seule la direction et non la norme de C est prise en compte. Dans le cas de trois corps, dans le plan invariant, les noeuds ascendants des deux planètes sont opposés et la réduction partielle peut être faite facilement. Dans le cas général de n corps, on utilise les intégrales $C_x = C_y = 0$ pour exprimer deux variables comme des fonctions des autres. On remplace alors ces variables par leur expression dans les équations du mouvement. Cette réduction n'est pas canonique et on ne conserve pas la forme standard des équations du mouvement. Néanmoins, par une autre transformation (non canonique), on retrouve la forme standard de la deux-forme symplectique, par utilisation d'une version constructive d'un théorème de Darboux. La recherche de ces transformations formelles est implémentée sous TRIP (calculateur formel dédié à la mécanique céleste) et ne peut être réalisée que jusqu'à un degré donné en excentricités et inclinaisons.

Il y a plusieurs motivations pour trouver de telles transformations. La première est d'obtenir un système ayant moins de degrés de liberté et qui peut donc être étudié plus facilement mais ce n'est pas la seule. Cette réduction permet de prouver la possibilité de construction formelle d'une forme normale de

Birkhoff pour le problème séculaire. Une raison plus topologique est que le point fixe du problème séculaire situé à l'origine est le même pour le problème non réduit et le problème partiellement réduit. De plus, ce problème ne présente pas la singularité rencontrée lors de la réduction de Jacobi quand les inclinaisons tendent vers zéro (Robutel, 1995). On remarque finalement que, la réduction partielle achevée, on peut facilement terminer la réduction en utilisant la troisième intégrale première C_2 .

Ces recherches sont regroupées dans un article à paraître (Malige, 2001).

Références.

- Abraham R. , Marsden J., 1978, *Foundations of mechanics*, 298-311
- Bennett T.L. , 1905, *Messenger of Math.*, XXXIV, 1113
- Boigey F., 1981, Transformations canoniques à variables imposées. Applications à la mécanique céleste, Thèse, Université Pierre et Marie Curie, Paris 6
- Deprit, A., 1983, Elimination of the nodes in problems of N bodies, *Celest. Mech.*, **30**, 181-195
- Hagihara Y. , 1970, *Celest. Mech.*, **1**, 476-482
- Jacobi, C.G.J., 1842, Sur l'élimination des noeuds dans le problème des trois corps, *Astronomische Nachrichten*, Bd XX, 81-102
- Laskar, J., 1989, *Les méthodes modernes de la mécanique céleste*, sous la direction de Daniel Benest et Claude Froeschlé, 63-87
- Malige F., Robutel P., Laskar, J., 2001, Partial reduction in the planetary N-body problem using the angular momentum integral, à paraître
- Poincaré H., 1896-1897, Oeuvres complètes de Poincaré, 7, Gauthier-Villars, 1952, 496-511
- Robutel P., 1995, Stability of the planetary three-body problem. II KAM theory and existence of Quasi-periodic Motions, *Celest. Mech. Dyn. Astron.* **62**, 193-217

QUELQUES ASPECTS DE LA DYNAMIQUE DES HUIT PRINCIPAUX SATELLITES DE SATURNE

A. Vienne

1. Introduction

De manière générale, l'intérêt d'avoir une théorie analytique du mouvement de corps du système solaire est multiple. D'une part, en analysant les observations, on améliore la théorie, soit au travers de ses paramètres, ou soit en reformulant une partie de celle-ci. Réciproquement, si cette théorie représente des éphémérides suffisamment précises, il est possible d'améliorer ou de tester les méthodes astrométriques utilisées lors des observations. D'autre part, l'intérêt d'une telle représentation est aussi planétologique. En effet, l'analyticité de la représentation permet d'accéder à une meilleure connaissance de la dynamique du système : paramètres physiques (masses, coefficients d'aplatissement, ...), stabilité, histoire dynamique (formation des résonances, effet de marée, ...).

Nous allons présenter ici quelques aspects ou éclairages que peut porter une théorie du mouvement sur la dynamique d'un système. La théorie utilisée est TASS (Théorie Analytique des Satellites de Saturne), et donc, le système étudié est celui des huit principaux Satellites de Saturne.

TASS (Vienne et Duriez 1995, Duriez et Vienne 1997) est une théorie dynamique qui permet de calculer les positions des satellites Mimas, Encelade, Téthys, Dioné, Rhéa, Titan, Hypérior et Japet. C'est un modèle dynamique de 10 corps : 8 satellites ponctuels ou sphériques en interaction gravitationnelle, orbitant une planète sphéroïdale aplatie (Saturne) et perturbés par le Soleil. La principale difficulté de ce système vient de ce que 6 de ces 8 satellites sont actuellement capturés dans des résonances en moyens mouvements : 2 :4 en inclinaisons (Mimas-Téthys), 1 :2 en excentricités (Encelade-Dioné) et 3 :4 en excentricités (Titan-Hypérior). Les équations de Lagrange ont été développées de manière complète et analytique. Les paramètres dynamiques (masses, coefficients d'aplatissement et conditions initiales) apparaissent explicitement dans la solution.

Les différents aspects de la dynamique du système des principaux satellites de Saturne que TASS a mis en évidence et que nous présentons ici, sont :

- la mise en évidence de caractéristiques dynamiques supplémentaires (paragraphe 2).
- la consistance dynamique d'une théorie (paragraphe 3).
- les nouvelles observations et quelques remarques sur les futures bases de données (paragraphe 4).

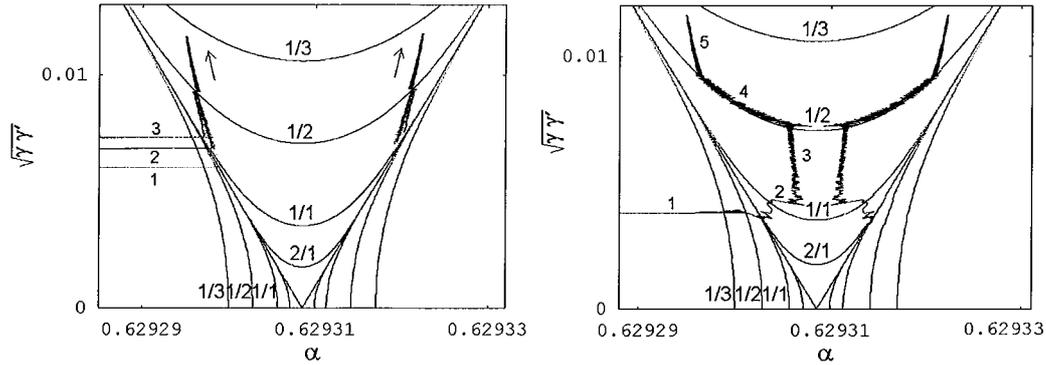


Fig. 1. Différents types d'évolution de résonance Mimas-Téthys.

2. Résonances secondaires et chaos dans le système Mimas-Téthys

Jusqu'ici, on considérait que la résonance Mimas-Téthys était caractérisée par une libration de l'argument $\varphi = 2\lambda - 4\lambda' + \Omega + \Omega'$ (λ et Ω sont la longitude moyenne et la longitude du noeud ascendant de Mimas, λ' et Ω' celles de Téthys) ; de ce fait, la ligne de conjonction oscille en 70 ans de $\pm 48^\circ$ autour du point moyen $(\Omega + \Omega')/2$ des noeuds ascendants. La probabilité de capture dans cette résonance était estimée à 0.04.

En fait TASS a mis en évidence d'autres termes, proches de la résonance et proportionnels à l'excentricité e' de Téthys, notamment : $3\lambda - 6\lambda' + 2\Omega + \varpi' = 3\varphi/2 + \sigma$, puis $\lambda - 2\lambda' + \Omega - \Omega' + \varpi' = \varphi/2 + \sigma$ et enfin $-\lambda + 2\lambda' - 2\Omega' + \varpi' = -\varphi/2 + \sigma$ où ϖ' est la longitude du péri-saturne de Téthys. Ces trois arguments ont la même vitesse angulaire, celle correspondant à $\sigma = (\Omega - 3\Omega')/2 + \varpi'$ de période 200 ans. Cette période est suffisamment proche de la période de 70 ans pour qu'on étudie leurs interactions éventuelles lors de l'évolution de la résonance. Certes, c'est parce que l'excentricité e' est actuellement très petite (inférieure à 0.001 d'après TASS) que l'on a pu jusqu'ici la considérer comme nulle et ainsi ignorer ces nouveaux termes, mais e' n'a aucune raison d'avoir été toujours négligeable et a pu évoluer, tout comme les vitesses angulaires des différents arguments précédents. Ainsi, la dynamique de cette résonance apparaît bien plus riche que ne laissent penser les anciennes études. On trouvera le détail de l'étude de ce système dans (Champenois et Vienne, 1999a et b).

A cause des marées levées sur Saturne par les satellites, les vitesses angulaires moyennes des arguments φ et σ sont variables. Si l'argument φ était en circulation à l'origine, on peut alors assister à une capture en résonance lorsque cette vitesse angulaire, notée ω_c , devient nulle, donnant lieu à une libration en longitude (de fréquence ω_l). Dans le même temps la vitesse angulaire moyenne (notée f) de l'argument σ évolue et peut elle-même entrer en résonance avec celle de φ , donnant lieu éventuellement à une nouvelle capture dans une résonance dite secondaire (résonance j/k lorsque $j\omega + kf = 0$). Enfin, l'excentricité e' de Téthys évolue aussi, allant en décroissant par les effets de synchronisation dus aux marées que Saturne crée dans ce satellite.

En étudiant l'évolution du système Mimas-Téthys sur une durée de l'ordre de 250 millions d'années, nous avons pu montrer que la capture dans la résonance principale actuelle n'a pu se produire qu'après la traversée d'une zone de mouvement chaotique due à la superposition des résonances secondaires près de la séparatrice. La figure 1 montre deux types de comportement obtenus sur un plan $(\alpha, \sqrt{\gamma\gamma'})$ (où γ et γ' sont les sinus des demi-inclinaisons i et i'). Lorsque le système est à l'intérieur du V, α se met à osciller entre deux valeurs extrêmes. Pour une meilleure lisibilité, seules ces limites sont données sur les figures.

La partie gauche de la figure 1 superpose les résultats de trois intégrations, pour 3 valeurs actuelles possibles de e'_0 : 0 en (1), 0.000235 en (2) et 0.001 en (3). On constate que plus la valeur de e'_0 est importante, plus l'entrée dans la résonance a lieu avec une valeur relativement élevée de $\sqrt{\gamma\gamma'}$. On a ainsi $0 < e'_0 < 0.001 \Rightarrow 0.4 < i < 0.6$ et $9 \cdot 10^{-5} < e' < 0.009$ au moment de la capture.

La partie droite de la figure montre un type de comportement complètement différent, où l'entrée dans la résonance principale (1) est suivie d'un comportement chaotique associé à la traversée de la zone de superposition des résonances secondaires (2) ; suit alors une évolution conforme à la théorie des invariants adiabatiques (3), puis capture dans la résonance secondaire 1/2 (4) jusqu'à retrouver une évolution finale dans la résonance principale de nouveau conforme aux invariants adiabatiques (5). Dans ce cas, on a

$i = 0.018$ et $e' = 0.0094$ au moment de l'entrée dans la résonance principale. Selon les cas, on observe la capture en résonance il y a 200 à 240 millions d'années.

Ces changements de comportement sont significatifs de la traversée d'une zone chaotique lors de l'entrée dans la résonance principale. Celle-ci a été cartographiée dans le plan de phases ($\varphi, d\varphi/dt$) par la technique des surfaces de section, montrant les îles de résonance secondaires plus ou moins noyées dans des zones chaotiques selon la valeur de e' à l'entrée en résonance. Les probabilités de capture dans la résonance principale ont d'ailleurs aussi été trouvées très sensibles à la valeur de e' . La probabilité pouvant même atteindre 1 dans certain cas (rappelons que jusqu'à maintenant cette probabilité était estimée à 0.04).

Ainsi, le fait de considérer pour Téthys une orbite non circulaire change la vision que l'on avait jusqu'à présent de l'évolution récente du système Mimas-Téthys, en autorisant notamment pour i , avant capture, une valeur plus élevée ou plus faible. Cela change également le calcul de la probabilité de capture, qui doit maintenant tenir compte du chaos et du fait que plusieurs captures et échappements peuvent se produire successivement dans des résonances secondaires. Par ailleurs, on trouve que la valeur de l'excentricité de Téthys lors de la dernière capture pourrait être environ dix fois supérieure à sa valeur actuelle, mais une précédente capture aurait pu avoir lieu avec une excentricité nulle et c'est alors une capture en résonance secondaire qui l'aurait fait croître.

3. Consistance dynamique d'une théorie : détermination des paramètres et prédictabilité

Les anciennes théories du mouvement des satellites de Saturne (Harper et Taylor 1993, Dourneau 1993) utilisent simplement des orbites elliptiques dont les précessions sont indépendantes pour chaque satellite. Il est ajouté, dans ces théories, des termes de libration dans les longitudes pour tenir compte des résonances, là aussi de manière indépendante. Seules les perturbations solaires, dans le cas des satellites extérieurs, ont subies un traitement analytique. TASS, au contraire, est un modèle dynamique obtenu en développant les équations de Lagrange de manière complète et analytique. De cette façon, les paramètres dynamiques (masses, coefficients d'aplatissement et conditions initiales) apparaissent explicitement dans la solution. Ce sont ces paramètres que nous avons ajustés aux observations. C'est dans ce sens qu'il faut comprendre la notion de consistance dynamique. En effet, les anciennes théories ajustent pour chaque satellite, non seulement, les 6 éléments décrivant l'ellipse, mais aussi, le moyen mouvement (normalement relié au demi grand-axe par la troisième loi de Képler), la vitesse de précession du péricentre et celle du noeud. Cela conduit à 9 "conditions initiales" par satellite, auxquelles il faut ajouter la fréquence et l'amplitude de la libration en longitude dans le cas des résonances. Outre la corrélation déjà signalée entre le demi grand-axe et le moyen mouvement, il y a aussi les corrélations entre les vitesses des noeuds et des péricentres de tous les satellites : ces vitesses ont toutes la même cause principale qui est l'aplatissement de Saturne (caractérisé en grande partie par son coefficient J_2).

La consistance dynamique de TASS se traduit d'abord, dans la détermination des paramètres physiques. Cela est illustré par la table 1 : on voit que **tous** les paramètres ont été déterminés et avec une bonne précision. La précision obtenue dans la détermination des coefficients J_2 et J_4 est identique à celle des sondes spatiales. Notons aussi que notre estimation de la masse d'Encelade s'écarte des anciennes déterminations et qu'elle s'approche de celle faite postérieurement par Dermott (1994).

On peut aussi illustrer la consistance dynamique en mettant en vis-à-vis la distribution des observations avec la distance entre les positions calculées par TASS et celles calculées par Harper et Taylor (figure 2). La distribution des observations couvre la période 1874-2020, c'est à dire qu'elle recouvre à la fois les séries d'observations qui ont servies à l'ajustement des deux représentations, et la période de la mission CASSINI. La figure montre ces différences dans le cas de Mimas. La corrélation avec la distribution du nombre d'observations disponibles à chaque opposition est évidente : Les deux représentations sont liées par les observations, et dès qu'il n'y a plus d'observation (vers 1960 et après 1984) le "lien" se relâche fortement. Nous observons un phénomène similaire pour Hypériorion et Japet. Pour les autres satellites, les corrélations sont peu significatives ; cela signifie que les deux représentations, pour ces satellites, sont équivalentes du point de vue de leurs éphémérides.

Table 1. Détermination par TASS, Harper et Taylor (1993), Dourneau (1993) et Campbell et Anderson (1990) des coefficients d'aplatissement de Saturne J_2 et J_4 , des masses de Mimas, Encelade, Téthys, Dioné, Rhéa, Titan et Japet (m_1 à m_8) en unités de masse de Saturne.

paramètres $\times 10^6$:	J_2	J_4	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6	m_8
TASS	16285	-959	0.0634	0.088	1.060	1.963	4.320	236.370	3.1
σ	5	17	8	21	13	21	380	180	5
\pm	12	39	25	88	42	121	64	62	2.3
Harper et Taylor	16298	-1076	0.0646	0.213	1.076	1.916			
σ	38	274	11	46	18	36			
Dourneau	16326	-841	0.0648	0.206	1.088	1.954			3.7
σ	54	401	21	55	31	58			1.7
Sondes spatiales	16298	-915		0.114			4.059	236.638	2.79
σ	5	26		3			53	8	8
\pm	10	40		Dermott 1994			105	26	26

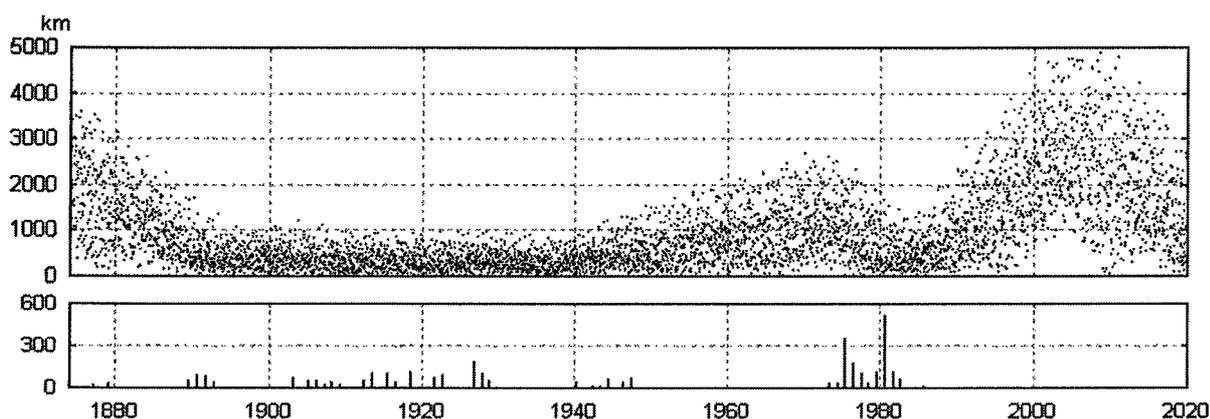


Fig. 2. Distances entre TASS et Harper et Taylor de 1874 à 2020 des positions de Mimas, et la correspondance avec la distribution du nombre d'observations disponibles à chaque opposition. Au niveau de Saturne, $0.''1$ représente 700 km vue de la Terre.

4. Les observations CCD des satellites

Nous venons de voir que les représentations du mouvement sont ajustées avec des séries d'observations qui s'arrêtent en 1984. On peut s'étonner que depuis 14 ans il n'y ait plus d'observations qui contraignent les représentations. Bien-sûr, les satellites de Saturne ont beaucoup été observés depuis. Le problème vient du statut de ces observations dans une base de données. Depuis 1990, et mises à part les observations des phénomènes mutuels de 1995 en cours de réduction, les observations sont principalement du type CCD. Or le problème est que ces images ont un champ relativement réduit qui empêche d'avoir des étoiles de références qui auraient permis de faire une réduction astrométrique. Pour les observations publiées jusqu'à ce jour, le moyen utilisé pour contourner la difficulté, est d'utiliser les satellites eux-mêmes pour effectuer une réduction.

Il est présenté dans la table 2, un exemple de réductions d'une série d'observations faite en 1997 à La Palma (Harper et al., 1999). Ces deux ajustements que nous avons fait, l'un avec TASS, l'autre

Table 2. Observations CCD de La Palma en 1997 (table 8 de Harper et al., 1999). Les colonnes $o - c$ représentent les écarts quadratiques moyens des résidus, et les colonnes μ les valeurs moyennes des résidus. Pour chaque ajustement, on donne le facteur d'échelle (en "/pix) et l'orientation de l'image (en degrés par rapport à l'équateur J2000). Seuls les positions des satellites Téthys, Dioné, Rhéa par rapport à Titan ont été utilisées dans les ajustements.

