

La prédiction des passages de Mercure

P. ROCHER, © ACME INSTITUT DE MECANIQUE CELESTE ET DE CALCUL DES EPHEMERIDES – OBSERVATOIRE DE PARIS

Introduction

Parmi les corps du système solaire de taille importante, seules la Lune et les planètes Mercure et Vénus peuvent passer devant le Soleil pour un observateur terrestre. Si, dans le cas de la Lune, le phénomène (éclipse de Soleil) est courant, il n'en est pas de même pour Mercure et Vénus : le phénomène de passage devant le Soleil est rare. Il est, bien sûr, moins spectaculaire qu'une éclipse de Soleil : le diamètre apparent maximum de Mercure est en effet de l'ordre de $1/200^{\text{e}}$ de celui du Soleil et celui de Vénus est de l'ordre de $1/30^{\text{e}}$. Dans le cas de Vénus, le passage est aisément observable à l'œil nu, moyennant quelques précautions pour la protection des yeux. Ainsi d'un point de vue purement calculatoire, le calcul d'un passage de Mercure ou de Vénus devant le Soleil est identique au calcul d'une éclipse de Soleil par la Lune. Bien évidemment, compte tenu des diamètres apparents de ces deux planètes, « l'éclipse » est toujours annulaire ou partielle.

L'aspect géométrique

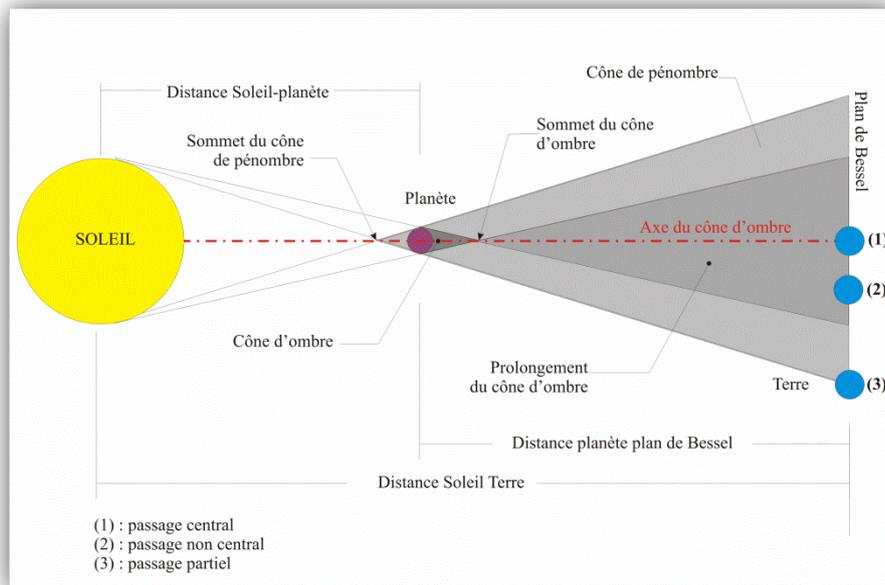


Figure 1 : Aspect géométrique des passages.

Les planètes Mercure et Vénus, éclairées par le Soleil, donnent naissance, dans la direction opposée au Soleil à deux cônes, un cône d'ombre et un cône de pénombre. La droite joignant le centre du Soleil et le centre de la planète constitue l'axe de ces cônes. Le sommet du cône de pénombre est situé sur cet axe entre le Soleil et la planète, et le sommet du cône d'ombre est également situé sur cet axe mais de l'autre côté par rapport à la planète. Pour un observateur placé dans le cône d'ombre, avant son sommet, il y a éclipse totale du Soleil par la planète ; pour un observateur situé dans le prolongement du cône d'ombre, donc après le sommet du cône d'ombre, il y a éclipse annulaire du Soleil par la planète, donc passage de la planète devant le Soleil. Lorsqu'un observateur se trouve dans le cône de pénombre, il assiste à une éclipse partielle, donc à un passage partiel de la planète devant le bord du Soleil. En raison des distances entre la Terre et ces deux planètes, la Terre passe uniquement dans le prolongement du cône d'ombre et dans le cône de pénombre. Cela se traduit pour un observateur terrestre par l'observation d'un passage de la planète devant le disque solaire (éclipse annulaire) compris entre deux phases partielles. On peut également avoir uniquement un passage de la Terre dans la pénombre, dans ce cas on n'observe qu'une phase partielle d'éclipse, donc le passage d'une partie du disque de la planète sur le disque solaire.

Si les orbites des planètes Mercure et Vénus étaient dans le plan de l'écliptique (plan de l'orbite de la Terre), il y aurait un passage des planètes devant le Soleil chaque fois que les planètes sont en conjonction inférieure en longitude avec la Terre, donc avec des périodicités égales aux révolutions synodiques des deux planètes. La révolution synodique est l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux passages successifs d'une planète dans une position déterminée par rapport au Soleil et à la Terre (conjonction ou opposition). L'inclinaison de l'orbite de Mercure ($\sim 7^\circ$) et de Vénus ($\sim 3,39^\circ$) limite la possibilité des passages aux voisinages de la ligne des nœuds des orbites. La ligne des nœuds est la droite formée par l'intersection du plan orbital de la planète et le plan de l'orbite terrestre.

Le plan de Bessel est le plan passant par le centre de la Terre et normal à l'axe des cônes. Les intersections des cônes d'ombre et de pénombre avec le plan de Bessel déterminent des cercles d'ombre et de pénombre. La comparaison des rayons de ces cercles avec la distance entre l'axe des cônes et le centre de la Terre permet de savoir si le centre de la Terre pénètre dans les cônes d'ombre et de pénombre, donc de savoir si le passage est observable ou non.

Si les planètes avaient des trajectoires circulaires autour du Soleil, la géométrie du problème serait figée et les tailles des cônes d'ombre et de pénombre, ainsi que la position de leurs sommets, seraient constantes dans le temps. En réalité les planètes parcourent des trajectoires elliptiques perturbées et les distances Soleil-planètes ne sont pas constantes. Les plus grandes valeurs des angles au sommet des cônes d'ombre et de pénombre des planètes correspondent aux minima des distances Soleil-planètes (planètes au périhélie) et les plus petites valeurs correspondent aux maxima des distances Soleil-planètes (planètes à l'aphélie). En réalité, comme les passages ne sont observables qu'au voisinage des nœuds des orbites, il convient de calculer les dimensions des cônes d'ombre et de pénombre au voisinage des nœuds des orbites des planètes. En raison des perturbations, les lignes des nœuds des planètes, ainsi que les lignes des apsides (ligne joignant le périhélie et l'aphélie), ne sont pas fixes, mais sont animées de faibles mouvements de précession. La période de révolution correspondant à deux passages de la planète par le même nœud de l'orbite s'appelle la révolution draconitique et la période de révolution correspondant à deux passages de la planète à son périhélie s'appelle la révolution anomalistique de la planète. Pour le calcul des passages, on doit utiliser des éléments moyens donnés dans le repère moyen de la date, le mouvement des lignes des nœuds et des lignes des apsides contiennent donc la précession, ce qui explique leurs mouvements apparemment directs alors qu'ils sont faiblement rétrogrades dans un repère fixe.

Le tableau suivant donne les valeurs moyennes des éléments elliptiques (Simon et al., 1994) des orbites de Mercure et de Vénus dans le repère moyen de la date ainsi que les périodes moyennes des révolutions tropiques et synodiques de ces planètes calculées à l'aide de ces éléments. La révolution tropique d'une planète est l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux passages de la planète dans la direction de l'équinoxe de printemps.

	Mercure	Vénus	Terre
demi-grand axe	0,387098 ua	0,723330 ua	1,000001 ua
excentricité	0,205632	0,006772	0,016709
inclinaison	7,004986°	3,394662°	0°
longitude du nœud	48,330893°	76,679920°	---
longitude du périhélie	77,456119°	131,563703°	102,937348°
moyen mouvement	4,092377°/jour	1,602169°/jour	0,985647°/jour
révolution tropique	87,968434 jours	224,695435 jours	365,2421904 jours
révolution synodique	115,877477 jours	583,921361 jours	---

Tableau 1 : Éléments elliptiques moyens J2000.

Le tableau suivant donne pour les planètes les mouvements moyens des lignes des nœuds et des apsides ainsi que les périodes moyennes des révolutions draconitiques et anomalistiques dans le repère moyen de la date.

	Mercure	Vénus	Terre
mouvement moyen du nœud	42,700014"/an	32,437576"/an	0"/an
mouvement moyen du périhélie	56,03043"/an	50,47747"/an	61,900553"/an
révolution draconitique moyenne	87,969132 jours	224,698895 jours	365,2421904 jours
révolution anomalistique moyenne	87,969350 jours	224,700819 jours	365,259636 jours

Les passages de Mercure ont lieu aux voisinages des passages de la Terre par le nœud ascendant et par le nœud descendant de l'orbite de Mercure. Entre 1400 et 2600, la Terre passe par le nœud ascendant de l'orbite de Mercure dans la première moitié du mois de novembre et par le nœud descendant dans la première moitié du mois de mai.

Critères pour qu'un passage soit observable

Calcul de la taille des cônes d'ombre et de pénombre

La géométrie du problème est relativement simple. Si on désigne par r la distance Soleil-planète, s_0 le rayon du Soleil, s_p le rayon de la planète, a_1 et a_2 les distances de la planète au sommet du cône de pénombre et au sommet du cône d'ombre, f_1 et f_2 étant les demi-angles au sommet de ces deux cônes et L_1 et L_2 les rayons des cônes de pénombre et d'ombre à la distance de une unité astronomique du Soleil.

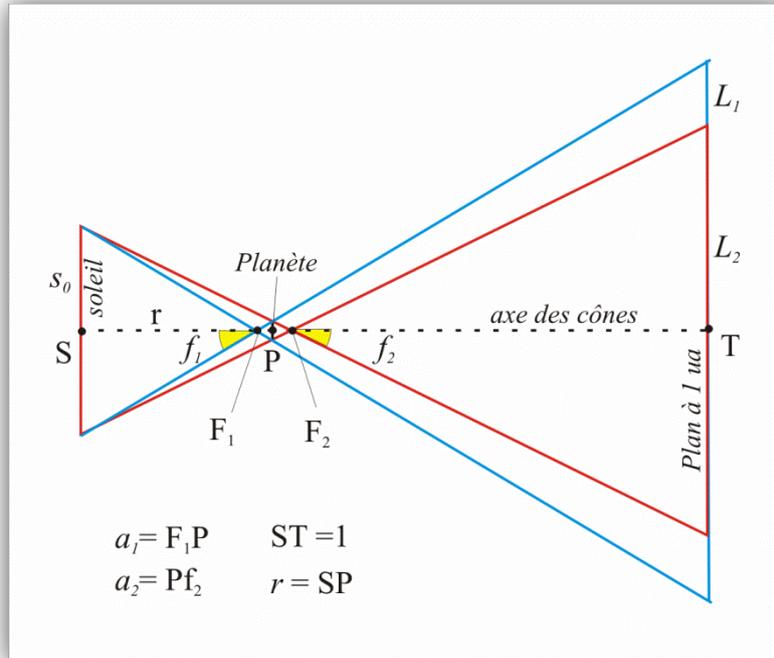


Figure 2 : Géométrie des cônes.

On a, entre ces paramètres, les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \tan f_1 &= (s_0 + s_p)/r & a_1 &= r \times s_p / (s_0 + s_p) & L_1 &= (1 - (r - a_1)) \times \tan f_1 \\ \tan f_2 &= (s_0 - s_p)/r & a_2 &= r \times s_p / (s_0 - s_p) & L_2 &= (1 - (r + a_2)) \times \tan f_2 \end{aligned}$$

avec

Soleil	Mercure	Vénus
$s_0 = 696000$ km	$s_p = 2439,7$ km	$s_p = 6051,8$ km

Le tableau suivant donne les caractéristiques physiques des cônes d'ombre et de pénombre pour le passage de la Terre au voisinage des nœuds descendant et ascendant de l'orbite de Mercure. Les rayons des cônes d'ombre et de pénombre à une unité astronomique sont donnés en rayon terrestre (R). Ces caractéristiques, qui peuvent varier légèrement suivant les passages, donnent une bonne estimation de l'échelle du phénomène. Les valeurs du tableau ont été calculées pour le 5 mai 2016 et pour le 11 novembre 2019 (prochain passage par le nœud ascendant).

On constate que les rayons des cônes d'ombre et de pénombre à une unité astronomique, c'est-à-dire au niveau de l'orbite terrestre, sont de l'ordre de 133 et de 233 rayons terrestres, cela explique la très faible probabilité d'obtenir des passages centraux.