	TASS	$\Delta\alpha \cos \delta$				$\Delta\delta$						
	N_u	(mas)		(mas)		H-T	N_u		$\Delta\alpha \cos \delta$		$\Delta\delta$	
	0.3302145"/pix					0.3304059"/pix						
	36'40".4	μ	$o - c$	μ	$o - c$	36'47".5	μ	$o - c$	μ	$o - c$	μ	$o - c$
tous	387	2	45	-3	48	387	2	49	4	65		
Ence.	8	42	113	-24	74	8	15	106	-3	70		
Téthys	68	3	50	2	57	68	2	49	13	63		
Dioné	68	21	47	-7	42	68	-26	49	49	64		
Rhéa	61	19	46	25	52	61	-34	54	73	86		
Hyp.	24	242	249	133	167	0	-	-	-	-		
Japet	69	-125	132	17	52	36	400	401	227	230		

avec Harper et Taylor, n'utilisent que les positions de Téthys, Dioné, Rhéa et Titan. Un ajustement consiste à déterminer le facteur d'échelle et l'orientation de l'image. Au niveau des $o - c$, les différences ne sont sensibles que pour Hypérion et Japet. Le niveau de rejet à 500 mas explique que les valeurs de N_u diffèrent pour ces deux satellites. Si, pour les autres satellites, les deux distributions des $o - c$ sont proches, il faut noter que la différence entre les deux réductions peut induire des écarts de 40 mas (pour une séparation de 180").

Cette dernière remarque pose le problème du statut de ce type d'observations dans une base de données : La réduction peut-elle dépendre d'une théorie de satellite, pour ensuite être utilisée par cette théorie? La réponse est évidemment non. Si ces images peuvent être réduites indépendamment des satellites, il faut absolument le faire. Mais si c'est impossible, il serait dommage d'ignorer ce type d'observations, car, comme on le voit, elles sont de bonne qualité. En fait ces images contiennent de l'information, mais différente de celle que l'on retire habituellement des grandes plaques photographiques avec de bonnes étoiles de référence. Par exemple, la masse de Saturne ne peut être déterminée puisque sa valeur a déjà été absorbée dans la détermination du facteur d'échelle. A l'inverse, on pourrait certainement utiliser ces images pour déterminer les paramètres qui influent sur la position de Mimas (comme l'excentricité de Téthys, voir le paragraphe 2). En tout état de cause, il est indispensable d'indiquer, lors de l'introduction de ces positions dans une base de données, quelle a été la manière d'obtenir ces positions. L'utilisateur jugera ensuite lui-même, et sous sa responsabilité, quelles sont les informations qu'il peut espérer tirer de ces positions.

5. Conclusion

Nous avons montré divers aspects de la dynamique des huit principaux satellites de Saturne, grâce à l'éclairage que donne la théorie analytique du mouvement de ces corps que nous avons construite à Lille. On a pu ainsi se rendre compte de l'intérêt d'avoir une telle théorie. L'analyticité de la représentation permet d'accéder à une connaissance plus fine de la dynamique du système. La connaissance de la stabilité et de l'histoire dynamique (formation des résonances, effet de marée, ...) ont été illustrées avec l'exemple du système Mimas-Téthys. Nous avons montré aussi que l'on accède à une bonne détermination des paramètres physiques (masses, coefficients d'aplatissement, ...). Par ailleurs, l'analyse des $o - c$ des observations et plus particulièrement des observations CCD, nous a conduit à discuter du statut de celles-ci lors de la constitution d'une base de données.

Références

- Campbell, J.K., Anderson, J.D., 1989, Gravity field of the saturnian system from Pioneer and Voyager tracking data, *Astron. J.*, **97**, 1485-1495
- Champanois, S., Vienne, A., 1999a, Chaos and secondary resonances in the Mimas-Tethys system, *Celest. Mech. Dyn. Astron.*, **74**, 111-146
- Champanois, S., Vienne, A., 1999b, The role of secondary resonances in the evolution of the Mimas-Tethys system, *Icarus* **140**, 106-121
- Dermott, S. F., 1994, The determination of the mass and mean density of Enceladus from its observed shape, *Icarus* **109**, 241-257
- Dourneau, G., 1993, Orbital elements of the eight major satellites of Saturn determined from a fit of their theories of motion to observations from 1886 to 1985, *Astron. Astrophys.*, **267**, 292-299
- Duriez, L., Vienne, A., 1997, Theory of motion and ephemerides of Hyperion, *Astron. Astrophys.*, **324**, 366-380
- Harper, D., Taylor, D.B., 1993, The orbits of the major satellites of Saturn, *Astron. Astrophys.*, **268**, 326-349
- Harper, D., Beurle, K., Williams, I.P., Murray, C.D., Taylor, D.B., Fitzimmons, A., Cartwright I.M., 1999, CCD astrometry of Saturn's satellites in 1995 and 1997, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **136**, 257-259
- Vienne, A., Duriez, L., 1995, TASS1.6 : Ephemerides of the major Saturnian satellites, *Astron. Astrophys.*, **297**, 588-605

GAIA ET LE SYSTÈME SOLAIRE

D. Hestroffer

Résumé

Le projet de mission spatiale GAIA permettra, s'il est accepté par l'ESA, un recensement très ambitieux de notre galaxie et une meilleure connaissance de sa formation et de son évolution. Cependant, plus proche de nous, l'évolution et la formation du système solaire pourront être analysées grâce à l'observation astrométrique et photométrique de ses petits corps.

1. Introduction

Le projet de mission spatiale GAIA candidat pour la CS#5 devrait être lancé en 2009. On peut considérer à juste titre qu'il est le successeur d'Hipparcos, mais il est à bien des égards plus ambitieux et recouvre un domaine d'application scientifique bien plus large. Ceci est essentiellement dû au fait que GAIA fournira un catalogue d'un nombre impressionnant d'étoiles (env. 25 000*/deg²) avec une précision sur les positions de l'ordre de 1 à 100 μ as. Les domaines d'application recouvrent la physique fondamentale, la physique stellaire, la dynamique galactique, les exo-planètes, les systèmes de référence, mais aussi la formation du système solaire et son évolution dynamique et collisionnelle. Il est généralement admis que les petits corps de la ceinture principale situés entre Mars et Jupiter ont connus une faible évolution thermique depuis les premiers instants d'accrétion planétaire. Les astéroïdes sont par conséquent représentatifs de la population originelle des planétésimaux formés dans cette région du système solaire il y a environ 4.5 Gyr. L'étude de l'origine et de l'évolution du système solaire nécessite la connaissance des propriétés physiques des astéroïdes comme leur classe taxonomique, leur forme et rotation, leur masse, taille et densité, et des différentes corrélations entre ces paramètres et ce en fonction de leur distance héliocentrique.

2. L'instrument

Le principe d'observation est similaire à celui d'Hipparcos. L'axe de rotation spin fait un angle constant avec la direction du soleil et précesse autour de cette direction avec une période de 76 jours. En conséquence les objets du système solaire sont observés au voisinage de la quadrature alors qu'ils sont moins brillants et présentent une phase. En revanche le télescope pourra aisément scruter les zones de faible élongation solaire, ce qui est un atout par rapport à des observations effectuées depuis le sol. Deux champs du ciel de $0.6 \times 0.6 \text{ deg}^2$ sont observés simultanément tandis que le satellite tourne sur lui-même. Le plan

focal du télescope est constitué d'un large réseau de récepteurs CCD fonctionnant en mode TDI. L'introduction des CCD présente un avantage considérable par rapport au système de grille de modulation monté sur Hipparcos, elle est pour une large part responsable du gain en précision sur la mesure des positions d'un facteur 100. La résolution est plus importante dans la direction de balayage, ainsi GAIA fournira essentiellement des positions uni-dimensionnelles. Lorsqu'un objet traverse le "star mapper" son parcours sur le champ astrométrique principal est évalué et seul une fenêtre centrée sur ces positions est analysée. Ensuite l'objet traverse les CCD de photométrie à bandes moyenne. Contrairement aux autres programmes d'astrométrie, un spectrographe est monté à bord, permettant d'obtenir pour chaque étoile les 6 composantes de son vecteur position/vitesse. Il permet en outre d'obtenir une photométrie à bandes plus étroites dans le domaine du visible et proche infra-rouge.

3. Les observables

Le principe de la mission est d'obtenir au terme de 5 ans un survey complet du ciel avec un instrument unique. Il n'y a pas de limitation par un catalogue d'entrée ; tout objet détecté est ensuite suivi lors de son passage dans le champ. Ce survey est donc essentiellement limité par la magnitude maximale ($V \leq 20$) et dans une moindre mesure par la vitesse des objets. En effet un objet se déplaçant trop rapidement sur le ciel (approximativement avec une vitesse $v > 300$ arcsec/h) ne sera pas détecté par le "star mapper" et aucune mesure ne sera effectuée. Le "gros de la troupe" sera composé de 10^5 à 10^6 astéroïdes de la bande principale dont il est difficile d'estimer à l'heure actuelle la fraction que GAIA sera amené à découvrir. A cela s'ajoutent des comètes, des satellites naturels et des planètes principales (en particulier Pluton). En outre GAIA permettra de découvrir, s'ils existent, d'autres Plutons de la bande de Kuiper. Par ailleurs, GAIA effectuera un survey des zones à faible élongation et est par conséquent adapté à l'observation ou la découverte d'Atens et d'IEOs (objets gravitant à l'intérieur de l'orbite terrestre) ainsi que d'astéroïdes troyens ou co-orbitaux de Vénus, ce qui est difficilement réalisable depuis le sol (Boattini et Carusi, 1997 ; Evans et Tabachnik, 2000).

4. La science

La découverte de planètes extra-solaires pose le problème de la formation de tels systèmes et de leur stabilité. Pourtant la formation du système solaire n'est pas encore totalement élucidée et les astéroïdes en sont des traceurs privilégiés. Les aspects majeurs de la mission (survey complet du ciel, nombre d'objets observés, colorimétrie et grande précision astrométrique) permettront des avancées importantes dans l'étude du système solaire.

- *Formation du système solaire, propriétés physique des astéroïdes.* La masse des astéroïdes et par conséquent leur densité nous est, sauf pour une poignée d'entre eux, inconnue. Notre connaissance sur la taille des petites planètes est elle aussi fortement limitée et est largement fondée sur des méthodes de détermination indirectes nécessitant une calibration. La relation entre la densité et le type taxonomique est basée sur l'hypothèse que les propriétés de surface reflètent l'intérieur de ces corps, ce qui reste à confirmer ou infirmer. Ainsi nous ne savons pas quelle proportion d'entre eux est formée de "rubble-piles", c'est-à-dire d'objets peu dense formés d'éléments agglomérés par la force gravitationnelle. La taxonomie est connue pour une centaine d'objets généralement les plus gros en taille et est donc biaisée. Il est cependant important de connaître la distribution des classes taxonomiques en fonction de la distance héliocentrique et de la taille, et par conséquent d'étendre cet échantillon aux plus petits corps.
- *Évolution dynamique et collisionnelle dans le système solaire, les familles.* La distribution en taille de la population astéroïdale, et donc la connaissance des diamètres ou indirectement des albedos, fournit des conditions aux limites aux modèles d'évolution collisionnelle, principal mécanisme d'évolution ayant affecté cette population depuis les premiers instant de sa formation. Les familles dynamiques d'astéroïdes sont supposées être la principale source de fragments injectés dans les résonances donnant naissance aux NEAs (Cellino et al., 1998). Ces familles résultant de collisions, apportent des informations sur la physique lors d'impacts catastrophiques entraînant la rupture du

corps parent. La population des NEOS est formée principalement d'astéroïdes de la bande principale ayant été apportés dans la région proche de la Terre à la suite de résonances. Une portion toutefois est supposée avoir une origine cométaire. Les IEOs, dont la détection à partir du sol est pratiquement impossible, constitueraient une fraction importante des Atens (Michel et al., 2000). Nous ne connaissons que très peu d'objets co-orbitaux des planètes telluriques et leur stabilité doit être relativement courte. Combien y en a-t-il, où ont-ils été formés? Les processus de diffusion, les lois de distributions, la densité, l'albédo et le nombre de ces objets restent autant de points mal connus. Les différentes hypothèses et simulations numériques sur l'évolution dynamique et collisionnelle, pour être validées, ont besoin d'être confrontées à des données d'observations portant essentiellement sur les distributions. Il en va de même pour les objets de la ceinture de Kuiper et les Centaures.

- *Relativité générale.* La théorie de la relativité générale d'Einstein, basée sur le principe d'équivalence est solide, cependant des théories alternatives (en particulier la PPN) ont vu le jour au cours de ce siècle. La déflexion des rayons lumineux et l'avance du périhélie des planètes permettent de tester cette théorie. La mesure de l'avance du périhélie de Mercure ou des tirs lasers sur la Lune (LLR) ont atteints leur limites (Will, 1993). L'utilisation des astéroïdes à ce propos est prometteur car ils permettent de tester la théorie de la relativité sur une plus grande étendue du voisinage solaire et permettent de mieux séparer les effets encore mal connus dus au moment quadrupolaire J_2 du soleil (Dicke, 1974). Environ 400 astéroïdes parmi les 60 000 connus ont une avance relativistique du périhélie supérieure à 10 mas/an. Pour une dizaine d'entre-eux cette avance est supérieure à 100 mas/an (à comparer aux 430 mas/an pour Mercure). Cet effet doit donc être incorporé dans les éphémérides. Notons aussi que cet effet peut-être très important pour des satellites naturels (2"7/an pour J1-Io, 7"2/an pour 1980S28). De même l'effet de précession Lense-Thirring sur un satellite dû au moment angulaire des planètes principales est au moins 100 fois plus important que pour n'importe quel objet gravitant autour du soleil. L'astrométrie des astéroïdes Troyens de Jupiter ou de ceux en résonance 2 :1 permet par ailleurs de tester le principe d'équivalence (Orellana et Vucetich, 1988 ; Plastino et Vucetich, 1992). Il est de plus théoriquement possible de donner une borne à la constante cosmologique à partir d'une telle analyse (Cardona et Tejeiro, 1998), ou au paramètre l_{\odot} pour une théorie non symétrique (Campbell et al., 1983). GAIA nous fournira des positions au moins 100 fois plus précises que celles utilisées jusqu'ici, dans un repère exempt d'erreurs zonales, et ce pour un grand nombre de corps. D'un autre côté, d'autres effets systématiques pourront devenir sensibles (déplacement du photocentre, perturbations mutuelles,...) et il faudra pouvoir les modéliser ou les déterminer avec une précision similaire.
- *Système de référence.* L'observation simultanée et de grande précision de QSOs et d'objets quasi-stellaires du système solaire permet un raccordement entre les systèmes cinématiquement et dynamiquement non tournants. Les mesures Hipparcos de 48 astéroïdes ont permis un rattachement de l'ordre du mas et mas/an (Hestroffer, 1994 ; Bange et al., 1997), résultats comparables à ceux obtenus par VLBI et LLR (Folkner et al., 1994). Les mesures GAIA fourniront un bras de levier impressionnant : au moins 100 fois plus de positions avec une précision 100 fois meilleure et ce sur durée égale à la période de révolution moyenne d'un MBA. On peut donc espérer obtenir une matérialisation de l'écliptique et de l'équinoxe dynamique avec une précision atteignant celle du repère. Hormis la précession géodésique, une rotation résiduelle entre les 2 repères associés à ces systèmes sera la trace d'un éventuel vortex de l'Univers. Il sera alors possible de tester le principe de Mach avec une précision de l'ordre de $10^{-12} - 10^{-11}$ rad/an. Cette précision peut être améliorée en combinant ces données à des mesures au sol ou spatiales (Hipparcos, FAME, DIVA, SIM,...) de précision similaire et réparties sur une plus grande échelle de temps, permettant une confrontation aux résultats obtenus par des techniques indirectes (Birch, 1982 ; Li, 1998) ou aux limites imposées par des travaux théoriques (Collins et Hawkins, 1973 ; Barrow et al., 1985).
- *Astrométrie indirecte post-GAIA.* L'astrométrie à petit champ effectuée depuis le sol souffre de manière encore relativement faible de la réfraction astrométrique ; la précision des positions de l'ordre de 10 mas actuellement est essentiellement tributaire de la précision des catalogues utilisés pour la réduction des clichés. GAIA fournira un catalogue précis, homogène, pratiquement exempt d'erreur zonale et comprenant un très grand nombre de corps ; autant d'atouts pour permettre la (re-)réduction de clichés CCD avec une précision meilleure que le mas et les conséquences qui en découlent en particulier pour l'étude d'effets séculaires ou non gravitationnels.

5. Discussion et conclusion

Certains problèmes spécifiques restent à être traités. Un point délicat qui n'a pas encore été étudié en détail est celui de l'identification des objets. Pour les objets déjà connus à la date de la mission il sera possible d'avoir à notre disposition une éphéméride donnant les positions des corps à tout instant. Pour les objets découverts par GAIA, en particulier pour des objets proches de la Terre dont la vitesse est importante, la situation est plus délicate. S'il ne nous est pas possible de retrouver sans ambiguïté cet objet suite à quelques passages dans le champ du télescope, il faudra pouvoir s'appuyer sur des mesures spécifiques de suivi au sol afin d'améliorer les prédictions d'orbite.

On préférera publier des positions astrométriques, c.à.d. corrigées de la parallaxe de la plate-forme GAIA ; celle-ci n'est applicable qu'à condition de connaître les distances Terre-GAIA-objet. Les contraintes sur l'orbitographie du satellite risquent d'être trop fortes ; quand à l'astéroïde, sa distance doit être connue avec une précision de l'ordre de 30 km (Mignard, 1998). En attendant une analyse plus détaillée, on peut distinguer deux solutions :

(1) dans le meilleur des cas, on pourra déterminer cette distance à partir d'une première analyse interne des données GAIA (amélioration des éphémérides)

(2) dans le "pire" des cas on pourra fournir les directions satellito-centriques observées et les éphémérides du satellite au cours de la mission.

Une mission comme GAIA apportera des informations capitales sur le système solaire. Informations sur sa formation, son évolution dynamique et collisionnelle, ainsi que d'ordre planétologique (forme, taille, masse, densité, propriétés physiques de corps) ce sur un large intervalle de distances héliocentriques. Par ailleurs le catalogue astrométrique GAIA, de par sa densité et sa précision, entraînera un bond considérable sur la précision des futures observations au sol. Ce projet est actuellement en compétition avec la mission Bepi-Colombo vers Mercure, la décision de l'ESA pour le choix de la prochaine mission CS#5 devrait intervenir vers octobre 2000...

Références

- Bange, J.F., Bec-Borsenberger, A., Bougeard, M.L., 1997, in *IAUJD*, 7, 22 Aug. 1997, Kyoto, Japan
- Barrow, J.D., Juskiewicz, R., Sonoda, D.H., 1985, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, **213**, 917-943
- Birch, P., 1982, *Nature*, **298**, 451-454
- Boattini, A., Carusi, A., 1997, *Vistas in Astronomy*, **41**, 527-541
- Campbell, L., Mc Down, J.C., Moffat, J.W., Vincent, D., 1983, *Nature*, **305**, 508-510
- Cardona, J., Tejeiro, J., 1998, *Astron. J.*, **493**, 52-53
- Cellino, A., Dell'Oro, A., Michel, P. et al., 1998, *DPS*, **30**, 10.03
- Collins, C.B., Hawkins, S.W., 1973, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, **162**, 307-320
- Dicke, R.H., 1974, *Science*, **184**, 419-429
- Evans, N.W., Tabachnik, S.A., 2000, Asteroids in the inner solar system – Observable properties, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, **319**, 80
- Folkner, W.M., Charlot, P., Finger, M.H. et al., 1994, *Astron. Astrophys.*, **287**, 279-289
- Hestroffer, D., 1994, *Thèse*, observatoire de Paris, France
- Li, L.X., 1998, *GRG*, **30**, 497-507
- Michel, P., Zappalà, V., Cellino, A., Tanga, P., 2000, *Icarus*, **143**, 421-424
- Mignard, F., 1998, Ephemeris requirements for GAIA. SAG_FM_004, Technical report, OCA/CERGA
- Orellana, R.B., Vucetich, H., 1988, *Astron. Astrophys.*, **200**, 248-254
- Plastino, A.R., Vucetich, H., 1992, *Astron. Astrophys.*, **262**, 321-325
- Will, C.M., 1993, *Theory and experiment in gravitational physics*. Cambridge University Press.

SATELLITES D'ASTÉROÏDES

W. Thuillot, J.-B. Kikwaya, P. Rocher

Résumé

Dans cette communication, après un bref historique des faits observationnels qui ont conduit ces dernières années à admettre définitivement l'existence de satellites d'astéroïdes, nous proposons une méthode astrométrique pour leur détection. Cette méthode indirecte devrait autoriser la détection de certains de ces objets dont l'observation directe est, elle, extrêmement difficile. Elle se base sur la recherche d'effets périodiques dus à l'évolution d'un système multiple autour de son barycentre.