Planète Mercure	Passage de la Terre au voisinage du nœud descendant de l'orbite de Mercure (5 mai 2016)	Passage de la Terre au voisinage du nœud ascendant de l'orbite de Mercure (11 novembre 2019)
r	$\sim 0,45092$ ua	$\sim 0,315$ ua
a_1	$\sim 0,001575$ ua	$\sim 0,001104$ ua
a_2	$\sim 0,001586$ ua	$\sim 0,001116$ ua
f_1	$\sim 0,5932^\circ$	$\sim 0,8464^\circ$
f_2	$\sim 0,5891^\circ$	$\sim 0,8405^\circ$
L_1	$\sim 135,14R$	$\sim 236,03 R$
L_2	$\sim 133,43 R$	$\sim 233,62 R$

Tableau 2 : Caractéristiques des cônes d'ombres et de pénombres

Critère en longitude au moment des passages au nœud.

Notons L la différence entre la longitude de la Terre à l'instant où la planète passe par un nœud de son orbite et la longitude de ce nœud. Il existe une valeur limite L_0 de L tel que si L est inférieure à L_0 il y a un passage observable de la planète devant le Soleil.

L_0 est donné par la formule approchée la suivante :

$$L_0 = s_0 \times \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{D} \right) \times \left(1 - \frac{v_t}{v_p} \right) / \sin i$$

où s_0 est le demi-diamètre apparent du Soleil à une unité astronomique, r la distance Soleil-planète, D la distance Soleil-Terre, v_p la vitesse angulaire héliocentrique de la planète, v_t la vitesse angulaire héliocentrique de la Terre et i l'inclinaison de l'orbite de la planète. Cette formule est obtenue en faisant plusieurs approximations : la distance a_2 entre la planète et le sommet du cône d'ombre est négligeable devant la distance Soleil-planète, la tangente de l'inclinaison est identique à son sinus et s_p est négligeable devant s_0 .

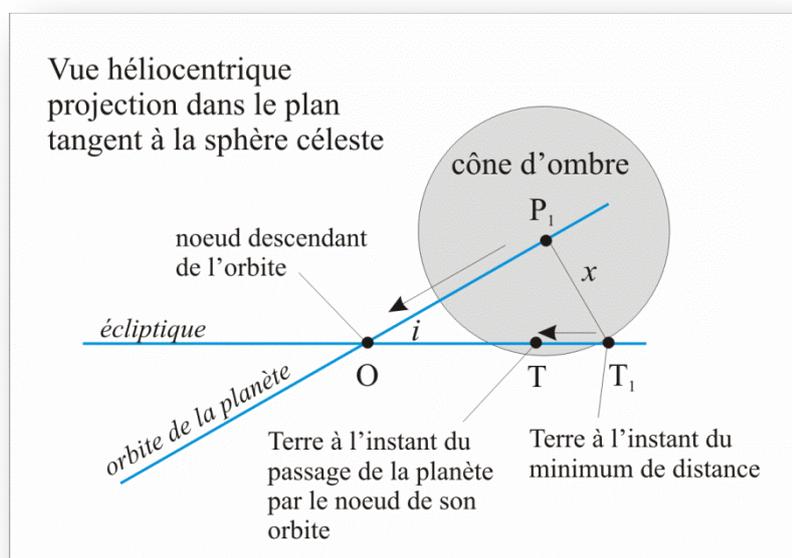


Figure 3 : Vue héliocentrique du cône d'ombre.

Cette formule se démontre en écrivant que la distance minimale x entre le centre de l'ombre P_1 et le centre de la Terre T_1 est égale au rayon du cône d'ombre de la planète ($x = L_2$) et en exprimant la position T de la Terre à l'instant où la planète passe par son nœud (P_1 en O) en fonction des vitesses héliocentriques des deux corps.

Le tableau suivant donne, pour les dates proches des passages actuels de la Terre aux nœuds des orbites des deux planètes, les valeurs de ce critère et les paramètres permettant de les calculer. Le demi-diamètre du Soleil à une unité astronomique est pris égal à $15' 59,63''$.

Date	Mercure		Vénus	
	Passage au nœud descendant	Passage au nœud ascendant	Passage au nœud descendant	Passage au nœud ascendant
distance soleil-planète : r	0,449 ua	0,316 ua	0,726 ua	0,720 ua
Distance Soleil-Terre : D	1,009 ua	0,9908 ua	1,015 ua	0,985 ua
Vitesse de la planète : v_p	2,976°/jour	6,013°/jour	1,589°/jour	1,614°/jour
Vitesse de la Terre : v_t	0,968°/jour	1,005°/jour	0,956°/jour	1,016°/jour
Distance minimale : L_0	109,4'	235,4'	42,2'	37,4'

Tableau 3 : Valeurs des paramètres aux voisinages des passages.

Bien que cette formule soit approximative, on peut en déduire en fonction des valeurs de L_0 pour chaque passage, des informations concernant la fréquence des passages observables. Ainsi, pour Mercure, les passages observés au nœud ascendant ($L_0 = 235,4'$) seront environ deux fois plus nombreux que les passages observés au nœud descendant de mai ($L_0 = 109,4'$). Pour Vénus les critères sont très proches, donc on peut s'attendre à avoir un peu plus de passages au nœud descendant qu'au nœud ascendant. Par contre, la valeur de L_0 étant très faible, les passages de Vénus sont très rares.

Le calcul des passages

Les méthodes employées

Par le passé, lorsque les calculs étaient faits à la main, on se contentait de calculer les phases géocentriques des passages, c'est-à-dire les instants des entrées et des sorties du centre de la Terre des cônes de pénombre et d'ombre. Et l'on traçait sur un planisphère les limites de visibilité du phénomène, c'est-à-dire les courbes des lieux ayant la planète à l'horizon au moment de l'entrée et de la sortie du cône de pénombre. On calculait également le minimum de distance angulaire géocentrique entre le centre du Soleil et le centre de la planète, ce minimum caractérisant en quelque sorte la grandeur du passage. Pour l'édition des instants des différentes phases géocentriques, et pour des raisons de symétrie, on se limitait souvent à donner l'instant du minimum du passage et les demi-durées des phases d'ombre et de pénombre. Lorsqu'on se limite aux calculs des phases géocentriques, on ne trouve pas les passages partiels ne couvrant qu'un demi-hémisphère terrestre et ne passant pas par le centre de la Terre. Sur la figure ci-dessous, la terre et la planète se déplace de droite à gauche et la planète étant plus rapide que la Terre, ce sont les cônes d'ombre et de pénombre qui rattrapent la Terre.