1. Introduction

L'existence de satellites d'astéroïdes a longtemps été une hypothèse rejetée par une partie de la communauté astronomique concernée par l'étude des objets du système solaire, leur origine et leur évolution. Plusieurs faits observationnels avaient cependant donné des éléments de preuve de plus en plus convaincants ces vingt dernières années. L'imagerie directe, tout d'abord depuis l'espace en 1993 puis en 1998, depuis le sol, a définitivement confirmé l'existence de ces objets.

Trouver des astéroïdes candidats à être accompagnés de satellites, ou bien candidats à constituer des systèmes doubles ou multiples, est possible en appliquant diverses méthodes essentiellement photométriques. Nous avons essayé ici d'envisager plutôt une méthode astrométrique.

L'intérêt de la détection de ces objets puis de la caractérisation de leurs orbites, est de donner accès à terme, à des prédictions d'éclipses et occultations mutuelles de leurs composantes, de pouvoir alors déduire les tailles de ces objets, leur masse puis leur densité. Ces données, rarement accessibles, sont fondamentales pour pouvoir infirmer ou confirmer par exemple leur origine cométaire.

2. Bref historique

André (1901) fut, semble-t-il, le premier à envisager la présence d'un satellite autour de la petite planète (433) Eros pour expliquer des anomalies de courbes de variations photométriques. Aucun moyen d'observation ne permettait alors d'approfondir cette question. À partir de 1958, la possibilité de prédire les phénomènes d'occultations stellaires a relancé ce sujet. En effet, des réseaux d'observateurs ont alors commencé à se constituer, puis se sont étoffés. Ils ont alors surveillé systématiquement ces phénomènes et l'observation d'occultations brèves et inattendues (occultations secondaires) a laissé alors envisagé la présence de satellites en nombre non négligeable. Différentes techniques d'observation ont permis d'accréditer l'existence de ces satellites, on peut citer non seulement l'observation d'occultations stellaires secondaires par photométrie ; c'est le cas par exemple pour (6) Hébé en 1977 et (532) Herculina en 1978 (Bowell et al., 1978). On peut citer aussi l'imagerie vidéo par exemple pour (146) Lucina (Arlot et al., 1986), mais aussi l'astrométrie, par exemple pour (9) Métis (Wang Sichao & Wu Yuezhen, 1981) et l'observation

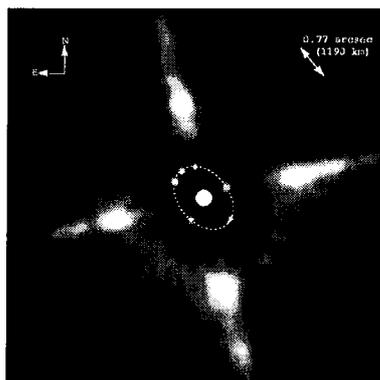


Fig. 1. Imagerie en optique adaptative de 45 Eugénia et son satellite (Merline et al. 1999).

photométrique de courbes de rotation, par exemple pour 1996 FG3 (Pravec et al., 1998). L'existence de ces satellites restait cependant toujours difficile à admettre (Weidenschilling et al., 1989).

En parallèle, plusieurs études théoriques étudièrent la dynamique de ces objets, leur origine et leur évolution. Certaines confirmèrent la possible stabilité de tels systèmes (Chauvineau et Mignard, 1991).

En 1993, GALILEO observant le satellite Dactyl de (243) Ida, fournit pour la première fois la preuve directe de l'existence de ces satellites. Plus récemment, l'imagerie directe depuis le sol soit par radar, soit par optique adaptative a donné l'accès direct à la détection de systèmes doubles. On peut citer par exemple les observations radar de binaires en contact observés par radar : 200 DP107 (Margot et al., 2000) et celles par optique adaptative de (215) Kleopatra (Marchis et al., 1999), celles du satellite de (45) Eugénia nommé Petit-Prince (Merline et al., 1999), de celui de (762) Pulcova et (90) Antiope (Merline et al., 2000). Des observations récentes d'imagerie depuis l'espace avec le télescope spatial ont également permis de découvrir un satellite de (107) Camilla (Storrs, 2001),

Il ne fait donc plus de doute maintenant que ces objets sont nombreux et peuvent être couramment observés avec différentes méthodes, notamment celles appropriées à la haute résolution angulaire.

3. Autres méthodes de détection

Deux possibilités de détection, à notre connaissance, n'ont pas encore été appliquées à la détection de ces objets : la mesure des vitesses radiales et la recherche de signatures astrométriques du mouvement autour du barycentre. La table 1 donne pour quelques systèmes les caractéristiques orbitales estimées ou directement déduites d'observations.

Avec des hypothèses simples de mouvement circulaire uniforme et d'égalité de densité, on peut alors estimer la valeur de la vitesse radiale maximum de la composante principale obtenue lorsque l'on voit l'orbite du satellite par la tranche et celle de l'amplitude de son déplacement maximum lors de son mouvement autour du barycentre du système. La table 1 donne ces valeurs.

La mesure au m/s près de la vitesse radiale est difficile à atteindre à l'heure actuelle, la détection de planètes extrasolaires, par exemple, s'est faite, ces dernières années (Santos et al., 2000), grâce à des mesures à quelques m/s près. Par contre la mesure astrométrique à quelques dizaines de mas est accessible depuis le sol en astrométrie CCD.

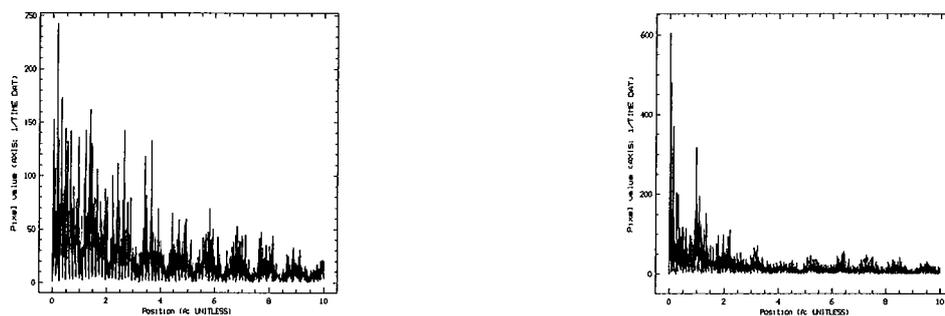
La méthode que nous comptons appliquer à plusieurs astéroïdes candidats est donc la réalisation d'observations astrométriques bien échantillonnées pour permettre une analyse spectrale des écarts O-C dans le but de détecter la signature astrométrique du mouvement barycentrique de la composante primaire du système.

4. Application à un astéroïde

Nous avons mené une étude préliminaire (Kikwaya, 2000) destinée en particulier à déterminer un seuil de détection par l'analyse spectrale d'un signal astrométrique périodique en fonction du rapport signal/bruit et du mode d'échantillonnage.

Table 1. Caractéristiques orbitales de quelques satellites d'astéroïdes, vitesse radiale et déplacement barycentrique de la composante principale.

astéroïde	diamètre km	satellite	période orbitale jours	séparation minimum km	diamètre km	vitesse radiale m/s	dépl. baryc. mas
(9) Métis	165	-	4.6	1100	60	0.8	64
(18) Melpomene	141	-	-	750	48	-	49
(45) Eugenia	215	S/1998 (45) 1 (Petit-Prince)	4.7	1200	13	$\simeq 0$	0.2
(87) Sylvia	261	-	4	1200	13	$\simeq 0$	0.1
(90) Antiope	85	-	0.7	170	85	9	70
(107) Camilla	223	S/2001 (107) 1	-	996	9	-	$\simeq 0$
(146) Lucina	132	-	-	1600	7	-	1
(216) Kleopatra	135	-	0.2	221	114/60/56	21	81
(243) Ida	1.2/1.4/1.6	S/1993 (243) 1 (Dactyl)	0.8	90	28	-	-
(532) Herculina	222	S/1978 (532) 1	-	975	50	-	12
(762) Pulcova	140	-	4	800	20	$\simeq 0$	2

**Fig. 2.** Spectre de puissance obtenu pour les O-C (asc. droite et décl., 1998-2000) de (146) Lucina.

Nous avons cherché à appliquer cette méthode sur des observations de l'astéroïde (146) Lucina pour lequel nous avons collecté l'essentiel des données disponibles du Minor Planet Center, et surtout, réalisé des séries d'observations CCD au télescope de 120cm de l'Observatoire de Haute-Provence. 744 mesures de positions ont pu être réunies, s'étalant sur la période de 1989 à 2000, parmi elles 387 mesures sont issues d'observations CCD faites à l'OHP entre 1998 et 2000. Les observations d'imagerie CCD ont été réduites grâce au logiciel PRIAM (Berthier et al., 2000) et au catalogue stellaire USNO-A2. Les O-C ont été constitués par comparaison à une modélisation numérique de l'orbite par la méthode de Gragg-Bulirsch-Stoer (Rocher, 1995). La méthode d'analyse spectrale AOV du logiciel Midas (Warmels, 1991) a été utilisée.

Il est apparu, comme on s'y attendait, que les observations anciennes manquaient de précision et donnait un sous échantillonnage peu propice à la recherche d'un effet tel que celui recherché. Les observations récentes font apparaître des signaux (Fig. 2) qui cependant nécessiteront une réduction nouvelle avec le catalogue TYCHO2, astrométriquement plus précis que l'USNO-A2 pour conduire à une interprétation fiable.

6. Conclusion

La méthode de détection astrométrique que nous proposons d'appliquer à plusieurs astéroïdes soupçonnés d'être accompagnés de satellites, peut permettre, de mettre en évidence une signature d'effets périodiques dans les résidus des comparaisons d'observations astrométriques à un modèle de mouvement orbital de leur barycentre. Si elle se montre efficace, elle permettrait d'estimer immédiatement les périodes orbitales de satellites et les phases.

Il est cependant nécessaire de pouvoir analyser des séries d'observations convenablement échantillonnées et astrométriquement précises. Dans ce but plusieurs séries d'observations peuvent être facilement constituées par la coordination de campagnes courtes depuis plusieurs sites. Grâce aux résultats obtenus, de futures observations d'imagerie directe en haute résolution angulaire pourraient alors ensuite être réalisées aux instants les mieux adaptés pour confirmer et caractériser complètement les systèmes d'astéroïdes multiples.

Références

- André, C., 1901, Sur le système formé par la planète double (433) Eros. *Astron. Nachr.*, **155**, 27
- Arlot, J.-E., Lecacheux, J., Richardson, Ch., Thuillot, W., 1985, A possible satellite of (146) Lucina, *Icarus*, **61**, 224
- Berthier, A., Descamps, P., Fienga, A., 2000, Priam : la chaîne complète de réduction astrométrique de l'IMCCE, *Ibid.*
- Bowell, E., McMahon, J., Horne, K., A'Hearn, M.F., Dunham, D.W., Penhallow, W., Taylor, G.E., L., Wasserman, White, N.M., 1978, A possible satellite of (532) Herculina, *Bull. Amer. Soc.*, **10**, 594
- Chauvineau, B., Mignard, F., 1991, The lifetime of binary asteroids vs gravitational encounters and collisions, *Icarus*, **94**, 299
- Close, L. M., Merline, W. J., Tholen, D., Owen, T., Roddier, F., Dumas, C., 1999, Adaptive Optics Imaging of Pluto-Charon and the Discovery of a Moon around the Asteroid 45 Eugenia : The Potential of Adaptive Optics in Planetary Astronomy, *Amer. Astron. Soc.* **31**, 59.10
- Kikwaya, J.-B., 2000, Satellites d'astéroïdes, *Rapport de stage de DEA*, Observatoire de Paris.
- Marchis, F., Hestroffer, D., Cellino, A., Tanga, P., Zappala, V., 2000, 216) Kleopatra, *IAU Circ.* 7308
- Margot, J.L., Nolan, M.C., Ostro, S.J., Jurgens, R.F., Slade, M.A., Giorgini, J.D., 2000, Satellites of minor planet *IAU Circ.* 7503
- Merline, W. J., Close, L. M., Dumas, C., Chapman, C. R., Roddier, F., Menard, F., Slater, D. C., Duvert, G., Shelton, C., Morgan, T., 1999, Discovery of a moon orbiting the asteroid 45 Eugenia, *Nature* **401**, 565
- Merline, W. J., Close, L. M., Dumas, C., Shelton, J.C., Menard, F., Chapman, C.R., Slater, D.C., 2000, Discovery of companions to asteroids 762 Pulcova and 90 Antiope by direct imaging, *Amer. Astron. Assoc. DPS Meeting* **32**, 13.06
- Pravec P., Sarounova, L., Wolf, Ch., 1998, 1996 FG3, *IAU Circ.*, **7074**
- Rocher, P., 1995, Méthode de Gragg-Bulirsch-Stoer, cours d'analyse numérique au DEA de l'observatoire de Paris *Astronomie fondamentale, Mécanique céleste et Géodésie*
- Santos, N. C., Mayor, M., Naef, D., Pepe, F., Queloz, D., Udry, S., Blecha, A., 2000, The CORALIE survey for Southern extra-solar planets. IV., *A&A*, **361**, 265
- Wang Sichao, Wu Yuezhen, 1981, A possible satellite of 9 Metis, *Icarus*, **46**, 285
- Weidenschilling, S.J., Paolicchi, P., Zappala, V., 1989, Do asteroids have satellites?, in *Asteroids II*, The university of Tucson, Acitore Press
- Warmels, R.H. 1991, The ESO-MIDAS System, in *Astronomical Data Analysis Software and Systems I*, PASP Conf. Series, **25**, 115

LES CAMPAGNES D'OBSERVATION DE PHÉNOMÈNES MUTUELS : LES RÉSULTATS DE LA CAMPAGNE PHESAT95

J.-E. Arlot, Ch. Ruatti, W. Thuillot

1. Introduction

Les phénomènes mutuels des satellites de Jupiter ou de Saturne sont observés d'une manière intensive depuis 1973. Ils ne se produisent que lorsque la Terre et le Soleil passent dans le plan équatorial de Jupiter ou de Saturne (tous les six ans pour Jupiter mais seulement tous les quinze ans pour Saturne) et leur observation fournit à la fois des données de très haute précision astrométrique (quelques mas sur la position relative des satellites) et des données d'ordre planétologique sur la nature de la surface des corps.

2. La campagne de 1995

Les phénomènes mutuels des satellites de Saturne sont plus rares (tous les quinze ans), et plus difficiles à observer (magnitudes comprises entre 8 et 14 contre 4 et 5 pour les satellites de Jupiter). Cela explique la nécessité de l'organisation d'une campagne internationale "PHESAT95" par l'IMCCE, qui a mobilisé de nombreux observatoires. Alors qu'en 1980, seulement une petite dizaine d'observations furent réalisées, en 1995, nous avons récolté une centaine d'observations. La table 1 récapitule, pour les principaux sites d'observation, le nombre d'observations tentées, et le nombre d'observations réussies. Le fait que ces phénomènes se produisent à date fixe indépendamment des conditions d'observation, limite malheureusement le nombre d'observations utiles. L'ensemble des observations réalisées est décrit dans Thuillot et al. (2001).

3. Les résultats obtenus

Ces observations permettent de déterminer l'écart entre la position calculée à l'aide de la théorie et la position observée, dans l'orbite du satellite considéré. Les écarts constatés ici sont particulièrement faibles, en comparaison des rms des résidus obtenus pour des observations astrométriques directes des positions. La table 2 donne les (O-C) déduits des observations de phénomènes mutuels, calculés à l'aide de deux modèles théoriques différents, la théorie de Dourneau (Dourneau 1993) et celle de Vienne et Duriez, dite TASS (Vienne et Duriez, 1995). Alors que la précision interne de la théorie TASS est bien meilleure que celle de Dourneau, les (O-C) sont assez similaires. L'explication peut être trouvée dans le fait que ces

théories ont été ajustées sur des observations réduites à l'aide de l'éphéméride des satellites eux-mêmes : elles sont donc ajustées les unes sur les autres et l'augmentation de la précision interne ne peut pas se répercuter sur la qualité de l'éphéméride qui en découle.

Par ailleurs, des observations d'éclipses des satellites par la planète Saturne elle-même ont été réalisées (Nicholson et al., 1995, Arlot et Thuillot, en préparation) et ces observations fournissent aussi un écart observation-éphéméride dans l'orbite du satellite observé. La table 3 donne les résultats comparés des écarts en longitude obtenus par observation des éclipses et par observation des phénomènes mutuels. Cette comparaison montrent la cohérence des résultats obtenus.

Table 1. Observations réalisées en 1994-1995.

Sites	Phénomènes observés	Observations réussies
ESO La Silla	20	15
OHP	16	6
Pic du Midi	10	2
Catane, Sicile	10	8
Bordeaux	7	4
Meudon	7	3
Itajuba, Brésil	7	0
Charlottesville, USA	4	2
Naucshny, Crimée	3	1
Saint-Véran	3	0
Assy, Kazakhstan	3	3
Chelmsford, UK	2	2
Bucarest, Roumanie	1	1
Topeka, USA	1	1
Stuttgart, Allemagne	1	1

Table 2. O-C dans l'orbite des satellites.

Satellites	(O-C) théorie "Dourneau"		(O-C) théorie	TASS
	en km	en mas	en km	en mas
Mimas	-57	-8	+351	+46
erreur	198	25	107	15
Encelade	+211	+30	-42	-7
erreur	135	20	73	10
Tethys	+172	+24	-116	-16
erreur	62	8	34	5
Dione	+7	+1	+50	+8
erreur :	49	7	26	4
Rhée	+58	+8	-99	-14
erreur :	27	4	15	2
Titan	-410	-58	-121	-16
erreur :	32	5	17	2

Table 3. Comparaison des écarts en longitude obtenus par observation des éclipses et par observation des phénomènes mutuels. Les valeurs sont données en kilomètres dans l'orbite.

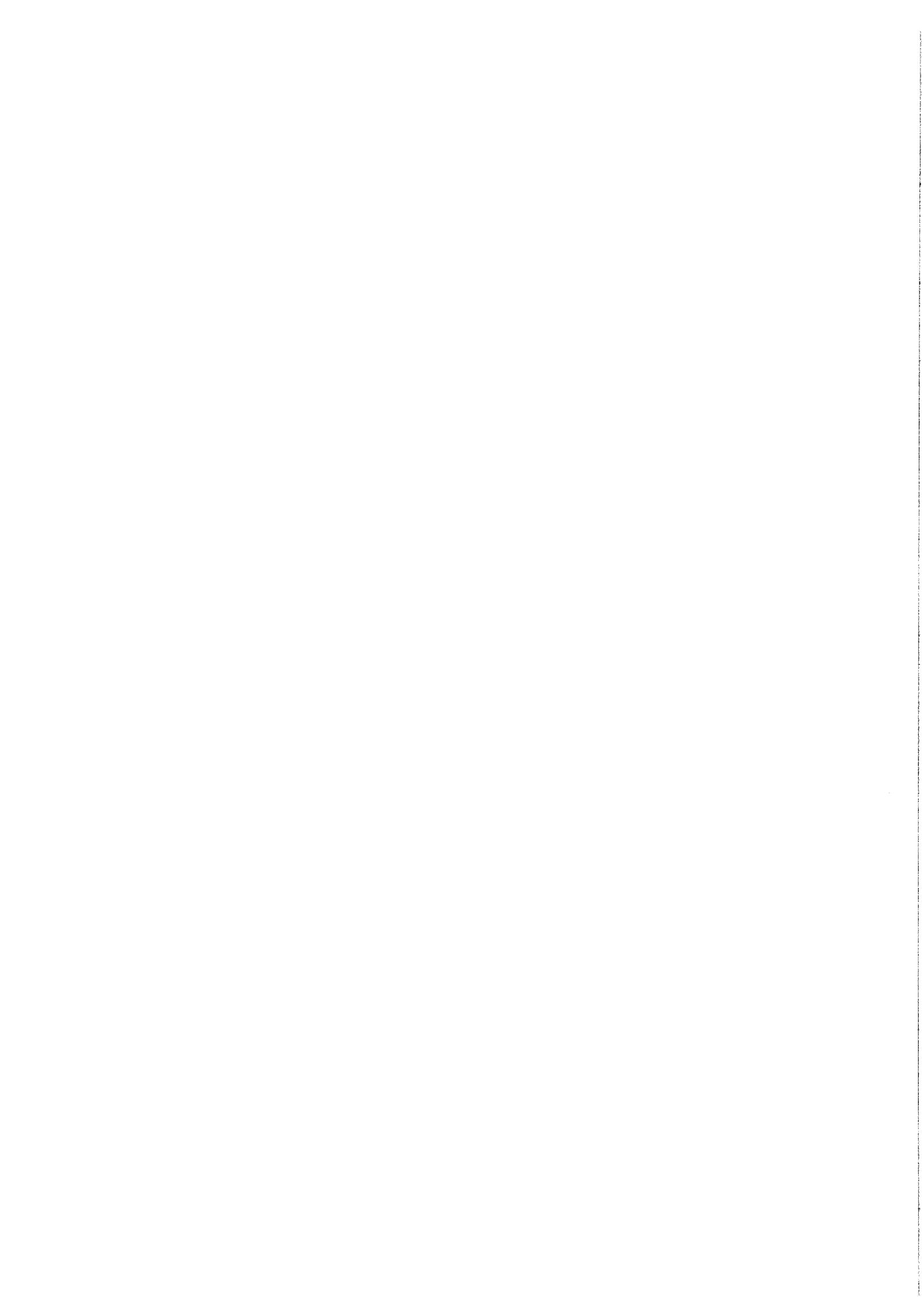
	(O-C) Nicholson et al. (en km)	(O-C) Arlot et al. (en km)	(O-C) cet article (en km)	rms observations astrométriques directes (en km)
Mimas	-187	-	-57	1670
Rhéea	-	0	+58	1390
Titan	-796	-	-410	1595

4. Conclusion

Les observations de haute précision réalisées mettent en évidence les défauts des modèles dynamiques des satellites de Saturne. Il est donc nécessaire de reconsidérer les ajustements de ces modèles sur les observations et réduire à nouveau les observations qui ont utilisé les éphémérides elle-mêmes des satellites pour leur réduction.

Références

- Arlot, J.-E., Thuillot, W., Ruatti, Ch., 2000, *Proceedings US-European Workshop*, Poznan, sous presse
- Arlot, J.-E., Thuillot, W., 2001, Observations of eclipses by Saturn, en préparation
- Dourneau, G., 1993, Orbital elements of the eight major satellites of Saturn determined from a fit of their theories of motion to observations from 1886 to 1985, *Astron. Astrophys.*, **267**, 1, 292-299
- Nicholson, P. D., Showalter, M. R., Dones, L., French, R. G., Larson, S. M., Lissauer, J. J., McGhee, C. A., Seitzer, P., Sicardy, B., Danielson, G. E., 1997, Observations of Saturn's ring- plane crossings in August and November 1995, *Science*, **272**, 509-515
- Thuillot, W., Arlot, J.-E., Ruatti, Ch., Berthier, J., Blanco, C., Colas, F., Czech, W., Damani, M. D'Ambrosio, V., Descamps, P., Dourneau, G., Emelianov, N., Foglia, S., Helmer, G., Irmambetova, T.R., James, N., Laques, P., Lecacheux, J., Le Campion, J.-F., Ledoux, C., Le Floch, J.-C., Oprescu, G., Rapaport, M., Riccioli, R., Starosta, B., Tejfel, V.G., Trunkovsky, E.M., Viateau, B., Veiga, C.H., Vu, D.T., 2001, The PHESAT95 catalogue of observations of the mutual events of the Saturnian satellites, *Astron. Astrophys.*, sous presse
- Vienne, A., Duriez, L., 1995, TASS1.6 : Ephemerides of the major Saturnian satellites, *Astron. Astrophys.*, **297**, 588



BILAN DES TROIS DERNIÈRES ANNÉES DE RELATIONS EXTÉRIEURES 1998, 1999, 2000 À L'IMCCE

J. Renaudineau

1. Activités diverses

1.1. Conférences

De nombreuses conférences ont été données par les astronomes de l'IMCCE dans différents établissements, tel que dans les Universités, au Ministère de la Recherche, dans les lycées, écoles, ..., etc.

1.2. Eclipses de Soleil et de Lune

Présentation de l'éclipse dans les établissements scolaires et auprès des enseignants des IUFM.

Formation des astronomes.

Information avec des notes techniques sur notre site WEB.

1.3. Journées portes ouvertes Paris-Meudon

La communauté de l'astronomie a su une nouvelle fois se mobiliser pour ouvrir ses laboratoires au public. Pour expliquer ses recherches, présenter certains travaux, sans oublier de faire visiter nos établissements historiques avec ses vieilles pierres tant à Meudon avec la grande lunette qu'à Paris avec la coupole Arago ; en attirant une nouvelle fois l'attention du public par les recherches de pointe effectuées à ce jour par les équipes de scientifiques de notre établissement.

Le public est toujours surpris que dans cet établissement on puisse encore y faire de la science, que ce n'est pas qu'un musée. C'est pour cela que l'on se doit d'ouvrir notre maison vers l'extérieur afin que la population puisse voir ce que l'on y fait et où va l'argent.

1.4. La Villette : 1998 et 2000

Participation active de notre communauté aux journées du Ciel et de l'Espace dans les locaux de la Cité des Sciences de la Villette avec la tenue d'un stand présentant l'astronomie en France et dans le Monde (le phénomène des éclipses, sujet des journées) mais aussi par la présentation des travaux effectués par les chercheurs de l'IMCCE et de l'observatoire de Paris. Par la présentation de posters nous avons répondu à un très grand nombre de jeunes désirant devenir astronome et à un public passionné par le ciel. Par ailleurs nous avons effectué un grand nombre de conférences dans différents amphithéâtres avec la participation d'un public averti.

Nous avons aussi participé à une réunion de coordination éclipse 1999 où nous avons présenté nos projets. Nous avons été acteur actif lors de l'éclipse de Lune de janvier 2000 à la Cité des Sciences avec la connexion de nos ordinateurs sur notre site de Denfert avec une présentation du phénomène. Plusieurs associations d'astronomes amateurs nous ont sollicité pour participer aux assemblées générales avec de courtes interventions de notre part.

2. Activités liées à l'éclipse du 11 août 1999

2.1. Installation de cartes IGN présentant la trajectoire de l'éclipse

- *Exploradôme*

En collaboration avec l'IGN nous avons créé une carte de la bande de centralité de 8 mètres de long que nous avons installée au sol, dans le hall d'entrée d'Exploradôme au Jardin d'Acclimatation : un vif succès auprès des enfants mais aussi des adultes.

- *IUFM*

Nous avons répété la même configuration dans le hall de l'IUFM d'Antony pour les enseignants afin que chacun puisse se mettre à genoux sur la carte et repérer sa ville, son village, ..., etc.

Avec la participation de Joël Paubel de l'IUFM de Versailles nous avons participé à la création d'une plaquette d'explication de l'éclipse en direction des enseignants. Plusieurs conférences ont été données vers un public d'enseignants passionnés par le sujet.

- *Carrousel du Louvre*

Avec la participation de l'IGN, de l'INSU, nous avons créé une immense carte IGN avec la bande de centralité de Fécamp à Strasbourg. Présentation à la presse et aux diverses chaînes de télévision, ainsi que notre livre spécial sur les éclipses de soleil. Nous avons présenté sur plusieurs jours cette carte IGN à un public non averti et là aussi ce fut un grand succès auprès de ce nouveau public pour l'IMCCE, une bonne expérience.

- *Palais de la Découverte*

Exposition et participation à des conférences sur les éclipses avec des astronomes. Installation d'une carte IGN.

2.2. Carte Michelin

Après plusieurs rencontres auprès de la société Michelin, nous avons obtenu sa participation pour créer une carte Michelin spéciale éclipse où a été tracée la trajectoire de l'éclipse. Un petit texte en haut à gauche de la carte donne quelques explications au public. Par ailleurs nous avons négocié la réalisation de cette même carte à plat.

2.3. Diffusion de documents relatifs à l'éclipse

Diffusion de divers documents pédagogiques sur les éclipses distribués dans les écoles, collèges et auprès des services de la SNCF. Très grosse demande de documents des établissements scolaires situés sur la bande de centralité. Le Ministère a mis à notre disposition ses fichiers d'adresses pour nous permettre de diffuser plus facilement nos documents vers les académies placées sur la trajectoire. Par ailleurs nous avons pu publier dans la revue du Ministre destiné aux enseignants un article sur l'éclipse du 11 août 1999 et sur les précautions à prendre pour les yeux.

2.4. Exposition dans la salle Cassini

Nous avons participé à une exposition qui s'est tenue dans la salle Cassini ayant pour thème : *Soleil tout feu tout flamme* (19 mai au 4 août 1999). En plus de notre participation humaine avec nos astronomes nous y avons présenté une grande carte de France avec la trajectoire de l'éclipse sur l'ensemble de l'Europe.

2.5. *Le site de l'éclipse de l'IMCCE, Guignicourt, La Ferme de Mauchamp*

Nous étions le site officiel du CNRS et nous avons présenté à la presse, aux écoles, et aux associations de Lille des exposés sur le phénomène des éclipses. Par la présentation de posters dans une des granges de la ferme nous avons donné un très grand nombre d'informations au public du site. Nous avons aussi présenté sur un grand écran les images en direct de l'avion (Mystère 20) de l'IGN et de l'INSU qui filmait avec trois caméras placées sous l'avion l'ombre de l'éclipse.

La presse écrite (Le Nouvel Observateur, La Croix, la voix du Nord), France 2 avec son magazine "c'est pas sorcier" (magazine fortement regardé par les jeunes et les moins jeunes) étaient des nôtres. La directrice de l'IUFM de Versailles était aussi présente, ainsi que le président de l'UAI et, bien entendu, nous étions accompagnés d'un immense public pour voir et observer ce phénomène de la fin du XX^e siècle. Certains élus locaux étaient invités et présents sur notre site.

Nous avons eu le plaisir d'accueillir la société IBM et son dernier-né, en un nouveau matériel informatique portable. IBM avait souhaité être des nôtres, et nous avons relayé les images de l'éclipse vers le site IBM de Montpellier et vers les Etats-Unis où diverses conférences avaient lieu. Par ailleurs IBM était accompagné d'un grand photographe en la personne de Rémy Poinot qui pour l'occasion avait un nouvel appareil prêté par la société Nikon pour cet événement. C'était la première sortie officielle de cet équipement.

2.6. *Le parlement européen (Strasbourg) : bilan européen*

Jean-Eudes Arlot et moi-même avons présenté le travail effectué en amont de l'éclipse auprès de toute une population tant scolaire que scientifique, presse, ministère, IUMF, choix du site, ..., etc. J'ai présenté notre site de Mauchamp avec ses nombreuses connexions informatiques et le grand nombre de télescopes professionnels et amateurs installés sur le site (malheureusement la pluie et surtout les nuages ont au dernier moment gâché la fête).

Mais la nuit qui tombe, le vent qui s'élève, le calme, le froid, on n'entend plus rien, plus de chant d'oiseaux, une chauve-souris ! Vite on tente de se repérer dans le ciel noir, le soleil revient très vite, trop vite, c'est terminé, c'était génial, quel spectacle.

2. **Activités liées au service de communication de l'observatoire de Paris**

Mars 2000, en plus de mes activités au sein de l'IMCCE, je prends la responsabilité du service de communication de l'observatoire de Paris (site de Paris) afin de diffuser auprès de la presse écrite et parlée et des instances nationales la science effectuée au sein de l'observatoire de Paris et à l'IMCCE. Dès ma prise de fonction, nous participons et organisons les manifestations suivantes :

- la Méridienne verte, avec un tir laser de l'observatoire de Paris vers le Sénat et inversement avec le jour du 14 juillet 2000 les portes ouvertes de l'observatoire de Paris ;
- les journées du patrimoine ;
- la semaine de la Science au Ministère de la recherche ;
- conférence de presse organisée par le CNRS sur le DESPA et ses projets scientifiques ;
- tir laser pour marquer l'entrée dans le III^e Millénaire.

3.1. *La Mission 2000 - La Méridienne verte*

Nous avons tenu un rôle important auprès de la Mission 2000, de son président et de son équipe, celui de conseiller dans son projet Méridienne verte Dunkerque/Barcelone.

Dans la salle Cassini, avec l'IGN nous installons une grande reproduction ancienne des triangulations Delambre/Méchain sur le méridien de Paris.

Nous avons planté deux chênes dans les jardins de l'observatoire de Paris, le long du méridien de Paris sur une idée de Paul Chémétov (Dunkerque/Barcelone).

Participation à diverses conférences de presse avec la Mission 2000 et à diverses manifestations en province, toujours le long du méridien.

3.2. Le Sénat

Dans le cadre de la méridienne verte, avec le Sénat, lors de la fête de la fédération organisée par celui-ci nous avons effectué deux tirs laser entre l'observatoire de Paris sur le Sénat et inversement. Ceci afin de matérialiser pour les Parisiens, le jour du 14 juillet 2000 dans le ciel de Paris, le méridien de Paris.

3.3. Le tir laser

Le 31 décembre 2000 et le 1er janvier 2001 à 0h. nous avons, des jardins de l'observatoire de Paris, effectué un tir laser dans le ciel de la capitale pour marquer l'entrée de l'observatoire de Paris et de l'astronomie dans le III^e Millénaire et dans le XXI^e siècle. Ce qui a eu pour effet de donner le top aux festivités de la Tour Eiffel et de la place de la Concorde le 1er janvier 2001.

4. Activités liées à l'édition

- *Diffusion*
- *Calendriers*
- *Éphémérides*
- *Agenda* (Voir la contribution signée avec Sylvie Lemaitre-Pottier, *ibid.*, p. 99).

4. Conclusion

Nous ne manquons pas d'idées pour les trois prochaines années. Dès 2001, l'IMCCE organise "Cérès 2001", bicentenaire de la découverte de Cérès. Ce workshop se tiendra dans l'amphithéâtre de l'IAP sur une semaine en octobre 2001. Par ailleurs pour septembre 2001 nous préparons déjà les journées du patrimoine, trois conférences seront présentées, plus la visite de l'observatoire de Paris avec sa coupole Arago. Fin octobre, pendant trois jours nous serons sur la pelouse du Ministère de la Recherche, rue Descartes pour les journées de la fête de la science, ..., etc.

Notre communication vers l'extérieur doit être parfaite et efficace. Pour ce faire, je souhaiterais de la part des directeurs, chefs d'équipes, des fiches sur les travaux scientifiques, afin de répondre rapidement aux journalistes et orienter ceux-ci vers le bon interlocuteur. Je ferai, avec mon équipe du porte à porte pour mieux vous connaître afin d'établir un vrai contact de communication entre nous. Vous voyez il y a encore beaucoup de choses à faire et à présenter vers l'extérieur. Je ne désespère pas, nous nous devons de réussir et de présenter une autre image de l'astronomie avec un grand A. On est dans un bâtiment historique, notre recherche, elle, est nouvelle et de pointe.

LE SERVICE DES RENSEIGNEMENTS ASTRONOMIQUES

P. Bretagnon, M. Heurtier, M. Martinez

Chaque année le service des renseignements reçoit plusieurs milliers de demandes par téléphone, fax, messagerie électronique, courrier. Les demandes les plus courantes concernent les levers et couchers du Soleil ou de la Lune, les phases de la Lune, les dates d'événements dans différents calendriers, la position des planètes, leur visibilité. Plusieurs chercheurs et ingénieurs de l'Institut sont mis à contribution, en particulier P. Rocher pour toute question portant sur les éclipses, les calendriers, les astéroïdes, les comètes.

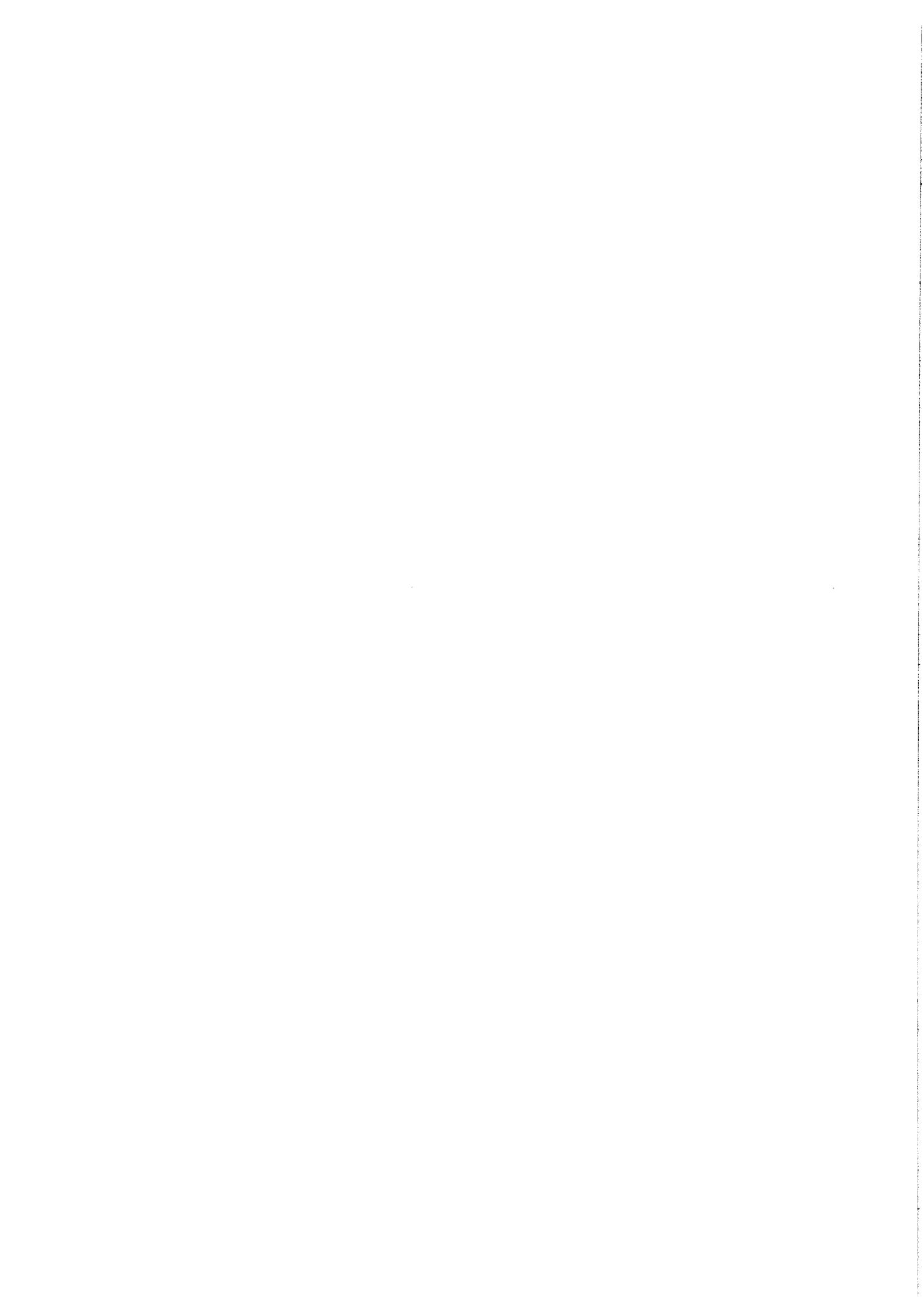
Ces demandes proviennent d'astronomes professionnels et amateurs, de cinéastes (position du Soleil pour les horaires de tournage, visibilité de la Lune), de fabricants d'agendas et de calendriers, d'architectes (ombres portées sur des bâtiments), de juristes et de policiers (réquisitions de la gendarmerie pour des reconstitutions), de journalistes pour les événements astronomiques du moment, de théoriciens amateurs, espèce redoutable.

Certaines demandes de renseignements relèvent de domaines de l'astronomie autres que la mécanique céleste et sont transmises à des collègues physiciens. D'autres demandes concernent des sujets spécifiques : OVNI, marées, météo, physique, géographie, magnétisme et sont renvoyées aux organismes spécialisés.

L'année 1999 a vu les demandes de renseignements augmenter considérablement en raison de l'éclipse totale de Soleil du 11 août visible en France. En plus des réponses aux différentes questions sur l'éclipse, cet événement a entraîné l'envoi de 10 000 brochures dans les collèges et les lycées et à de nombreux particuliers. Le service a assuré l'organisation du calendrier des stages de formation à l'éclipse pour la communauté astronomique (environ 100 personnes), ainsi que des actions ponctuelles dans des lieux publics (au Louvre, dans des universités, ...). La protection des yeux a pris une part importante dans la diffusion de documents.

Cette même année 1999 a vu se développer la polémique ridicule commencée depuis quelques années sur le début du 21^e siècle. Pressées d'en finir avec le 20^e siècle, des légions entières, sans concertation, se sont mis en tête de nous démontrer notre erreur et de faire commencer le nouveau siècle un an plus tôt. Malgré toutes les pressions, l'Institut de mécanique céleste a maintenu ce début de siècle et de millénaire au 1^{er} janvier 2001, date qui semble acceptée par tous aujourd'hui. Ce sujet ne sera repris que vers 2097.