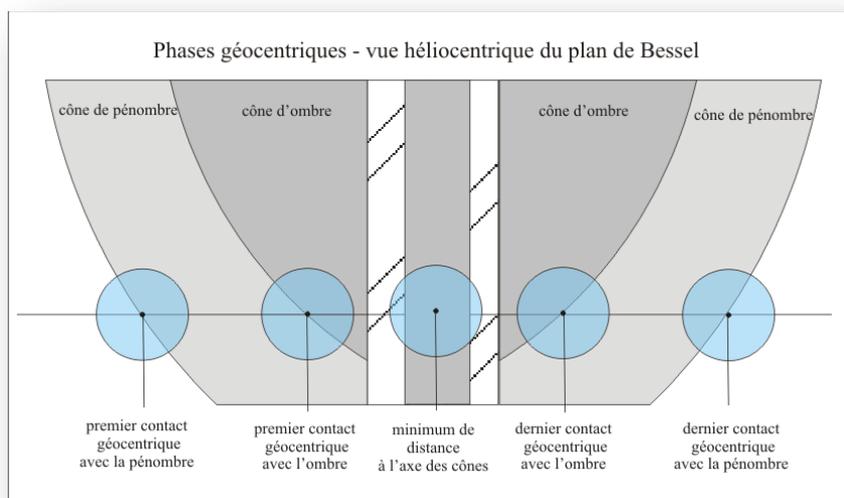


Figure 4 : Phases géocentriques.

De nos jours, grâce à l'informatisation des calculs, il est possible de faire des calculs plus rigoureux et de déterminer les instants et positions des différents contacts entre les cônes d'ombre et de pénombre et la surface de l'ellipsoïde terrestre. Ces instants sont les phases générales du passage. Chaque phase, comme pour les éclipses de Soleil, correspond à un instant particulier et à un lieu bien défini sur la Terre. Ces phases générales tiennent compte des parallaxes solaire et planétaire.

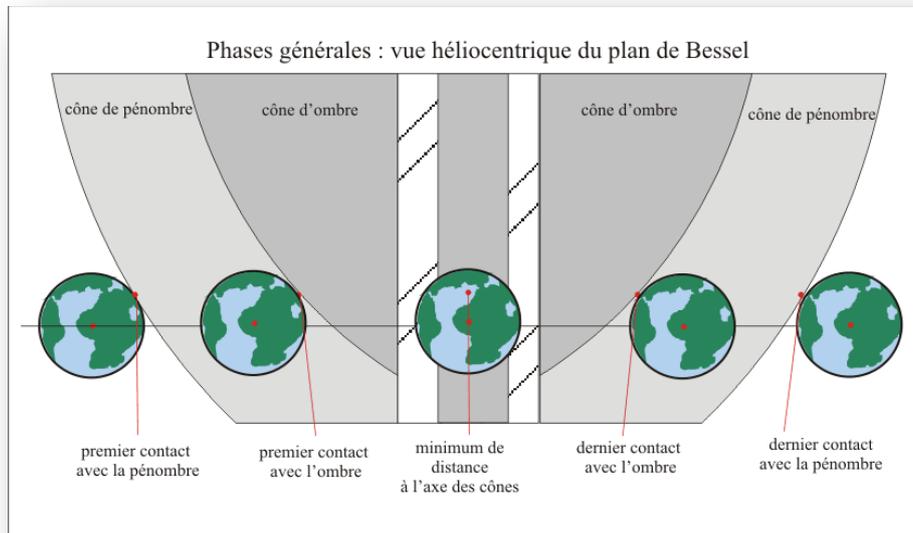


Figure 5 : Phases générales.

Les phases générales sont légèrement plus longues que les phases géocentriques, les différences de durée correspondent au temps mis par l'ombre ou la pénombre pour passer du point de contact au centre de la Terre. Ces écarts ne sont pas constants, mais varient avec les vitesses relatives de la planète et de la Terre et avec la position des points de contact sur les bords de l'ombre et de la pénombre. Les différences de tailles entre les rayons des cônes d'ombre et de pénombre montrent qu'il peut y avoir des passages où la Terre passe uniquement dans le cône de pénombre, dans ce cas on observe de la Terre un passage partiel du disque de la planète sur le disque solaire. Lorsque la Terre rencontre l'axe des cônes, il existe des lieux sur Terre où la planète, lors de son passage devant le Soleil, passe exactement par le centre du disque solaire. Ces passages seront notés passages centraux. Tous les autres passages, et ce sont les plus fréquents, sont des passages non-centraux. En conclusion, il y a trois types de passages, les passages centraux, les passages non-centraux et les passages partiels.

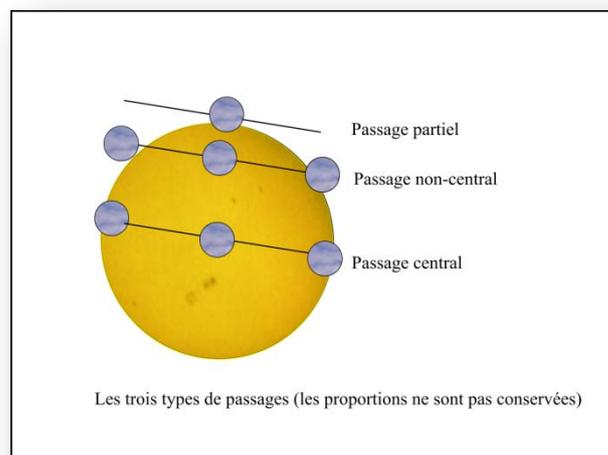


Figure 6 : les différents types de passage.

Les cartes

Les limites de visibilité des débuts et fins des différentes phases correspondent aux cercles terminateurs avant pour pôles les directions des lieux ayant la planète au zénith. Pour chaque phase considérée, ces limites sont les lieux ayant la planète à l'horizon. Les instants des différentes phases géocentriques et topocentriques étant relativement proches, les tracés de toutes ces courbes sur une même carte sont peu lisibles. C'est pourquoi on se contente de tracer le début et la fin de la phase de pénombre. On peut tracer soit les phases géocentriques, soit les phases générales, la différence entre ces deux courbes est faible (surtout pour les passages de Mercure). En général, les revues anglo-saxonnes donnent les phases géocentriques ; pour notre part, dans les documents fournis par l'IMCCE, nous traçons les phases générales ainsi que la phase maximale (minimum de distance). Dans le cas de Mercure, on ne donne que les limites d'entrée et de sortie de la pénombre et la phase maximale ; pour Vénus, on donne les limites des entrées et des sorties de la pénombre et de l'ombre ainsi que la phase maximale. Sur ces cartes on trace également les limites australes ou boréales du bord de l'ombre ou de la pénombre lorsqu'elles existent.