Le service de renseignements consacre également beaucoup de temps à des sujets par bonheur plus intéressants que le précédent. C'est le cas lorsqu'il s'agit de demandes d'historiens, d'archéologues, d'égyptologues. Citons, par exemple, une demande récente de position de l'étoile polaire dans le but d'établir l'orientation de l'axe du temple de Sésostri 1^{er} à Tôd près de Karnak. L'orientation du temple étant déterminée, il est intéressant de rechercher un phénomène astronomique qui, en 1946 av. J.-C., a pu être choisi pour la construction de ce temple. On trouve que l'étoile Fomalhaut (magnitude 1,3) à son lever se trouvait à cette époque approximativement dans l'axe du temple. Dans la même demande figurait une recherche de l'orientation du temple de Médinet Habou à Thèbes sur la rive gauche du Nil.



OBSERVATION ASTROMÉTRIQUE EN OPTIQUE ADAPTATIVE DU SYSTÈME DES SATELLITES D'URANUS

P. Descamps, F. Marchis, J. Berthier, R. Prangée, Cl. Le Guyader

1. Introduction

Les dix petits satellites intérieurs d'Uranus ont été découverts par Voyager 2 en 1986. En 1994, les huit satellites les plus extérieurs ont à nouveau été observés par le HST (Hubble Space Telescope). Depuis 1994 aucune observation publiée n'a été faite de ces satellites. Le but de ce travail était de réaliser au sol les premières observations astrométriques de ces satellites. La proximité d'Uranus et la très forte magnitude de ces objets ont rendu possible la seule détection de Puck, le satellite le plus externe et le plus brillant des satellites internes d'Uranus. Ceci n'a pu être fait qu'en utilisant la technique de l'optique adaptative qui permet non seulement de se rapprocher de la limite de diffraction théorique d'un télescope mais aussi d'augmenter le rapport signal sur bruit par reconcentration de l'énergie dans le cœur du signal.

2. Astrométrie avec l'optique adaptative

L'optique adaptative est une technique dont le but consiste à compenser en temps réel la détérioration des images introduites par la turbulence atmosphérique.

Pour caractériser au mieux le profil stellaire à ajuster, nous avons adopté une combinaison d'une gaussienne et d'une fonction de Moffat plus apte à rendre compte de la répartition de l'énergie dans les ailes et de sa reconcentration dans le cœur de l'image stellaire (Descamps, 2000). Le fond de ciel a été modélisé par une surface polynomiale à deux dimensions de degré 2. Cette approximation demeure valable tant que la zone de ciel concernée n'est pas trop grande auquel cas il faudrait augmenter l'ordre de la surface polynomiale.

La figure 1 présente une image du champ d'Uranus prise le 28 octobre 1999 sur le télescope de 3.6m de l'ESO en bande H ($1.64\mu\text{m}$). Le profil brut d'Ariel a été traité avec le logiciel *eclipse* (Devillard et al., 1997). La taille du pixel sur le ciel est de 0.1 seconde de degré. Sur les objets brillants, la précision de la mesure des positions à l'aide d'un profil mixte de Moffat-Gauss est de l'ordre de 0.02 pixels, soit 2 mas. Sur les objets plus faibles, aux limites de la détection, elle n'est plus que de 0.2-0.7 pixels soit de l'ordre

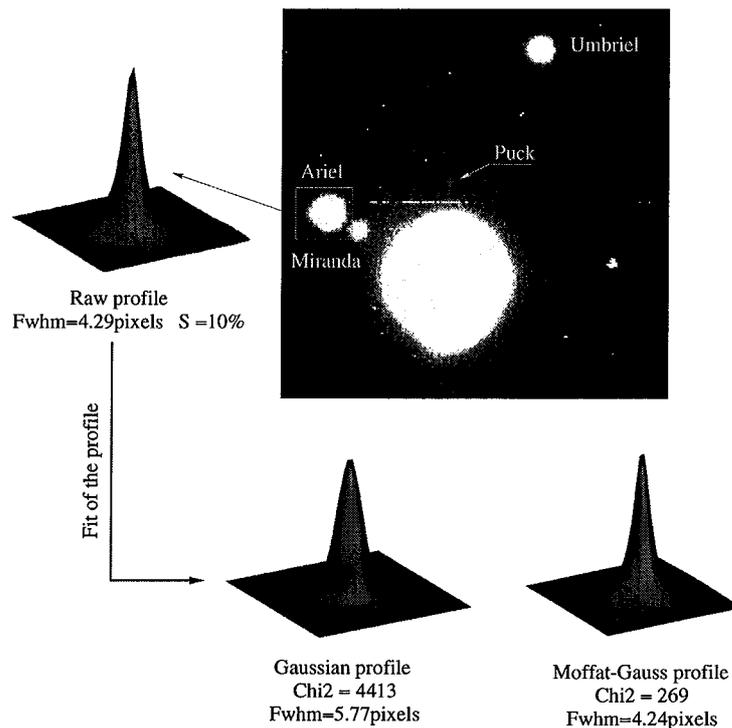


Fig. 1. Image prise au télescope de 3.6 de l'ESO avec le système d'optique adaptative ADONIS en bande H ($1.64\mu\text{m}$) le 28 octobre 1999 à 03 :35 :34 UTC. Trois satellites brillants d'Uranus sont visibles, Ariel, Miranda et Umbriel. Puck est également mis en évidence. Un ajustement du profil stellaire d'Ariel a été réalisé à l'aide d'un profil gaussien et d'un profil mixte de Moffat-Gauss. La limite de résolution théorique est de 0.939 pixels. Le rapport de Strehl est de 10%.

de 30 à 70 mas. On note que l'utilisation d'un profil de Gauss simple conduit à une dégradation de la précision d'un facteur 2 à 5 suivant la brillance de l'objet considéré.

3. Observations de Puck

Deux campagnes d'observation des satellites faibles d'Uranus ont été menées en mai et octobre 1999 sur le télescope de 3.6m de l'ESO avec le système d'optique adaptative ADONIS. Compte-tenu des possibilités de détection limites (objets dont le rapport signal sur bruit est supérieur à 5), seul Puck, le satellite le plus extérieur et le plus brillant des satellites internes d'Uranus, a pu être mis en évidence de manière régulière.

Malgré les dimensions très réduites du champ, 25 secondes de degré, au moins deux des satellites les plus brillants d'Uranus, Ariel et Miranda, sont constamment présents. Suivant les configurations un troisième satellite peut être présent parmi Titania et Umbriel. Ces satellites ont servi de références astrométriques pour la calibration du champ de la matrice CCD et la détermination des coordonnées astrométriques J2000 de Puck. Les positions de ces satellites sont données par l'éphéméride GUST86 (Laskar et Jacobson, 1987) avec une précision de l'ordre de quelques dizaines de kilomètres, soit quelques millièmes de seconde de degré. Ils constituent donc des références astrométriques de très haute qualité. Etant donné la taille très petite du champ les effets différentiels de réfraction ou de distorsion n'ont pas été pris en compte. Ces effets sont de l'ordre de quelques millièmes de seconde de degré dans la mesure des positions relatives des objets.

4. Détermination des éléments de l'orbite

Plutôt que d'ajuster un modèle dynamique aux observations basé sur l'hypothèse d'un mouvement décrit par une ellipse précessant sous l'effet du renflement équatorial d'Uranus, nous avons préféré développer une méthode géométrique permettant de réaliser une mesure directe des paramètres de forme de l'orbite, le demi-grand axe et son excentricité (Descamps, 2000). Ceci est rendu possible par le fait que les observations, pour chaque époque, sont groupées dans le temps permettant (quelques heures) ainsi l'accès à l'orbite instantanée tout en négligeant les variations séculaires et à courte période des éléments.

La méthode a été appliquée non seulement aux observations réalisées sur le télescope de 3.6m de l'ESO mais également aux observations faites sur le HST en 1994 (Pascu et al., 1998). Ceci nous a permis de tester la cohérence des résultats obtenus. La figure 2 présente dans le plan tangent à la sphère céleste les données observationnelles ainsi que l'orbite ajustée pour chaque période d'observation. Elles visualisent la répartition orbitale des observations, leur nombre et la qualité de l'ajustement.

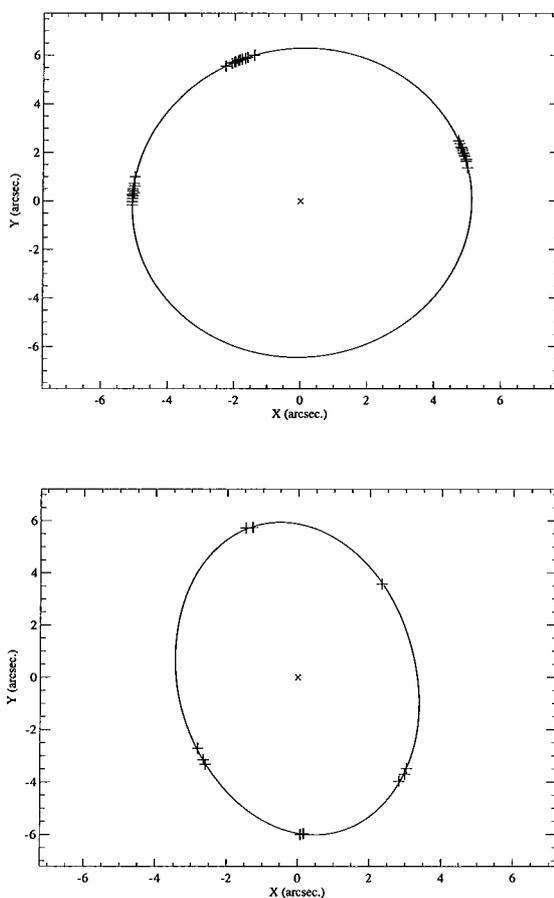


Fig. 2. Répartition des observations et orbite ajustée aux données de 1994 du HST (haut) et d'octobre 1999 (bas).

Résultat étonnant, la valeur de l'excentricité ainsi obtenue $e = 0.0125 \pm 0.0015$ est près de 100 fois supérieure à la valeur actuelle (0.00012) issue du modèle dynamique de Jacobson (1998).

5. Conclusion

L'optique adaptative est une technique d'avenir pour l'astrométrie au millième de seconde de degré. Son utilisation sur les systèmes des satellites faibles (magnitude supérieure à 18) des planètes géantes permettra de réaliser depuis le sol une astrométrie de très haute précision, seule capable d'accéder à une connaissance fine de leur dynamique et donc de leur évolution passée et future. Toutefois, cette technique ne peut être pleinement efficace que si elle effectue des corrections de front d'onde donnant un rapport de Strehl (défini comme étant le rapport de l'intensité du pic central de l'image stellaire à l'intensité du pic d'une image uniquement limitée par les effets de diffraction) supérieur à 20% et que si elle est combinée à des procédures de réduction très rigoureuses, capables de prendre en compte des effets physiques de l'ordre du millième de seconde de degré et de mesurer des positions CCD avec une précision équivalente. Ce faisant, l'utilisation de profil stellaire bidimensionnel purement gaussien pour la détermination de centroïde est rendue caduque et doit maintenant faire place à des profils plus complexes capables de restituer au mieux la distribution de l'énergie dans la tâche image.

Appliquée à l'observation de Puck sur le télescope de 3.6m de l'ESO, malgré une correction du front d'onde relativement moyenne ($\mathcal{SR} \simeq 10\%$), il a été possible, pour la première fois depuis un observatoire au sol, d'obtenir un grand nombre de positions de ce satellite avec un RMS de 30 mas. La bonne répartition des observations sur l'orbite ainsi que la qualité de celles-ci ont permis la mise en évidence d'une excentricité significative et la mesure directe du demi-grand axe. Les valeurs obtenues diffèrent sensiblement des valeurs actuellement admises. Des observations supplémentaires doivent être effectuées afin de confirmer ces premiers résultats.

Références

- Descamps, P., 2000, Représentation polaire d'une orbite képlérienne dans le plan tangent, *Notes Scientifiques et Techniques de l'Institut de mécanique céleste* **S073**
- Descamps P., Marchis, F., Berthier, J., Prangée, R., Le Guyader, Cl., 2000, Astrométrie à petit champ avec l'optique adaptative, *Notes Scientifiques et Techniques de l'Institut de mécanique céleste* **S072**
- Devillard, N., Rogon, T., Jung, Y., 1997, The eclipse software, *The messenger* no 87, ESO
- Jacobson, R.A., 1998, The orbits of the inner uranian satellites from *hubble space telescope* and *voyager 2* observations, *Astron. J.*, **115**, 1195–1199
- Laskar, J., Jacobson, R.A., 1987, An analytical ephemeris of the uranian satellites, *Astron. Astrophys.*, **188**, 212
- Pascu, D., Rohde, J.R., Seidelmann, P.K., Wells, E.N., Kowal, C.T., Zellner, B.H., Storrs, A.D., Currie, D.G., Dowling, D.M., 1998, Hubble space telescope astrometric observations of orbital mean motion corrections for the inner uranian satellites, *Astron. J.*, **115**, 1190–1194

SÉRIES GEVREY ET THÉORÈME DE NEKHOROSHEV

D. Sauzin

1. Un certain type de divergence

En avant-propos au tome 2 des *Méthodes nouvelles de la Mécanique Céleste*, Poincaré mentionne la divergence des séries de perturbation issues de la mécanique céleste :

“Les termes de ces séries, en effet, décroissent d’abord très rapidement et se mettent ensuite à croître ; mais, comme les astronomes s’arrêtent aux premiers termes de la série et bien avant que ces termes aient cessé de décroître, l’approximation est suffisante pour les besoins de la pratique. La divergence de ces développements n’aurait d’inconvénient que si l’on voulait s’en servir pour établir rigoureusement certains résultats, par exemple la stabilité du système solaire.

Dans le Chapitre VIII, je cherche à expliquer en quoi consiste ce malentendu entre les géomètres et les astronomes ; comment certaines séries que les premiers appellent *divergentes* peuvent rendre des services à ces derniers ; comment les règles ordinaires du calcul sont applicables à ces séries.”

Poincaré a lui-même développé une théorie des séries formelles qui interviennent comme *développements asymptotiques* de certaines fonctions. Nous nous intéresserons ici à une classe plus restreinte de séries, qui apparaît naturellement dans les problèmes de mécanique classique. Soit $\alpha \geq 0$: une série formelle $\tilde{\varphi}(\varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} \varphi_k \varepsilon^k$ sera dite *Gevrey d’ordre α* s’il existe $C, L > 0$ tels que

$$\forall k \in \mathbb{N}, \quad |\varphi_k| \leq C L^k k!^\alpha.$$

Ici les coefficients φ_k peuvent être des nombres ou des fonctions de certaines variables x_i du problème considéré.

Les séries Gevrey d’ordre 0 sont donc exactement les séries entières possédant un rayon de convergence non nul (c’est-à-dire les séries qui convergent pour $|\varepsilon|$ assez petit), alors qu’une série Gevrey d’ordre α peut très bien être divergente pour tout $\varepsilon \neq 0$ si $\alpha > 0$.

Si de telles séries formelles peuvent rendre des services, c’est qu’elles apparaissent parfois comme développements asymptotiques de certaines fonctions de ε . Plus précisément, on dit qu’une fonction $\varphi(\varepsilon)$ (définie pour $|\varepsilon|$ assez petit) admet la série $\tilde{\varphi}(\varepsilon)$ pour *développement asymptotique Gevrey d’ordre α* s’il existe $C, L > 0$ tels que, pour tout $K \geq 1$,

$$\left| \varphi(\varepsilon) - \sum_{k=0}^{K-1} \varphi_k \varepsilon^k \right| \leq C L^K K!^\alpha |\varepsilon|^K.$$

On vérifie que dans ce cas la série $\tilde{\varphi}$ est nécessairement Gevrey d'ordre α . Elle est uniquement déterminée par la fonction φ , mais l'inverse n'est pas vrai si $\alpha > 0$: plusieurs fonctions peuvent posséder le même développement asymptotique Gevrey. Cependant le développement asymptotique donne suffisamment d'information pour que dans ce cas on puisse affirmer que les deux fonctions sont *exponentiellement proches* :

Si φ et ψ ont le même développement asymptotique Gevrey d'ordre $\alpha > 0$, leur différence est bornée par $\exp(-\text{const} |\varepsilon|^{-1/\alpha})$.

Réciproquement, étant donnée une série formelle Gevrey arbitraire, on peut construire une fonction qui l'admet pour développement asymptotique Gevrey (par exemple au moyen d'une *transformation de Laplace incomplète*). Cette fonction n'est pas unique, mais est déterminée modulo une quantité exponentiellement petite. Nous renvoyons aux travaux de J.-P. Ramis pour plus d'informations sur les théories asymptotiques.

2. Moyennisation

Voici un problème simple de dynamique qui donne naissance à des séries Gevrey : la *moyennisation à une phase*. Considérons un système dynamique dépendant périodiquement du temps, de la forme

$$\dot{x}_i = \varepsilon f_i(x_1, \dots, x_n, t; \varepsilon), \quad i = 1, \dots, n.$$

Nous supposons que ε est un petit paramètre positif et que les fonctions f_i sont *analytiques* en leurs variables, c'est-à-dire que les séries de Taylor associées en chaque point sont convergentes.

Cherchons à nous ramener à un système indépendant du temps

$$\dot{y}_i = \varepsilon \tilde{g}_i(y_1, \dots, y_n; \varepsilon), \quad i = 1, \dots, n,$$

par un changement de variable dépendant périodiquement du temps et de la forme

$$x_i = y_i + \varepsilon \tilde{u}_i(y, t; \varepsilon), \quad i = 1, \dots, n.$$

On trouve facilement pour $\tilde{g}_1, \dots, \tilde{g}_n, \tilde{u}_1, \dots, \tilde{u}_n$ des séries formelles en ε (dont les coefficients sont des fonctions des autres variables), c'est-à-dire qu'on peut éliminer *formellement* la dépendance par rapport au temps, mais ces séries ne sont généralement pas convergentes.

Lors des précédentes Journées scientifiques, nous avons expliqué que ces solutions formelles sont en fait Gevrey d'ordre 1. Nous avons récemment généralisé ce résultat au cas où les fonctions f_i elles-mêmes, au lieu d'être analytiques, sont seulement Gevrey. On dit qu'une fonction f de N variables est Gevrey d'ordre α si sa dérivée partielle d'ordre (k_1, \dots, k_N) est bornée par $C L^{k_1 + \dots + k_N} (k_1! \dots k_N!)^\alpha$, pour certains C et $L > 0$ indépendants du multi-indice de dérivation (k_1, \dots, k_N) : si $\alpha > 1$, les séries de Taylor associées ne sont donc pas nécessairement convergentes.¹ On trouve alors que la solution formelle du problème de moyennisation est Gevrey d'ordre α . On peut en déduire une *forme normale* où la dépendance en t est exponentiellement petite, de l'ordre de $\exp(-\text{const} \varepsilon^{-1/\alpha})$. Nous renvoyons au compte rendu des précédentes Journées pour des références bibliographiques sur ce sujet.

3. Stabilité effective

Poincaré a appelé "problème général de la dynamique" l'étude des systèmes hamiltoniens proches de l'intégrable, c'est-à-dire de la forme

$$H(q, p) = H_0(p) + \varepsilon f(q, p, \varepsilon).$$

Ici les variables q_1, \dots, q_n sont des angles (c'est-à-dire que f est supposée en dépendre périodiquement), et le système dynamique correspondant s'écrit

$$\dot{q}_i = \partial_{p_i} H_0 + \varepsilon \partial_{p_i} f, \quad \dot{p}_i = -\varepsilon \partial_{q_i} f, \quad i = 1, \dots, n.$$

1. Attention à la différence de convention entre séries et fonctions Gevrey : une série convergente est Gevrey d'ordre 0, alors que les fonctions analytiques constituent l'ensemble des fonctions Gevrey d'ordre 1.

Pour $\varepsilon = 0$, le système est intégrable, les variables d'action p_1, \dots, p_n sont constantes le long des trajectoires et tous les mouvements sont quasi-périodiques. Subsiste-t-il quelque chose d'une situation aussi idéale pour ε positif petit mais non nul ?

En 1977, Nekhoroshev a démontré un important résultat de stabilité, qui ne vaut que pour des intervalles de temps finis mais exponentiellement longs : si H_0 et f sont analytiques et si H_0 possède une certaine propriété appelée "raideur" (cf. l'exposé de L. Niederman dans ces mêmes Journées),

il existe $a, b > 0$ tels que la variation des actions $p_i(t) - p_i(0)$ le long de n'importe quelle trajectoire reste bornée par ε^b pour $|t| \leq \exp(\text{const } \varepsilon^{-a})$.

Autrement dit, les variables d'action varient peu et le système perturbé se comporte approximativement comme un système intégrable si l'on considère son évolution sur des intervalles de temps exponentiellement grands devant ε^{-a} . Ce n'est qu'au-delà qu'un comportement de type "chaotique" (diffusion des variables d'action) peut éventuellement intervenir. Il faut noter que toutes les trajectoires de l'espace de phase sont concernées par cet énoncé. À titre de comparaison, le célèbre théorème de Kolmogorov-Arnold-Moser prédit l'existence de nombreux mouvements quasi-périodiques pour le système perturbé ; il ne nous renseigne donc que sur une partie de l'espace de phase, mais il y offre un résultat de nature différente (de stabilité perpétuelle, c'est-à-dire en temps infini).

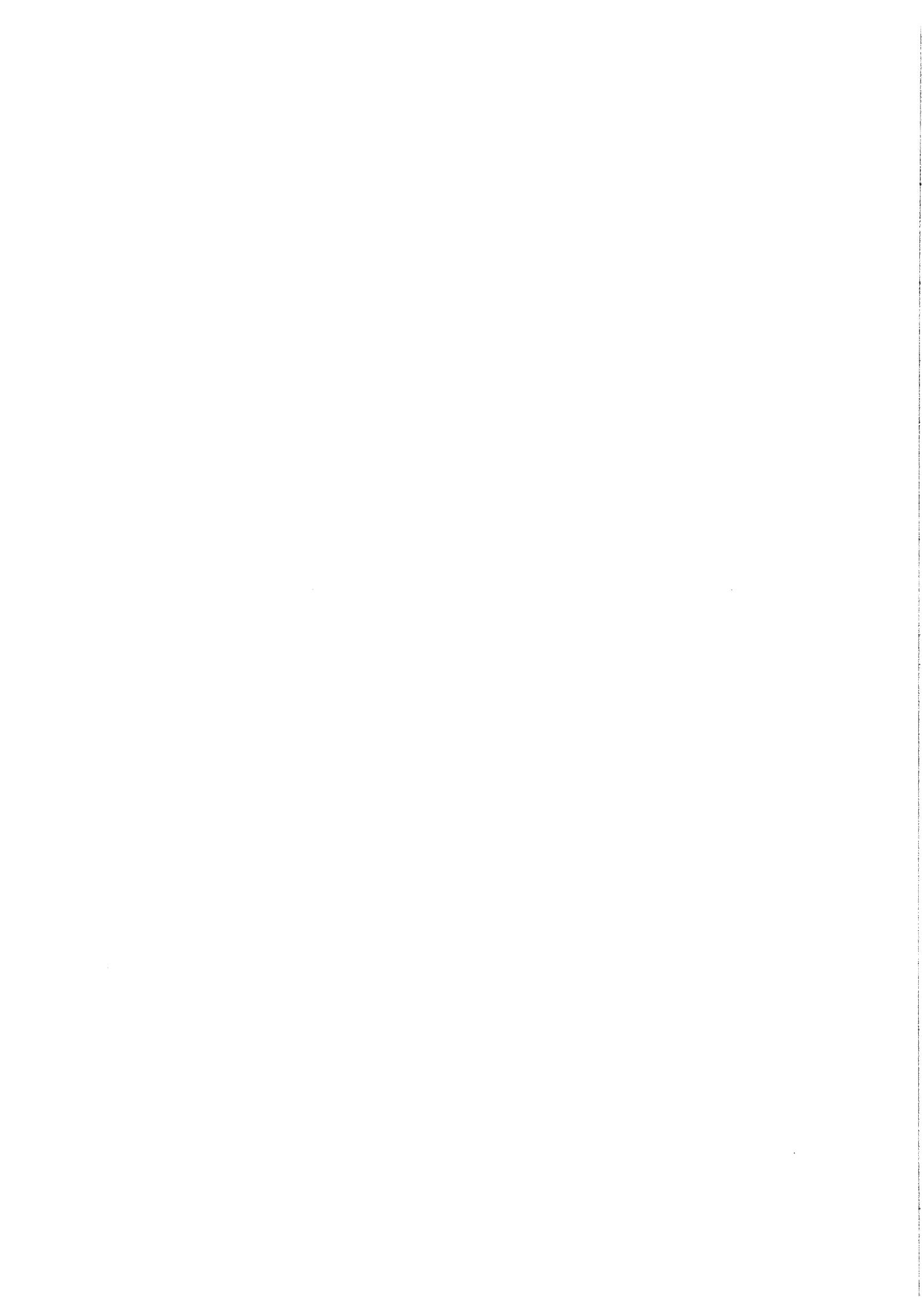
Le théorème de Nekhoroshev s'applique en particulier lorsque H_0 est une fonction convexe. Dans ce cas, Lochak a donné une méthode originale, reposant sur la moyennisation à une phase (au voisinage des solutions périodiques du système non perturbé) et sur un argument géométrique, qui lui permet d'obtenir les exposants $a = b = \frac{1}{2n}$.

Nous avons récemment adapté sa méthode au cas où H_0 et f sont des fonctions Gevrey d'ordre $\alpha \geq 1$ (toujours en supposant H_0 convexe) : nous trouvons une forme normale formelle au voisinage des solutions périodiques du système non perturbé dont nous vérifions qu'elle est Gevrey d'un certain ordre, nous en déduisons une forme normale avec reste exponentiellement petit, puis l'argument de Lochak nous donne des exposants de stabilité $a = \frac{1}{2\alpha n}$ et $b = \frac{1}{2n}$.

Ce travail s'inscrit dans une collaboration avec M. Herman, J.-P. Marco et L. Niederman sur la stabilité des variables d'action dans les systèmes Gevrey.

Références

- Poincaré, H., 1893, *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, Gautier-Villars, Paris
- Ramis, J.-P., 1993, Séries divergentes et théories asymptotiques, *Panoramas et synthèses 1*, Société mathématique de France
- Sauzin, D., 1997, Moyennisation Gevrey, *Journées scientifiques du Service des calculs et de mécanique céleste du Bureau des longitudes*, Notes scientifiques et techniques du Bureau des longitudes **S056**, 31-33
- Nekhoroshev, N. N., 1977, An exponential estimate of the time of stability of nearly integrable Hamiltonian systems, *Usp. Mat. Nauk.* **32**, 5-66 ; *Russ. Math. Surveys* **32**, 1-65
- Lochak, P., 1992, Canonical perturbation theory via simultaneous approximation, *Usp. Mat. Nauk.* **47**, 59-140 ; *Russian Math. Surveys* **47**, 57-133



ROTATION À LONG TERME DES PLANETES TELLURIQUES

A.C.M. Correia²

1. Introduction

La rotation à long terme des corps solides est le sujet de mon travail de thèse que je fais avec J. Laskar. Dans cet article, on présente d'abord la façon de traiter un problème à long terme, puis les phénomènes qui peuvent jouer un rôle significatif dans l'évolution de la rotation et à la fin son application aux planètes telluriques du système solaire.

2. Approximations

Tout d'abord, on commence par représenter notre planète par un ellipsoïde d'inertie de moments principaux $A \leq B < C$. Quand on veut faire des simulations numériques à long terme, on a toujours un problème avec le pas d'intégration : on ne peut pas se permettre d'utiliser un pas trop petit car autrement les calculs deviennent très lents. Pourtant, tous les mouvements de nutation, y-compris la période de Chandler sont (Bouquillon, 2000) de très faible amplitude et de courte période (de l'ordre de l'année). Cela nous permet donc d'ignorer toutes ces petites oscillations de l'axe. En plus, cela nous permet de faire coïncider l'axe de figure avec l'axe de rotation : $\vec{\omega} = \omega \vec{k}$ où \vec{k} porte l'axe principal d'inertie et $\vec{\omega}$ est la vitesse de rotation angulaire. Cette approximation est très utile car elle permet de réduire le nombre de variables qui décrivent la rotation de 6 à 4. On y utilise les variables d'Andoyer (Andoyer 1923) qui ont l'avantage d'être canoniques :

- $L = C\omega$, le module du moment angulaire, $\vec{L} = L \vec{k}$.
- $X = L \cos \varepsilon$, la composante de \vec{L} sur la normale à l'écliptique. L'angle entre ces deux vecteurs, ε est l'obliquité.
- θ , l'angle sidéral moyen, c'est-à-dire, l'angle entre l'équinoxe et la direction de l'axe de minimale inertie.
- $-\psi$, l'angle de "précession générale" : $-\psi = \Omega + \varphi$, où Ω est la longitude du nœud et φ est l'angle de précession.

2. En collaboration avec J. Laskar

On ne s'intéresse pas à suivre θ car ce n'est qu'un angle horaire. Comme il s'agit aussi toujours d'un angle rapide, on prend encore la moyenne des équations pour cette variable. De même, pour les variables orbitales, on prend la moyenne de l'anomalie vraie, sauf quand celle-ci est en résonance avec θ (Néron de Surgy, 1996).

3. Effets considérés

Malgré toutes les approximations effectuées jusqu'à maintenant, il nous reste encore les mouvements non périodiques de l'axe (perturbations planétaires), les mouvements périodiques à long période (précession des équinoxes et géodésique) ainsi que les mouvements dissipatifs (effets de marée, friction entre le noyau et le manteau et friction climatique). On les groupe en effets conservatifs et dissipatifs, car les premiers conservent l'énergie totale du système (Munk et MacDonald, 1960).

3.1. Effets conservatifs

De tous ces effets, la **précession des équinoxes** est celui qui est connu depuis le plus longtemps. Il est dû au couple de forces exercées par le Soleil (ou par la Lune dans le cas de la Terre) sur le bourrelet équatorial de la planète. Ce couple engendre une précession du vecteur moment angulaire \vec{L} autour de la normale à l'écliptique. La vitesse de précession est constante et donnée par :

$$\dot{\psi} = \alpha \cos \varepsilon$$

où α est appelée la "constante de précession" :

$$\alpha = \frac{3}{2} n^2 \frac{E_d}{\omega} \quad \text{et} \quad E_d = \frac{C - \frac{1}{2}(A + B)}{C}$$

n est le moyen mouvement et E_d l'ellipticité dynamique. On voit bien que pour une planète sphérique cet effet disparaît ($A = B = C$). L'autre effet de précession qu'il faut prendre en compte notamment pour les corps très proches du Soleil est la **précession géodésique**. Directement liée à l'avance du périhélie de l'orbite dû à la déformation de l'espace-temps par une masse, elle n'a donc été établi qu'après le développement de la relativité générale. La contribution à la vitesse de précession est aussi constante, donnée par :

$$\dot{\psi} = \frac{3}{2} n^2 \frac{a}{c(1 - e^2)}$$

où a est le demi-grand axe, e l'excentricité de l'orbite et c la vitesse de la lumière dans le vide. Parmi les effets conservatifs, on compte encore les **perturbations planétaires**. Si notre planète n'était qu'accompagnée par le Soleil, son orbite serait keplerienne, c'est-à-dire, une ellipse dont les paramètres sont constants dans le temps. Cependant, il ne faut pas oublier la présence des autres planètes qui vont perturber cette orbite et par conséquent le spin de la planète, une fois que celui-ci est défini par rapport au plan de l'écliptique. Les contributions au spin sont calculées par le système suivant (Laskar, 1986) :

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = L \sin \varepsilon [\mathcal{B}(t) \sin \psi - \mathcal{A}(t) \cos \psi] \\ \frac{d\psi}{dt} = -\cotg \varepsilon [\mathcal{A}(t) \sin \psi + \mathcal{B}(t) \cos \psi] - 2\mathcal{C}(t) \end{cases}$$

Les quantités \mathcal{A} , \mathcal{B} et \mathcal{C} sont liées au mouvement séculaire de l'orbite de la planète soumise aux perturbations planétaires. Elles dépendent des fréquences fondamentales du mouvement séculaire des orbites des planètes (Laskar, 1988). Laskar et Robutel (1993) ont montré que pour certaines valeurs de la constante de précession α , le mouvement de l'obliquité peut devenir fortement chaotique. Il se peut que l'obliquité passe de 0° à 90° en à peine quelques millions d'années.

3.2. Effets dissipatifs

En général, les effets dissipatifs ont des échelles de temps beaucoup plus longues que celles des effets conservatifs. Ainsi, les équations précédentes fournissent un cadre général où s'adaptent tous les scénarios possibles de dissipation. Les effets de marée résultent des déformations inélastiques de la planète dues à

l'action d'un corps de perturbation. Parmi ces effets on compte les **marées gravitationnelles** (dues à une attraction différentielle de la planète par un corps perturbateur) et les **marées atmosphériques thermiques** (l'atmosphère de la planète est soumise au chauffage des rayons solaires et les variations locales de température qui en résultent engendrent des gradients de pression qui génèrent à leur tour une redistribution de la masse atmosphérique). Du fait de la non-élasticité de la planète, la direction de l'axe du renflement est décalée d'un angle δ de l'axe de la perturbation.

C'est cette différence de phase qui est responsable de la dissipation d'énergie dans l'intérieur de la planète. Les apports aux équations du mouvement s'écrivent (Dobrovolskis, 1980) :

$$\begin{cases} \frac{dL}{dt} = -K^\tau \sum_{\sigma} b^\tau(\sigma) \Lambda_{\sigma}^{\tau}(\cos \varepsilon, e) \\ \frac{dX}{dt} = -K^\tau \sum_{\sigma} b^\tau(\sigma) \Xi_{\sigma}^{\tau}(\cos \varepsilon, e) \end{cases}$$

où K^τ est une constante et Λ_{σ}^{τ} et Ξ_{σ}^{τ} des polynômes en $\cos \varepsilon$, σ la fréquence de marée (une combinaison linéaire de ω et n). Le symbole τ sert à distinguer entre les deux types de marée. La fonction $b^\tau(\sigma)$ est liée à la dissipation. Elle vaut pour chacun des cas :

$$b^g(\sigma) = k_2 \sin 2\delta^g(\sigma) \quad \text{et} \quad b^a(\sigma) = \tilde{p}_2(\sigma) \sin 2\delta^g(\sigma)$$

k_2 est le deuxième nombre de Love et $\tilde{p}_2(\sigma)$ la composante de l'harmonique sphérique de deuxième degré de la variation de pression à la surface de la planète. Un autre effet dissipatif très important est la **friction entre le noyau et le manteau**. Le noyau et le manteau n'ont pas la même ellipticité dynamique en raison de leurs différences de forme et de densité. Lorsque les couples de précession exercés par le soleil sur le noyau et le manteau de Vénus sont proportionnels à l'ellipticité dynamique, les deux parties tendent à précéder différemment autour de la normale au plan orbital. Cette tendance est plus ou moins contrecarrée par différentes interactions produites à l'interface. Plusieurs modèles ont été créés pour établir les contributions aux équations du mouvement. On peut tout de même en trouver une formulation assez générale (Néron de Surgy et Laskar, 1997) :

$$\begin{cases} \frac{dL}{dt} \simeq -K^f |L|^q \sin^2 \varepsilon \cos^2 \varepsilon \\ \frac{dX}{dt} \simeq 0 \end{cases}$$

où K^f est une constante et q un rationnel qui dépend du modèle employé. Finalement, on a considéré la **friction climatique**, qui est un effet assez récent (Rubincam, 1990) lié aux variations climatiques. En effet, pour les planètes possédant des calottes polaires, les variations d'insolation à la surface ont des conséquences sur la taille de ces calottes. La redistribution de masse qui en résulte, modifie les principaux axes d'inertie qui à leur tour modifient la constante de précession de la planète. En combinaison avec la chaoticité induite par les perturbations planétaires, un tout petit changement de α suffit pour modifier complètement l'évolution du spin.

4. Application aux planètes telluriques

On vient de présenter d'une forme assez générale la façon d'aborder l'étude à long terme de la rotation des planètes telluriques.

Quand on regarde chacune des planètes de plus près, il y a certains effets qui sont négligeables, ce qui rend la résolution des équations plus simple. Par exemple, dans le cas de Mars, il est inutile de prendre en compte la précession géodésique car les mesures actuelles que l'on a du taux de précession sont moins précises que cette valeur. De même, pour une planète comme Mercure, où l'atmosphère est presque inexistante, on n'a pas besoin de se soucier d'une marée atmosphérique. En plus, pour chaque planète, on est intéressé à étudier des comportements différents, ce qui rend l'approche différente. Dans le cas de Mercure et Vénus, on cherche plutôt à expliquer pourquoi les planètes ont terminé avec la rotation observée actuellement, tandis que pour la Terre et Mars on cherche à reconstituer leur histoire depuis quelques millions d'années. Ainsi, dans la suite et pour terminer, on fera un petit résumé des phénomènes les plus importants sur chacune des planètes individuellement et ce que l'on cherche à comprendre.

- *Mercury* : À cause de la proximité du Soleil, les marées gravitationnelles sont très présentes pour cette planète. L'effet de friction entre le noyau et le manteau est aussi à considérer. Les buts principaux de l'étude sont la reconstruction de l'histoire probable de la planète jusqu'à sa capture dans la résonance 3 : 2 et l'estimation des probabilités de capture dans plusieurs résonances que la planète a traversées.
- *Vénus* : À cause de sa dense atmosphère et de la proximité du Soleil, il faut tenir compte de tous les effets dissipatifs sauf la friction climatique. Le but de l'étude de Vénus est d'expliquer l'état présent de rotation de la planète (Vénus tourne en sens inverse des autres corps solides du système solaire).
- *Terre* : De toutes les planètes, la Terre est la mieux connue. L'effet de marée atmosphérique est présent, mais sa contribution pour la rotation actuelle est négligeable vis à vis des autres phénomènes dissipatifs. Les marées gravitationnelles sont très présentes à cause des océans et de la présence de la Lune. Les frictions noyau-manteau et climatique ne peuvent pas être négligées non plus. Dans le cas de notre planète, on est intéressé à comprendre son histoire dans le dernier milliard d'années (reconstruction en utilisant les données géologiques).
- *Mars* : Cette planète peut être presque considérée comme un corps en rotation libre puisque la plupart des effets dissipatifs sont négligeables. Pourtant, à cause des mouvements chaotiques de l'obliquité engendrés par les perturbations planétaires, la friction climatique peut jouer un rôle très important. En outre, il faut aussi tenir compte du volcanisme (variation des moments d'inertie). Le but principal ici est celui de donner des bornes aux variations possibles de l'insolation dans le passé (obliquité et excentricité chaotiques).

Références

- Andoyer, H., 1923, *Cours de mécanique céleste*, Paris, Gauthier-Villars et cie
- Bouquillon, S., 2000, *Rotation d'un Corps Rigide, Application à Mars, Thèse*, observatoire de Paris
- Dobrovolskis, A.R., 1980, Atmospheric tides and the rotation of Venus. II. Spin evolution, *Icarus*, **41**, 18-35
- Laskar, J., 1986, Secular terms of classical planetary theories using the results of general theory, *Astron. Astrophys.*, **157**, 59-70
- Laskar, J., 1988, Secular evolution of the solar system over 10 million years, *Astron. Astrophys.*, **198**, 341-362
- Laskar, J., Robutel, P., 1993, The chaotic obliquity of the planets, *Nature*, **361**, 608-612
- Munk, W.H., MacDonald, G.J.F., 1960, *The rotation of the Earth ; a geophysical discussion*, Cambridge University Press
- Néron de Surgy, O., 1996, Influence des effets dissipatifs sur les variations à long terme des obliquités planétaires, *Thèse*, observatoire de Paris
- Néron de Surgy, O., Laskar, J., 1997, On the long term evolution of the spin of the Earth, *Astron. Astrophys.*, **318**, 975-989

STABILITÉ EXPONENTIELLE POUR DES PETITES PERTURBATIONS DE SYSTÈMES HAMILTONIENS INTÉGRABLES RAIDES

Laurent Niederman

Résumé.

En 1977, Nekhorochev (1977, 1979) a établi un théorème de stabilité pour un système hamiltonien ε -proche d'un système hamiltonien intégrable raide. C'est à dire que le Hamiltonien intégrable doit vérifier des conditions de transversalité qui sont génériquement satisfaites par les fonctions C^∞ sur \mathbf{R}^n . Dans ce cas, sous le flot du problème complet, les actions associées au Hamiltonien non perturbé varient seulement dans un domaine d'une taille comparable à ε^b sur un temps de l'ordre de $\exp(c\varepsilon^{-a})$ pour certaines constantes positives a , b et c . Parmi les systèmes raides, ceux qui sont convexes ou quasi-convexes sont plus facile à analyser car la conservation de l'énergie permet de raccourcir notablement la preuve de ces estimations exponentielles de stabilité. Dans ce cas, Lochak (1992) et Pöschel (1993) ont obtenu indépendamment les exposants de stabilité $a = b = 1/2n$ pour un système à n degrés de liberté, notamment l'exposant du temps de stabilité (a) est vraisemblablement optimal (voir Lochak et al, 1999).