Les circonstances locales

On appelle circonstances locales d'un passage pour un lieu situé à la surface de la Terre les paramètres utiles à l'observation locale du passage. Ces paramètres sont regroupés en tableau.

Dans chaque tableau on donne successivement :

- les coordonnées géographiques du lieu (sa longitude et sa latitude).
- le nom du lieu.
- la durée totale du passage en ce lieu.
- l'instant du maximum du passage en Temps universel (instant où *dist.* est minimale).

dist. : la distance minimale entre le centre du Soleil et de la planète.

h : la hauteur apparente du centre du Soleil (on ne tient pas compte de la réfraction atmosphérique).

a : l'azimut apparent du centre du Soleil (attention, il s'agit de l'azimut des astronomes et non celui des marins).

- les paramètres du premier contact extérieur,
- les paramètres du premier contact intérieur,
- les paramètres du dernier contact intérieur,
- les paramètres du dernier contact extérieur.

Pour chaque contact, on donne successivement : l'instant du contact en Temps universel, les valeurs de l'angle au pôle **P** et de l'angle au zénith **Z** du point de contact. Si le contact n'existe pas, ces données sont remplacées par des points.

L'angle au pôle **P** d'un contact est l'angle ayant pour sommet le centre du Soleil et pour côtés la direction du pôle nord céleste et la direction du contact. Il est compté positivement vers l'est à partir de la direction du pôle céleste. L'orbite de Mercure et de Vénus n'étant pas dans le plan de l'équateur céleste, les contacts extérieurs et intérieurs ne se situent pas obligatoirement de part et d'autre de la direction du pôle céleste nord.

L'angle au zénith **Z** d'un contact est l'angle ayant pour sommet le centre du Soleil et pour côtés la direction du zénith et la direction du contact. Il est compté positivement vers l'est à partir de la direction du zénith.

Périodes de récurrence dans les séries de passages : « saros »

Définitions

À l'aide des canons, on peut rechercher des périodes de récurrence dans les dates des passages. Ces périodes sont identiques au « saros » pour les éclipses de Lune et de Soleil. Ces périodes sont toujours des multiples communs de la révolution synodique (RS) et de la révolution draconitique (RD) de la planète. La révolution synodique ramène la planète et la Terre en conjonction et la révolution draconitique ramène la planète au nœud de son orbite. Néanmoins cette relation simple entre révolution synodique et draconitique n'est pas suffisante pour que les passages se répètent avec la fréquence trouvée. En effet il faut en plus que la position de la Terre au moment du passage de la planète par son nœud, c'est-à-dire pour le multiple de la révolution draconitique considéré, se trouve encore à l'intérieur du segment défini par le critère d'observation. Cette dernière contrainte fait intervenir la période de révolution moyenne ramenant la Terre aux nœuds de l'orbite de la planète. Par analogie avec l'étude des éclipses de Lune et de Soleil où cette période s'appelle « saison des éclipses », nous l'appellerons « saison des passages » et nous la noterons SP. Cette période moyenne se calcule en combinant le mouvement moyen de la Terre dans le sens direct et le mouvement du nœud des orbites, toujours exprimés dans le repère de la date.

On peut trouver les multiples communs aux révolutions synodique et draconitique en décomposant le rapport de ces deux révolutions sous forme de fractions continues. Le but de cette décomposition créée par Laplace en 1768 est d'obtenir les approximations d'un nombre réel positif sous la forme de quotients de deux nombres entiers.

Les séries de saros de Mercure

Pour Mercure, la saison des passages est égale à $SP=365,2542244$ jours. Le rapport de la révolution synodique sur la révolution draconitique ($R=RS/RD=115,8774771/87,96913170$) est égal à $1,31725157$. Il se décompose en fractions continues qui peuvent s'écrire sous forme de réduites d'ordre 8 : (1;3,6,1,1,2,1,3,1).

En utilisant cette forme réduite, nous pouvons écrire le rapport $R=RS/RD$ sous la forme de fractions p/q qui vont approcher de mieux en mieux le rapport R . Dans le tableau suivant nous donnons pour chaque valeur de ce rapport p/q , la valeur de p révolutions draconitiques (période $p.RD$) en jours, puis dans la colonne suivante nous donnons l'écart ($p.RD - q.RS$) entre les p révolutions draconitiques et les q révolutions synodiques, dans la colonne suivante nous donnons la valeur de la différence entre $p.RD$ et $n.SP$ où n est le nombre de saisons de passages contenues dans les p révolutions draconitiques. Cette dernière valeur, multipliée par la vitesse héliocentrique de la Terre au voisinage du nœud considéré, nous donne la variation dL de la position de la Terre par rapport au nœud après la période $p.RD$. Pour que cette période soit effectivement une période de récurrence, il faut que cette variation soit petite devant la longueur $2L_0$ du segment définissant le critère d'observabilité du passage. Le nombre de passages homologues de séries longues construites à partir de cette période de récurrence est de l'ordre du rapport $2L_0$ sur dL .

Approximation de RS/RD	période $p \times RD$	$p = RD - q \times RS$	$n = (p \times RD)/SP$	$p \times RD - n.SP$	dL au nœud descendant	dL au nœud ascendant
4/3	4RD=351,877 j	4,244 j	1	-13,378 j	-	-
25/19	25RD=2199,228j	-2,444 j	6	7,703 j	447,4'	464,0'
29/22	29RD=2551,105j	1,800 j	7	-5,675 j	-329,6'	-341,9'
54/41	54RD=4750,333 j	-0,643 j	13	2,028 j	117,8'	122,2'
137/104	137RD=12051,771j	0,513 j	33	-1,618 j	-94,0'	-97,5'
191/145	191RD=16802,104j	-0,130 j	46	0,410 j	23,8'	24,7'
710/539	710RD=62458,084 j	0,123 j	171	-0,389 j	-22,6'	-23,4'
901/684	901RD=79260,188 j	0,007 j	217	0,021 j	1,2'	1,3'

Tableau 4 : Paramètres pour les récurrences de Mercure

Dans ce tableau, les valeurs dL au nœud descendant sont à comparer avec la longueur du segment $2L_0=219'$ et les valeurs dL au nœud ascendant sont à comparer avec la longueur du segment $2L_0=465'$.

Le rapport $2L_0/dL$ donne une approximation du nombre de passage dans la série des passages, et le signe de dL permet de connaître l'évolution sud-nord ou nord-sud des tracer des cordes des passages. Ainsi pour les passages au nœud ascendant, lorsque dL est positif les cordes des passages de la série vont du sud au nord et inversement lorsque dL est négatif les cordes des passages de la série vont du nord au sud. Pour les passages au nœud descendant, lorsque dL est positif les cordes des passages de la série vont du nord au sud et inversement lorsque dL est négatif les cordes des passages de la série vont du sud au nord.

Période	dL	Nombre de passage	Direction des cordes
6 ans	464,0'	2	Sud → Nord
7 ans	-341,9'	2	Nord → Sud
13 ans	122,2'	4	Sud → Nord
33 ans	-97,5'	5	Nord → Sud
46 ans	24,7'	19	Sud → Nord
171 ans	-23,4'	20	Nord → Sud
217 ans	1,3' (~ 4,5'*)	395 (~ 225*)	Sud → Nord

Tableau 5 : Valeurs pour les passages au nœud ascendant (* valeurs moyennes du canon).

Période	dL	Nombre de passage	Direction des cordes
13 ans	117,8'	2	Nord → Sud
33 ans	-94,0'	3	Sud → Nord
46 ans	23,8'	10	Nord → Sud
171 ans	-22,6'	10	Sud → Nord
217 ans	1,2' (~ 4,8'*)	180 (~ 69*)	Nord → Sud

Tableau 6 : Valeurs pour les passages au nœud descendant (* valeurs moyennes du canon).

Les trois dernières périodes de 46 ans, 171 ans et de 217 ans, correspondant respectivement à 191, 710 et 901 révolutions draconitiques, sont des périodes de récurrence. Pour les périodes de 46 ans et 171 ans, le nombre de passages d'une série au nœud descendant (en mai) est de l'ordre de 9 ou 10 et le nombre de passages au nœud ascendant (novembre) est de 20 ou 21. L'étude des séries du canon confirme ces valeurs. Ces séries longues s'étendent donc sur les périodes de 460 ans et 920 ans environ pour le saros de 46 ans et sur des périodes de 1710 ans et 3420 ans pour le saros de 171 ans. Notre canon comporte 61 séries de saros de 46 ans dont 49 séries complètes et 76 séries de saros de 171 ans dont 30 séries complètes.

Une série est complète lorsque tous les passages qui la composent, sont dans le canon. Il n'est pas toujours facile de savoir si une série commençant au voisinage du début du canon ou se terminant au voisinage de la fin du canon est complète ou non.

Pour la période de 217 ans, compte tenu des valeurs de dL estimées, le nombre des passages pour les séries au nœud descendant devrait être de l'ordre de 180 et le nombre de passages pour les séries au nœud ascendant devrait être de l'ordre de 395. L'étude des séries du canon confirme l'existence de cette période de récurrence, mais ne confirme pas la longueur de ces séries, en fait la valeur réelle de dL au nœud descendant est d'environ 4.8' et celle de dL au nœud ascendant est d'environ 4.5'. Cette différence provient de l'imprécision du rapport RD/RS, ce rapport est calculé avec des éléments moyens de la date, qui ne prennent pas en compte les perturbations, la fraction 901/684 approche le rapport RD/RS à 10^{-7} près, et l'on atteint ainsi la précision du rapport RD/RS. Les valeurs dL calculées à l'aide de révolutions moyennes ne sont donc pas suffisamment précises. Les séries de saros de 217 ont donc environ 69 éléments pour les séries au nœud descendant et 225 éléments pour les séries au nœud ascendant. Aucune de ces séries n'est complète dans notre canon.

Le tableau précédent fait également apparaître des périodes courtes que l'on rencontre dans le canon, mais que l'on ne peut pas appeler périodes de récurrence, car le nombre des passages consécutifs dépasse rarement trois passages. Ainsi les passages au nœud descendant sont espacés de 13 ou 33 ans et les passages au nœud ascendant de 6, 7, 13 ou 33 ans, les récurrences de 6 ans sont très rares, on en dénombre que 26 sur la période de 6000 ans du canon et les récurrences de 7 ans sont pas plus fréquentes. La dernière fois que l'on a eu deux passages au nœud ascendant séparés de 6 ans c'est en 1993 et 1999 et la prochaine fois ce sera en 2815 et 2821.

La dernière fois que l'on a eu deux passages au nœud ascendant séparés de 7 ans c'est en 1999 et 2006 et la prochaine fois ce sera en 2032 et 2039. On remarque également les relations suivantes entre ces périodes $6+7=13$, $2 \times 13+7=33$, $33+13=46$, $46 \times 3+33=171$ et $171+46=217$. Vu les petits nombres de passages des séries inférieures à 46 ans, ces séries ne sont pas des séries longues, on attribue donc le terme séries longues à partir des séries de 46 ans.

À titre d'exemple nous donnons ci-dessous les séries contenant le passage de Mercure du 11 novembre 2019 (nœud ascendant). Pour chaque passage, on donne, successivement, la date du passage, la distance minimale topocentrique entre le centre de Mercure et le centre du Soleil, la durée du passage, la différence de longitudes héliocentriques réelle L entre la Terre et le nœud de l'orbite de Mercure à l'instant où Mercure passe par ce nœud et le paramètre L_0 calculé pour les valeurs exactes du passage. L'écart entre deux valeurs consécutives de L est à comparer avec la valeur dL estimée du tableau précédent.

Date	Distance	Durée	L	L_0
06/11/1993	-15'22.59"	01h45m55s	-225.96'	238.08'
08/11/2006	-06'58.78"	04h59m38s	-103.78'	237.97'
11/11/2019	01'11.82"	05h30m11s	18.51'	237.84'
13/11/2032	09'27.98"	04h27m55s	141.10'	237.70'

Saros de 13 ans : série complète.

Date	Distance	Durée	L	L_0
14/11/1953	14'17.67"	16h53m39s	213.41'	237.81'
13/11/1986	07'46.43"	04h06m60s	115.93'	237.83'
11/11/2019	01'11.82"	15h19m48s	18.51'	237.84'
09/11/2052	05'14.56"	02h29m50s	-78.21'	237.84'

07/11/2085 11'54.38" 13h34m22s 175.37' 237.86'

Saros de 33 ans : série complète.