De l'autre côté, la preuve de ces théorèmes dans le cas raide n'a pratiquement pas été reprise depuis le travail original de Nekhorochev malgré différents exemples issus de la physique où le Hamiltonien considéré est seulement raide. C'est notamment le cas pour l'étude de la stabilité des astéroïdes (Guzzo et Morbidelli, 1997) et des points de Lagrange L4, L5 (Benettin et al., 1998).

J'ai obtenu une généralisation (Niederman, 2000) du résultat de Lochak pour des perturbations de Hamiltoniens raides en conjuguant les raisonnements originaux de Nekhorochev avec un argument d'approximation Diophantienne simultanée qui simplifie beaucoup la démonstration initiale. Ceci permet aussi d'obtenir les exposants $a = b = (2np_1 \dots p_n)^{-1}$ où $(p_1 \dots p_n)$ sont les indices de raideur de l'hamiltonien intégrable considéré. Dans le cas quasi-convexe les indices de raideurs sont tous égaux à un et on retrouve $a = b = 1/2n$ donc ce resultat généralise ceux de Lochak et Pöschel.

Références

- Benettin, G., Fasso, F., Guzzo, M., 1998, Nekhorochev stability of L4 and L5 in the spatial restricted three body problem, *Regul. Chaotic Dyn.*, **3** (3), 56-72
- Guzzo, M., Morbidelli, A., 1997, Construction of a Nekhorochev like result for the asteroid belt dynamical system, *Celest. Mech. Dyn. Astron.*, **66**, 255-292
- Lochak, P., 1992, Canonical perturbation theory via simultaneous approximation, *Russian Math. Surveys*, bf 47, 57-133

- Lochak P., Marco J.P., Sauzin D., 1999, On the splitting of the invariant manifolds in multidimensional near-integrable Hamiltonian systems, *Prépublication de l'Institut de Mathématique de Jussieu*, **220**
- Nekhorochev, N.N., 1977, An exponential estimate of the time of stability of nearly integrable Hamiltonian systems, *Russian Math. Surveys*, **32**, 1-65
- Nekhorochev, N.N., 1979, An exponential estimate of the time of stability of nearly integrable Hamiltonian systems 2, *Trudy Sem. Petrovs*, **5**, 5-50, translated in Oleinik, O.A. (Ed.), *Topics in Modern Mathematics*, Petrovskii Semin. (5), New York : Consultant Bureau 1985.
- Niederman, L., 2000, Exponential stability for small perturbations of steep integrable Hamiltonian systems, *Prépublication Orsay 2000-73 (soumis à Ergodic Theory and Dynamical Systems)*
- Pöschel, J., 1993, Nekhorochev estimates for quasi-convex Hamiltonian systems, *Math. Z.*, **213**, 187-217

LE RÉSEAU RENATER ET LES RÉSEAUX HAUT DÉBIT LES ÉVOLUTIONS À VENIR

A. Montintin

Les réseaux haut débit sont aujourd'hui des éléments essentiels de la mise en œuvre des nouvelles technologies. Des besoins émergent dans de nombreux domaines :

- les données,
- la voix,
- les images,
- la vidéo.

C'est la raison pour laquelle il devient absolument nécessaire de mettre en œuvre des réseaux de transport à haut débit afin de supporter un potentiel d'applications multimédia particulièrement élevé.

Ces besoins émergents se situent notamment dans le domaine des serveurs d'informations, des technologies et applications vidéo, de la documentation numérique, de l'imagerie médicale et du télédiagnostic, du calcul réparti, de la téléphonie et de la gestion technique des bâtiments.

Dans le secteur de la recherche et de l'université, l'évolution de l'environnement réseau se produit principalement à deux niveaux, au plan national avec le déploiement du réseau RENATER2 et au plan régional ou métropolitain. Pour la communauté parisienne, cette évolution se fera avec le déploiement du Réseau Académique Parisien (RAP).

Le réseau RENATER

Développé à la fin des années 1990, le réseau RENATER est composé, d'une part, des réseaux de collecte dans les régions (réseaux régionaux ou plaques métropolitaines) et d'autre part, de "l'épine dorsale" nationale à haut débit RENATER2, assurant l'interconnexion, avec ses liaisons vers les DOM-TOM, l'Internet commercial et l'international. C'est le GIP renater qui en assure la maîtrise d'ouvrage.

Les figures 1 à 6 visualisent la structure du réseau d'interconnexion.

Le Réseau Académique Parisien

C'est un réseau métropolitain qui regroupera l'ensemble des établissements d'enseignement supérieur et de la recherche de Paris. La mise en œuvre de ce réseau vise à répondre aux besoins actuels et à venir des établissements.

Les différents sites, seront raccordés à RAP par des liaisons à haut débit : 100Mb/s, 155Mb/s, 622Mb/s voire 1000Mb/s.

La liaison avec Renater2 s'opérera à haut débit (622 Mb/s)

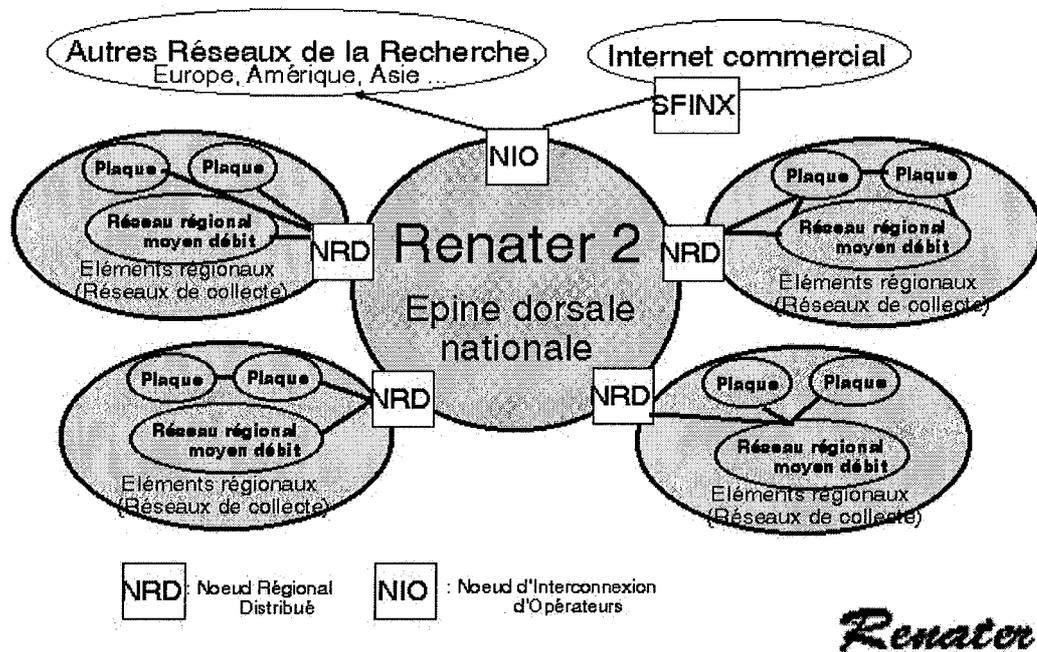


Fig. 1. L'architecture du réseau Renater2.

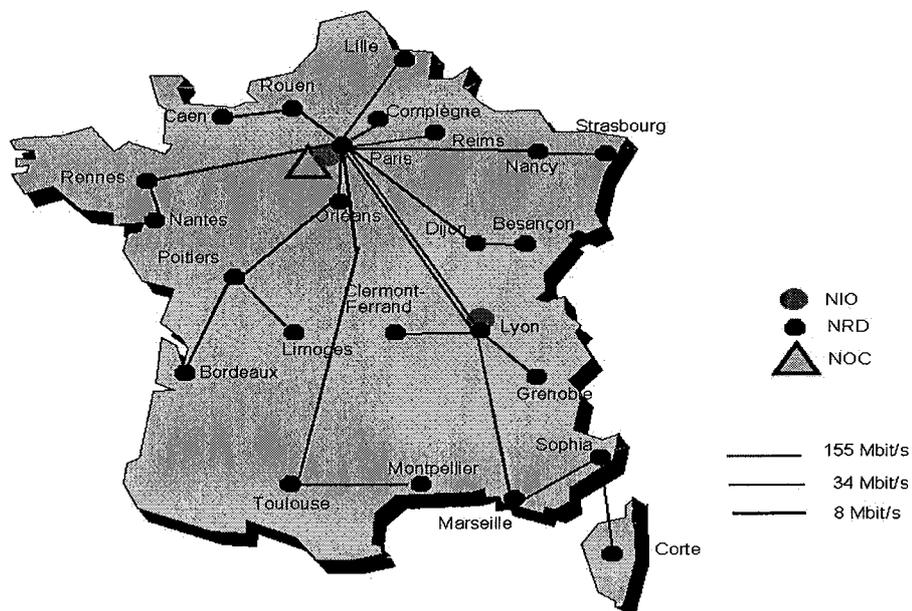


Fig. 2. Les NRD et la carte de Renater2.

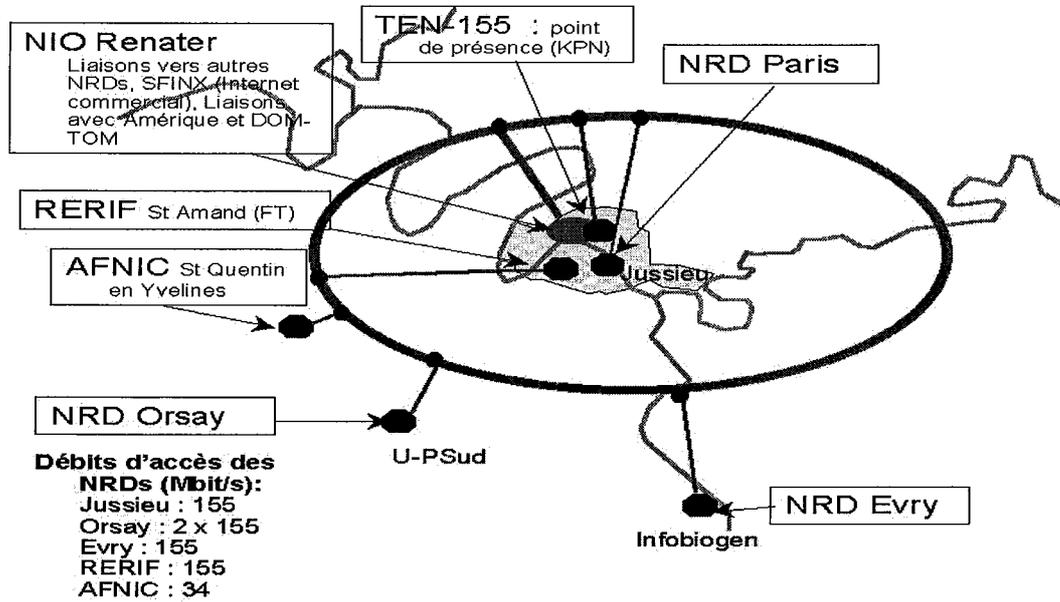


Fig. 3. Le système central de Renater2, le haut débit multiGbits/s.

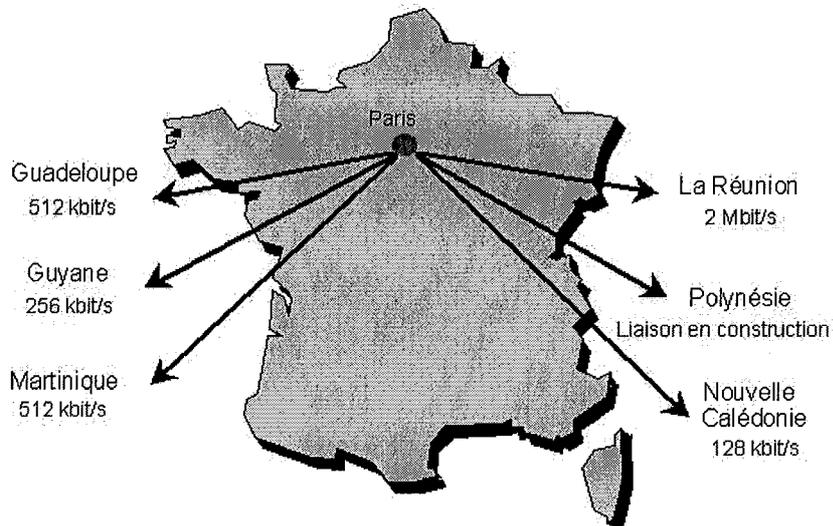


Fig. 4. Les liaisons vers les DOM-TOM.

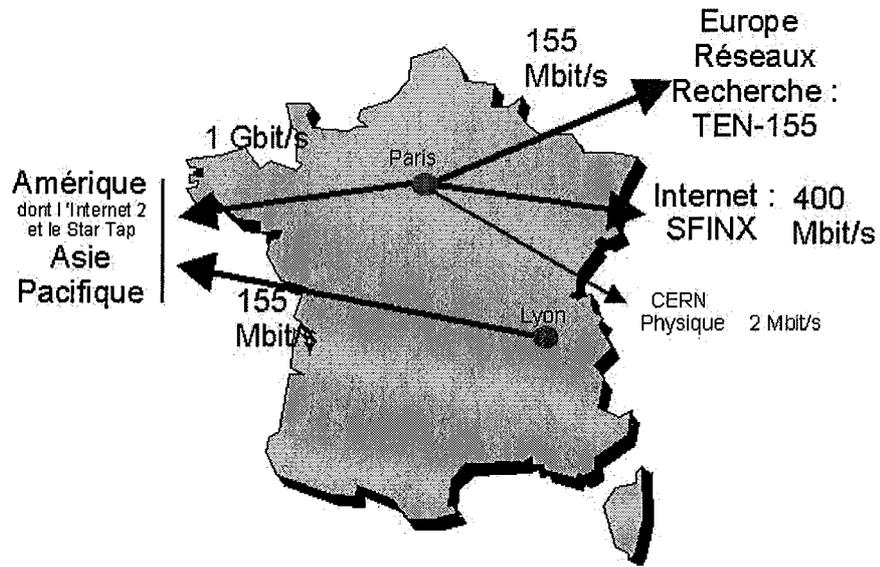


Fig. 5. Les liaisons vers l'International.

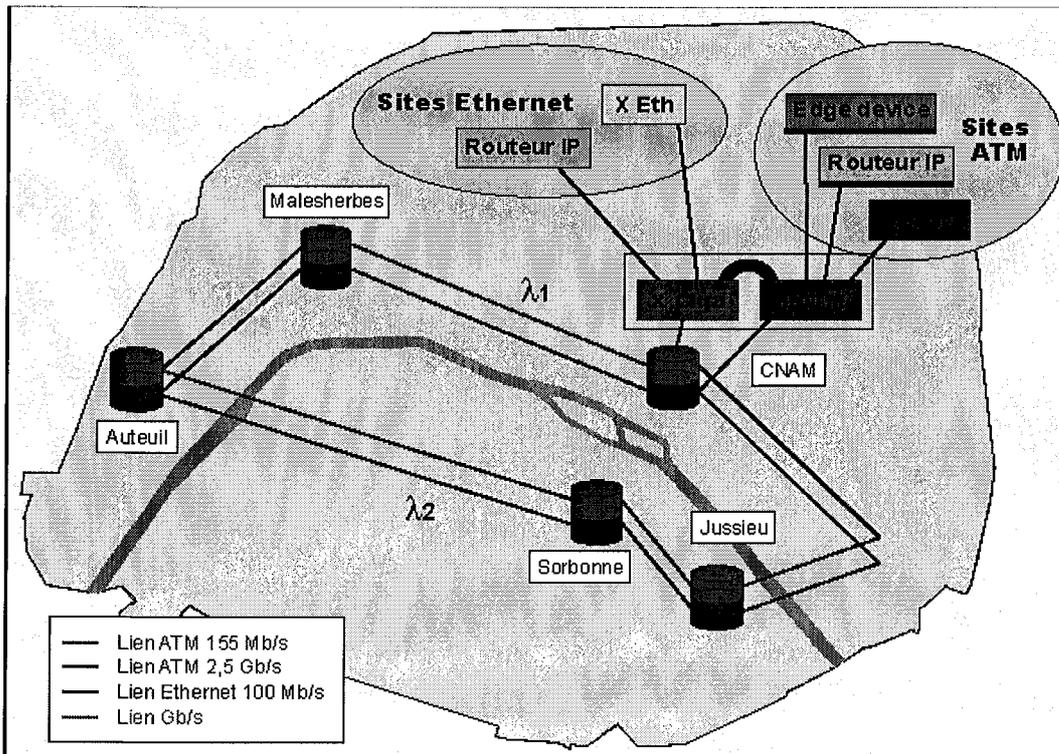


Fig. 6. Schéma d'organisation de RAP.

LA GESTION FINANCIÈRE D'UNE UNITÉ DE RECHERCHE

D. Simon

Introduction

Nous sommes tous des gestionnaires et les mêmes principes de bonne gestion s'appliquent aussi bien à la vie personnelle, qu'à celle d'une unité de recherche. Mais là s'arrête la comparaison : gérer dans un service administratif signifie non seulement utiliser au mieux des moyens impartis mais aussi intégrer les mécanismes et les règles juridiques contraignantes de la comptabilité publique.

Les Crédits

Chaque année, nous recevons du Ministère de la recherche et du CNRS des notifications de crédits. Ils nous permettent de faire fonctionner l'unité dans les mêmes conditions que l'année précédente. Ils sont affectés à l'IMCCE par chapitres selon une nomenclature précise (exemple 36.11, Ministère de la recherche, fonctionnement).

Les crédits représentent l'autorisation de dépenser, ils sont attribués à un service particulier pour une dépense déterminée, sur le chapitre prévu et ils doivent être dépensés dans l'année. Bien entendu le montant des dépenses ne peut dépasser les crédits

Les Dépenses

L'attribution des crédits permet d'effectuer les actes qui jalonnent la dépense publique : engagement, liquidation, ordonnancement, paiement. Toutes ces opérations sont contrôlées. On distingue une phase administrative qui contrôle l'engagement, la liquidation et l'ordonnancement et une phase comptable qui assure le paiement. Cette distinction n'est pas seulement une organisation du travail mais elle est la conséquence de la fonction de contrôle exercée par le Ministère des finances sur tout maniement des deniers publics. Si la première phase est celle confiée à l'ordonnateur, la seconde phase est sous la responsabilité du comptable directement rattaché à l'administration des Finances.

La séparation entre ordonnateur et comptable est rigoureuse ; le respect de leur attribution est la garantie de l'exercice d'un double contrôle garantissant l'emploi régulier des deniers de l'Etat.

Conclusion

Le budget de l'IMCCE représente une part infime de la redistribution des moyens financiers dont dispose l'Etat et dont la plus grande partie est constituée des prélèvements obligatoires (impôts). Une bonne démocratie passe par la connaissance du fonctionnement de l'Etat. Le rôle d'une gestionnaire dans une unité de recherche est non seulement d'appliquer des règles mais aussi de rendre plus clair ce qui apparaît trop souvent comme une réglementation arbitraire. Il est aussi de répondre aux besoins de la recherche dans un régime juridique complexe.

UTILITÉ ET DESTINATION DE NOS OUVRAGES D'ÉPHÉMÉRIDES

S. Lemaître-Pottier, V. Raoult

1. Introduction

L'Institut de mécanique céleste et de calcul des éphémérides publie les éphémérides du Bureau des longitudes sous la forme de plusieurs ouvrages annuels ou semestriels. Le service des éditions assure les relations avec les éditeurs et les imprimeurs, mais aussi la fabrication complète de plusieurs ouvrages, (rédaction technique, calcul d'exemples, saisie de textes et de tables, impression, diffusion).

2. Présentation de nos principaux ouvrages annuels

2.1. Contenu des ouvrages et public visé

La Connaissance des Temps (CDT), sous la responsabilité de J.-L. Simon

Publiée aux éditions EDP Sciences sous sa forme actuelle depuis 1996, tirée à 300 exemplaires, prix public 250 F, elle s'adresse principalement aux professionnels.

Elle fait appel à des connaissances précises puisque les valeurs, données sous la forme de polynômes de Tchebychev, ne sont pas utilisables telles quelles et nécessitent l'utilisation d'un programme. L'ouvrage est accompagné d'une disquette contenant les coefficients et les programmes de calcul permettant d'obtenir les coordonnées des astres.

Les Éphémérides Aéronautiques, sous la responsabilité de J. Berthier et de V. Raoult

L'ouvrage est édité par l'imprimerie BUROVIT, publié en deux volumes, se rapportant chacun à une période de six mois, chaque tirage est de 400 exemplaires.

Créées en 1935, à la demande du Ministère de la Défense, Les Éphémérides Aéronautiques sont destinées exclusivement à l'Armée de l'Air. Dans un souci de coopération internationale, certaines données sont la reproduction de "The Air Almanac", après traduction des titres et textes en français, les autres données sont calculées à l'IMCCE, ainsi que les exemples d'utilisation.

En théorie, Les Éphémérides Aéronautiques fournissent les données nécessaires aux aviateurs pour déterminer leurs positions en vol, par les méthodes de navigation astronomique. Dans quelques années, les États-Unis vont modifier leur technique de navigation et cesseront de nous adresser les Ephémérides publiées dans "The Air Almanac". L'Armée de l'Air française doit donc s'interroger sur l'avenir de cet

ouvrage et nous donner les indications sur la façon de procéder pour continuer à publier, si cette publication reste utile. En pratique, l'Armée de l'Air continue à les commander par sécurité, dans l'hypothèse d'une panne de leur système automatique, mais ne les utilise que rarement.

Les Éphémérides Astronomiques ou Annuaire (EA), sous la responsabilité de D. Hestroffer

Édité par DUNOD, tiré à 1400 exemplaires, c'est un ouvrage destiné plus particulièrement au grand public, astronomes amateurs, enseignants, notamment en raison de la diversité des informations fournies.

Dans l'édition 2001 qui vient de paraître, un questionnaire a été inséré afin de mieux connaître les utilisateurs.

Les Éphémérides nautiques (EN), sous la responsabilité de S. Lemaître et V. Raoult

Elles sont éditées depuis 1998 par EDINAUTIC, la partie texte et les tables ont été saisies en TEX sur les ordinateurs de l'IMCCE, le tirage de cet ouvrage est d'environ 2000 exemplaires chaque année.

C'est dans le cadre de service public que sa publication a été confiée au Bureau des longitudes en 1887 par le Ministère de la Marine, mais c'est le volume 32 relatif à l'année 1920, qui porte pour la première fois le nom d'Éphémérides nautiques, en vue de le différencier de la Connaissance des Temps.

Les Éphémérides nautiques sont destinées principalement aux marins et notamment à la Marine Nationale et la Marine Marchande. On y trouve toutes les données nécessaires pour faire le point en mer.

La présentation des planètes par jour permet de trouver tous les éléments nécessaires aux calculs de navigation sur la même page ; une notice explicative, en début de volume, expose les principes de la présentation et quelques exemples illustrent leur utilisation. En fin d'ouvrage, on trouve un guide pratique à l'usage du navigateur qui détaille entre autres les dernières technologies en matière de navigation.

Opérer un point astro, en vue d'une côte reconnue, n'est en principe utile que pour apprendre un calcul, confirmer un savoir-faire ou vérifier la précision d'un équipement. L'utilisation du sextant prend sa pleine signification lorsque les côtes ont basculé derrière l'horizon, pour déterminer la position du navire si l'on ne possède pas de GPS en état de fonctionnement.

La navigation astronomique a l'avantage de l'autonomie et ceci justifie que le sextant et les tables astronomiques figurent sur la liste du matériel et des documents obligatoires pour la navigation en haute mer.

Les Suppléments à la Connaissance des Temps (SCDT)

Publiés par l'IMCCE ils donnent les configurations et les phénomènes des satellites galiléens et les configurations des huit premiers satellites de Saturne, ainsi que des éphémérides des satellites faibles de Jupiter et Saturne.

2.2. Le budget

2.2.1. Importance

Le budget de l'Édition correspond à 5,3 % du budget total de l'IMCCE.

Budget	1999	2000
Proposé	95 000 F	99 000 F
Engagé	71 500 F	78 664,68 F/juin

2.2.2. Répartition des dépenses (conception et impression)

- Impression EA 43 000 F
- Couverture EA 9 920 F
- Commandes
 - IEA : 1 512 F
 - CDT : 12 320 F

- Impressions diverses
 - thèses : 11 000 F
 - autres (rapport d'activité, comptes-rendus, ect.) : 10 000 F
 - publicité : 10 000 F
- Total des dépenses annuelles : 97 752 F

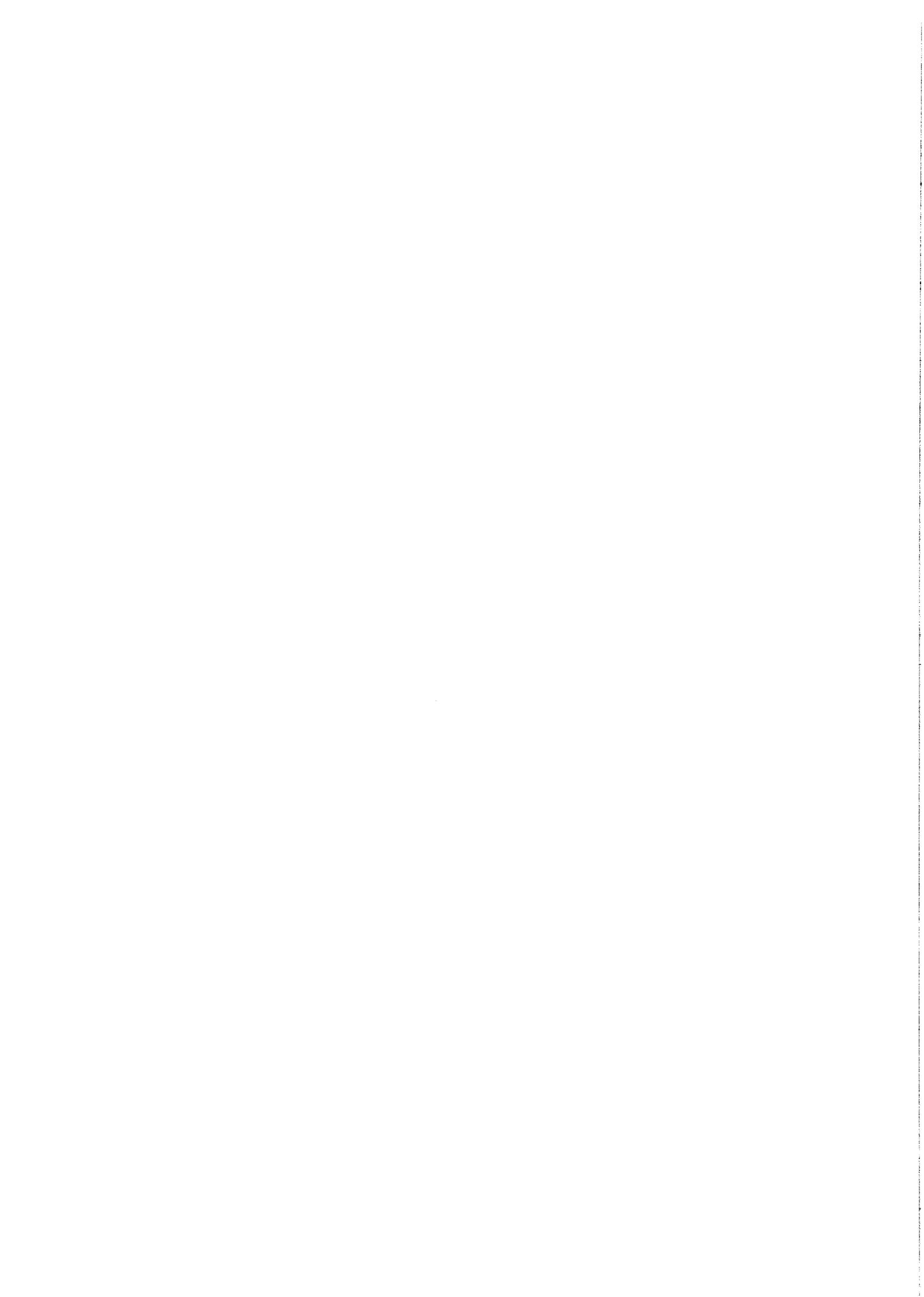
2.2.3. Répartition des recettes (droit d'auteur et vente directe)

EA	contrat coédition	55 %	prix public 195 F	70 000 F/an
EN	droit d'auteur	8 %	prix public 250 F	30 000 F/an
Éclipse	droit d'auteur			
	(à partir du 1001ème exemplaire)	8 %	prix public 149 F	30 000 F
Divers				
(Notes Scientifiques et Techniques 55 F,				
Calendrier Républicain 85 F,				
SCDT 55 F, Encyclopédie 250 F.)	chiffre d'affaire	100 %		7 000 F/an

- Total des recettes annuelles : 137 000 F

3. Conclusion

Nos ouvrages restent un complément précieux aux nouvelles formes de diffusion d'éphémérides, telles que CDROM, serveur Minitel et serveur Web, ils sont encore très utiles voir indispensables en cas de mauvais fonctionnement des ordinateurs aussi bien sur terre qu'en mer ou dans les airs. De plus, ces ouvrages procurent à l'IMCCE, un crédit annuel non négligeable.



DÉVELOPPEMENT DE TRIP, UN MANIPULATEUR ALGÈBRIQUE POUR LA MÉCANIQUE CÉLESTE

M. Gastineau, J. Laskar

1. Introduction

Les calculs en Mécanique Céleste, en particulier des perturbations, impose l'emploi d'expressions analytiques très volumineuses. Par exemple, la mise en évidence du caractère chaotique du mouvement dans le système solaire, par Laskar en 1989, a nécessité la manipulation de séries avec 150 000 termes. La manipulation de ces séries a imposé l'écriture d'un programme spécifique en fortran qui était très rapide mais peu flexible. C'est pourquoi, l'utilisation de manipulateurs algébriques est indispensable pour mener à bien ces travaux. Les logiciels mathématiques courants, tels Mathematica ou Maple, ont tendance à devenir inefficaces dans certaines situations. Le développement d'un logiciel, nommé TRIP, destiné à ces calculs a été entrepris depuis plusieurs années (Laskar, 1990).

Cet outil général doit être puissant et aussi flexible que les logiciels généraux : Maple, . . . L'intérêt de cet outil est de transformer les calculs inextricables de la Mécanique céleste en programmes courts, lisibles et vérifiables. Cet outil a pour but l'étude des systèmes planétaires généraux, notamment les systèmes extra-solaires. Il doit également permettre la démonstration de la stabilité de systèmes particuliers, comme le système Jupiter-Saturne isolé.

En Mécanique Céleste, les calculs imposent le développement d'expressions en séries. Les termes de ces séries possèdent une partie angulaire et une partie monômiale.

$$S = \sum_{k_1, k_2, \dots, k_n} \sum_{i_1, i_2, \dots, i_n} a X_1^{i_1} \dots X_n^{i_n} \exp^{i(k_1 \lambda_1 + \dots + k_n \lambda_n)}$$

Les calculs effectués sur ces séries sont la plupart du temps tronqué sur le degré total d'une ou plusieurs variables. Pour simplifier les calculs, les angles sont notés sous la forme complexe.

Les calculs sur ces séries deviennent rapidement impossibles avec un logiciel général, comme Maple, lorsque les séries ont plusieurs dizaines de milliers de termes. En effet, les logiciels généraux utilisent des représentations génériques pour représenter les polynômes. Le choix de la représentation des données est stratégique pour manipuler des séries volumineuses. Par exemple, Maple calcule en 32 secondes l'exemple suivant : $((s+1) \times s)^4$ avec $s = (1+x+y+z+t+u)^2$, alors que TRIP le calcule en 1,5 secondes, respectivement 2,9 secondes, en utilisant la représentation récursive pleine, respectivement récursive creuse, des polynômes.

2. Fonctionnalités de TRIP

TRIP manipule uniquement les séries formelles généralisées à plusieurs variables : $s(X) = \sum_{i=n}^{\infty} a_i X^i$.

TRIP est un manipulateur algébrique général disposant des opérations standards telles que l'addition, multiplication, division, dérivation, intégration, inversion, exponentation, sélection de monômes, ...

L'ordre des variables est géré automatiquement ou manuellement par l'utilisateur. TRIP gère les troncatures sur le degré total d'une ou plusieurs variables. Il permet la définition de variables angulaires du type : $L = e^{i\lambda}$.

Les coefficients numériques des termes sont représentés sous la forme de réel double ou quadruple précision, de rationnel, ou d'intervalle arithmétique double ou quadruple précision.

TRIP dispose des fonctions utiles à la mécanique céleste tels que les crochets de Poisson, les développements en série du problème des deux corps ($\frac{a}{r}$, $\cos(E)$, ...).

TRIP dispose d'un interpréteur de commandes (Acheroff, 1991) et d'un langage de programmation. Celui-ci comprend notamment les boucles, les conditions, les macros, ... Cet interpréteur a été écrit en langage Bison et Flex qui sont spécialisés pour la définition de compilateur et d'interpréteur. L'ensemble du noyau de TRIP est écrit en langage C pour assurer une portabilité maximale du logiciel.

Afin que TRIP soit puissant, plusieurs représentations en interne des séries ont été implémentées. Le choix de la représentation s'effectue par un mécanisme de drapeaux qui sont modifiables par l'utilisateur. Chaque représentation de série possède un gestionnaire de mémoire spécifique.

3. Représentations des séries

3.1. récursive creuse

Une série à k variables est représentée récursivement comme une série à une variable dont les coefficients sont des séries à $k-1$ variables. Seuls les coefficients non nuls et leur degré correspondant sont stockés dans une liste. Le temps d'accès aux éléments est assez long et le coût-mémoire est parfois élevé. Par contre, elle est bien adaptée aux séries creuses, par exemple $s = 1 + X^{1000}$.

3.2. récursive pleine

Cette représentation ne stocke plus dans une liste, mais dans un tableau, tous les coefficients du degré minimal au degré maximal du polynôme. Les degrés correspondants ne sont plus conservés. Par contre, les coefficients nuls compris entre ces deux degrés sont stockés. Cette représentation assure l'accès direct à un coefficient quelconque et économise la mémoire pour les séries ayant peu de zéros dans leurs coefficients.

3.3. blocs homogènes

Les deux représentations précédentes ne tiennent pas compte des propriétés des séries rencontrées en mécanique céleste. En effet, les séries possèdent quelques relations qui peuvent diminuer les temps de calcul et l'espace-mémoire occupés par les séries. Ces caractéristiques sont notamment décrites dans le développement de la fonction perturbatrice dans un problème planétaire (Laskar, Robutel, 1995). Les séries calculées et tronquées sur le degré total des x_i sont du type :

$$S = \sum_{k_i} \sum_{d_i} C x_1^{d_1} x_2^{d_2} \dots x_n^{d_n} \exp^{i(k_1 \lambda_1 + k_2 \lambda_2 + \dots)}$$

Dans ces séries, la somme des d_i est comprise entre 0 et le degré de troncature. Et pour une inégalité donnée $k_1 \lambda_1 + k_2 \lambda_2 + \dots$, la quasi-totalité des coefficients ne sont pas nuls. En tenant compte de cette remarque, il est possible de regrouper l'ensemble des monômes d'un degré donné d , appelé bloc homogène de degré d . Dans cette représentation (To My Phuong, 1991), seules certaines variables seront utilisées pour les blocs homogènes ; les autres seront stockées sous forme récursive creuse ou pleine. Pour un degré donné, seuls les coefficients numériques sont stockés en mémoire. Tous les blocs homogène de degré d partagent la table des exposants de degré d , qui contient les exposants de chaque monôme de degré d .

Pour réaliser rapidement la multiplication de deux blocs homogènes, des tables de multiplication sont construites une seule fois et réutilisées ultérieurement.

3.4. blocs de d'Alembert

Cette représentation (Laskar, 1985, Gastineau, 1996) est identique à la représentation en blocs homogènes mais tient compte des relations de d'Alembert (caractéristiques et parité). En effet, pour une inégalité donnée, seuls certains monômes sont présents lors de l'utilisation de certaines variables dans le développement de la fonction perturbatrice. Un bloc de d'Alembert est défini par son degré, sa caractéristique et sa parité. Comme le montrent les tables 1 et 2, cela a pour effet de diminuer fortement le nombre de monômes possibles dans un bloc donné.

Table 1. Taille des blocs homogènes à 8 variables.

degre	0	1	2	3	4	5	6
	1	8	36	120	330	792	1716

Table 2. Taille des blocs d'Alembert à 8 variables.

		bloc pair								bloc impair					
$ c , degre$	0	1	2	3	4	5	6	$ c , degre$	0	1	2	3	4	5	6
0	1	-	8	-	52	-	200	0	-	-	8	-	48	-	200
1		2	-	20	-	100	-	1		2	-	20	-	100	-
2			6	-	40	-	178	2			4	-	40	-	172
3				10	-	70	-	3				10	-	70	-
4					19	-	112	4					16	-	112
5						28	-	5						28	-
6							44	6							40

4. Performances

Pour tester les performances en rapidité de calcul et en coût-mémoire, l'élévation à la puissance 4 d'une série V a été réalisée. Cette série est calculée lors du développement de la fonction perturbatrice.

$$V = \alpha^2 \left[\frac{\rho^2}{\alpha^2} - 1 \right] + 2\alpha \left[\cos(\lambda - \lambda') - \frac{\rho}{\alpha} \cos S \right]$$

Cette série a été développée en fonction de la longitude moyenne λ , λ' et des variables rectangulaires de Poincaré XP, XPb, YP, YPb, XP', XPb', YP', YPb'. Le calcul de V^4 a été tronqué à l'ordre n sur les variables XP, XPb, YP, YPb, XP', XPb', YP', YPb'. Les tables 1 et 2 montrent l'importance des représentations et du choix des variables dans les blocs homogènes. La représentation de d'Alembert est très bien adaptée au développement de la fonction perturbatrice.

Table 3. Temps de calcul.

n	nb. monômes		Temps de calcul de V**4			
	V	V**4	plein	HXY	HX	DAL
6	1686	7827	15s	2s	4s	1s
8	5203	39738	3m33s	38s	28s	1s
9	8440	74942	13m46s	1m56s	59s	2s
10	13142	131976	1h30m00s	11m08s	2m35s	6s
11	19770	221324		42m38s	4m58s	16s
12	28879	355720		1h44m00s	11m47s	38s
14	57290	831521				3m14s

Table 4. Coût mémoire.

n	nb. monômes		Taille de V en Mo				Taille de V**4 en Mo			
	V	V**4	plein	HXY	HX	DAL	plein	HXY	HX	DAL
6	1686	7827	0.2	1.3	0.3	0.1	0.6	2.2	0.7	0.2
8	5203	39738	0.6	8.6	1.3	0.6	2.8	13.6	3.6	0.9
9	8440	74942	1.0	19.6	2.6	1.1	5.3	30.0	7.2	1.7
10	13142	131976	1.5	41.9	4.8	2.1	9.4	62.6	13.9	3.2
11	19770	221324		84.0	8.4	3.9		123.7	25.5	5.7
12	28879	355720		162.0	14.4	7.0		233.8	45.5	10.0
14	57290	831521				19.8				27.5

HXY : bloc homogène en XP, XPb, YP, YPb, XP', XPb', YP', YPb'.

HX : bloc homogène en XP, XPb, XP', XPb'.

DAL : bloc de d'Alembert en XP, XPb, YP, YPb, XP', XPb', YP', YPb'.

Bibliographie

- Acheroff, A., 1991, Construction d'un système de calcul formel adapté à la Mécanique Céleste : analyse syntaxique et langage, *Stage DEA*, université Paris 6, sous la direction de J. Laskar
- Laskar, J., 1985, Accurate methods in general planetary theory, *Astron. Astrophys.*, **144**, 133-146
- Laskar, J., 1990, Systèmes de variables et éléments, in D. Benest, C. Froeschlé (eds.). *Les méthodes modernes de la Mécanique Céleste* (Goutelas 1989)
- Laskar, J., Robutel, P., 1995, Stability of the planetary three-body problem, *Celest. Mech. Dyn. Astron.*, **62**, 193-217
- Gastineau, M., 1996, Calcul formel et stabilité des systèmes planétaires, *Stage DEA*, observatoire de Paris, sous la direction de J. Laskar
- To My Phuong, 1991, Représentation des polynômes et séries en blocs homogènes', *Stage DEA*, université Paris 6, sous la direction de J. Laskar