Date	Distance	Durée	L	L_0
22/10/1559	15'54,50"	01h05m42s	-234,80'	238,91'
01/11/1605	14'11,76"	02h40m56s	-209,63'	238,81'
02/11/1651- 03/11/1651	12'26,57"	03h33m06s	-184,11'	238,71'
03/11/1697	10'43,00"	04h09m11s	-158,67'	238,59'
05/11/1743	08'58,27"	04h36m24s	-133,23'	238,49'
05/11/1789	07'15,79"	04h56m31s	-108,05'	238,38'
07/11/1835	05'32,32"	05h11m35s	-82,76'	238,29'
07/11/1881-08/11/1881	03'47,68"	05h22m13s	-57,16'	238,17'
10/11/1927	02'04,58"	05h28m37s	-31,88'	238,07'
10/11/1973	00'22,27"	05h31m14s	-6,71'	237,95'
11/11/2019	01'11,82"	05h30m11s	18,51'	237,84'
11/11/2065	02'56,62"	05h25m20s	44,13'	237,73'
13/11/2111-14/11/2111	04'39,22"	05h16m43s	69,56'	237,61'
14/11/2157	06'22,79"	05h03m48s	95,01'	237,50'
16/11/2203	08'04,54"	04h46m26s	120,24'	237,38'
16/11/2249	09'47,48"	04h23m15s	145,63'	237,28'
17/11/2295	11'30,46"	03h52m43s	171,19'	237,15'
18/11/2341-19/11/2341	13'12,27"	03h11m55s	196,43'	237,04'
20/11/2387	14'53,91"	02h11m15s	221,73'	236,91'

Saros de 46 ans : série complète.

Date	Distance	Durée	L	L_0
28/10/1506	05'30.98"	05h09m57s	82.66'	238.75'
07/11/1677	04'04.59"	05h19m27s	61.16'	238.46'
09/11/1848	02'38.87"	05h26m07s	39.97'	238.16'
11/11/2019	01'11.82"	05h30m11s	18.51'	237.84'
12/11/2190	00'04.94"	05h31m39s	-2.48'	237.52'
14/11/2361	01'29.73"	05h30m38s	-23.25'	237.18'
15/11/2532	02'55.46"	05h27m02s	-44.07'	236.84'
18/11/2703	04'20.57"	05h20m46s	-64.59'	236.49'
18/11/2874-19/11/2874	05'46.91"	05h11m28s	-85.43'	236.13'

Saros de 171 ans : série incomplète.

Date	Distance	Durée	L	L_0
05/11/1585-06/11/1585	00'39.32"	05h30m15s	10.46'	238.68'
09/11/1802	00'56.74"	05h30m14s	14.72'	238.26'
11/11/2019	01'11.82"	05h30m11s	18.51'	237.84'
13/11/2236-14/11/2236	01'31.32"	05h29m56s	23.14'	237.41'
16/11/2453	01'50.31"	05h29m34s	27.70'	236.94'
19/11/2670	02'08.27"	05h29m07s	32.20'	236.48'
21/11/2887	02'27.17"	05h28m32s	36.68'	236.00'

Saros de 217 ans : série incomplète.

Quelques remarques concernant les tableaux ci-dessus.

On constate que les valeurs du critère L_0 ne sont pas constantes mais varient lentement. Pour le passage de 2019, cette valeur (237,84') est légèrement plus forte que la valeur calculée précédemment (235.4'). C'est normal car le calcul précédent a été fait pour la date du 11 novembre 2019 à 0h et les valeurs du tableau sont celles obtenues pour la date du passage de Mercure par le nœud de son orbite, soit le 11 novembre à 15h 19m 48.1s. La première série longue de saros de 46 ans est complète. Dans cette série, les valeurs L sont croissantes, d'abord négatives

puis augmentent d'environ 25' d'un passage à l'autre. Cette valeur est en accord avec la valeur que nous avons estimée (24,7'). Cette série comporte 19 passages ce qui est en accord avec nos prédictions, le nombre des passages étant bien de l'ordre de $2L_0/L$ ($235,4'/24,7' \times 2 = 19,06$). Cette série au nœud ascendant débute donc avec un passage avec la Terre à droite par rapport au nœud dans une vue héliocentrique (voir figure suivante) ou avec le Soleil à gauche par rapport au nœud dans une vue géocentrique. Donc, la déclinaison de Mercure, au moment des passages, est d'abord négative puis va croître et devenir positive en passant par zéro. Cette série de saros de 46 ans va donc débiter par des passages au sud du disque solaire, puis les passages vont se rapprocher du centre du disque et, en fin de série, les passages seront au nord du disque solaire. Les passages successifs parcourent donc le disque solaire du sud au nord.

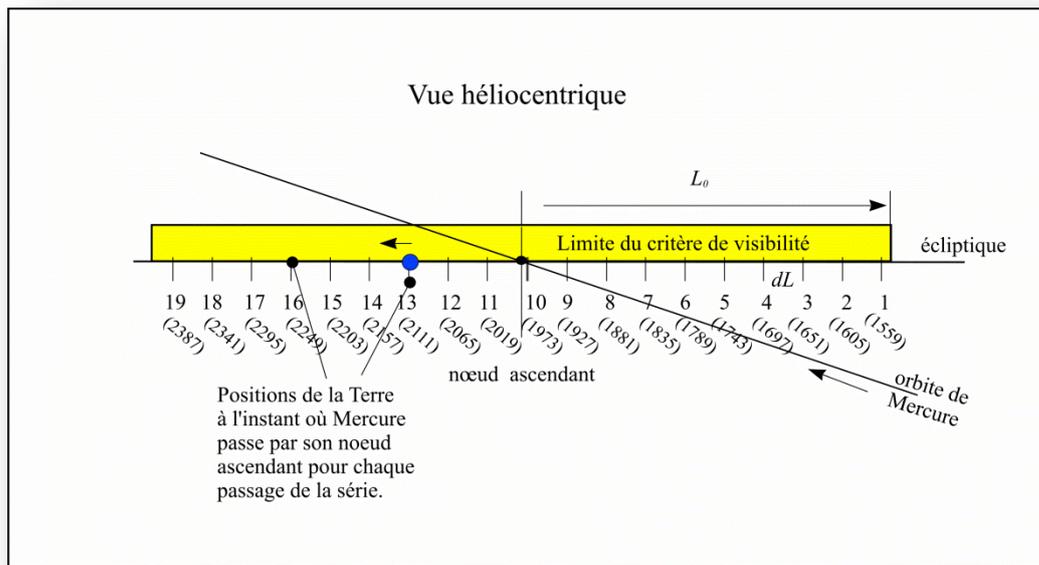


Figure 7 : Série de saros de 46 ans contenant le passage de 2019.

Pour la série de 171 ans, on peut faire les mêmes remarques, mais les signes de L étant opposés, on va avoir les passages successifs de la série qui vont parcourir le disque solaire du nord au sud. Pour la série de 217 ans, incomplète, les passages se font également dans le même sens, du sud au nord.

On peut également mettre en évidence ces périodes de récurrences en traçant des diagrammes représentant la distance minimale entre le centre de la planète et le centre du Soleil en fonction des passages.

Le graphique ci-dessous met en évidence les périodes de 13, 33 et 46 ans pour les passages de Mercure au nœud ascendant pour la période 1500-2400. Les distances minimales sont exprimées en minutes d'arc. On visualise bien que les séries de 13 ans comportent 4 passages, que celles de 33 ans comportent 5 passages et que celles de 46 ans comportent 19 passages.

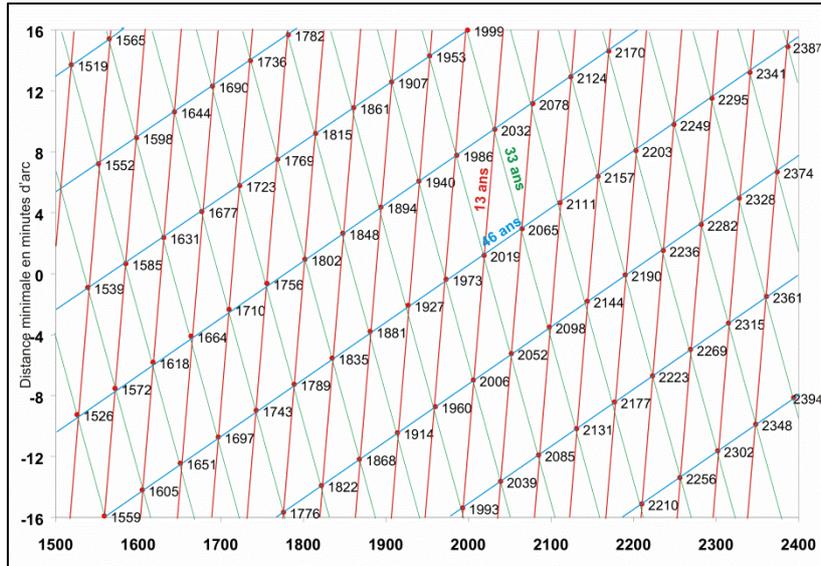


Figure 8 : Périodes de récurrence de 13, 33 et 46 ans des passages de Mercure à son nœud ascendant

On fait apparaître les périodes de 171 et 217 ans en reliant les points séparés par $3 \times 46 + 33 = 171$ ans et $4 \times 46 + 33 = 217$ ans, comme on peut le constater sur les graphiques suivants. On remarque que plus la pente de la série de passages d'une période de récurrence est faible plus la série est longue et stable.

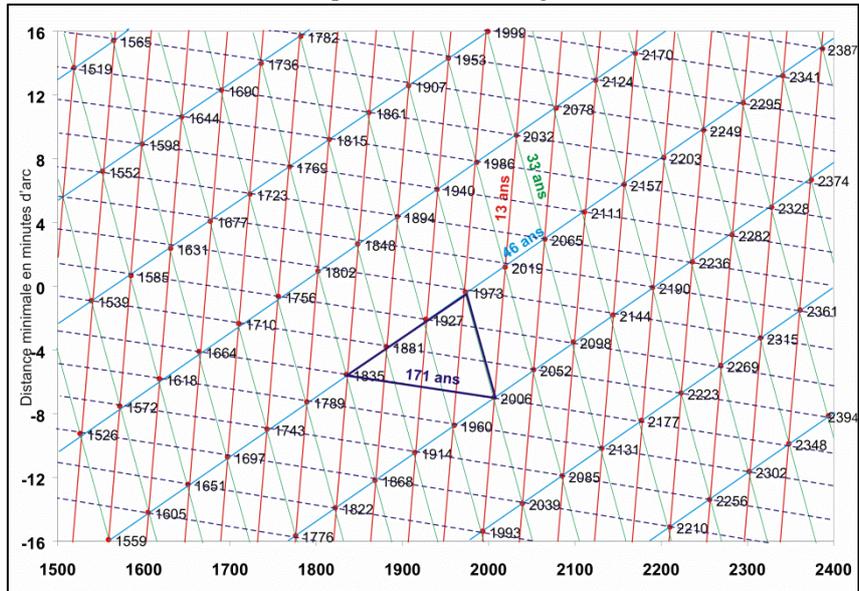


Figure 9 : Périodes de récurrence de 13, 33, 46 et 171 ans des passages de Mercure à son nœud ascendant

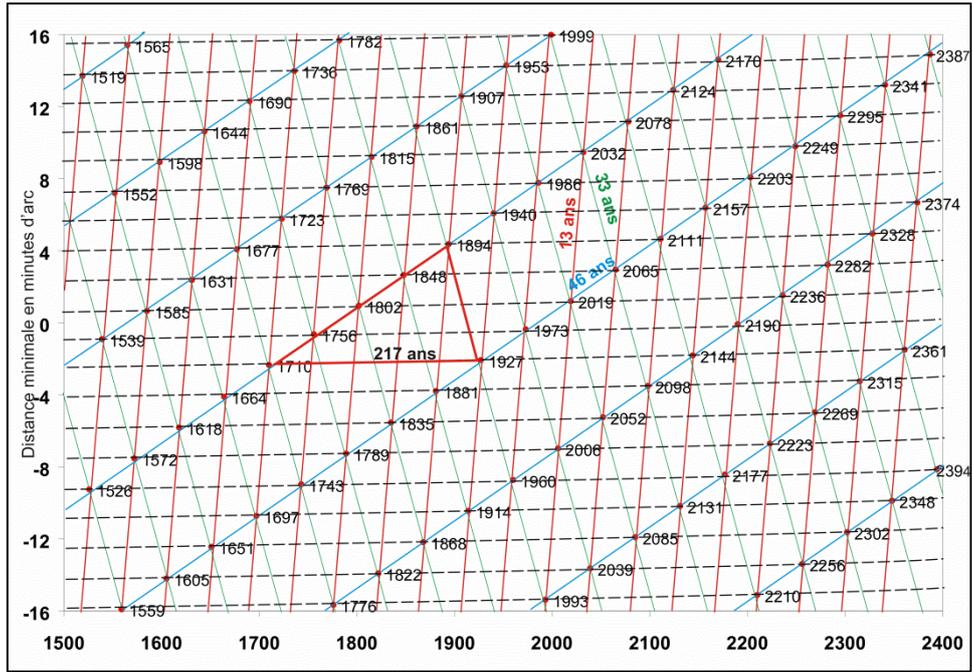


Figure 10 : Périodes de récurrence de 13, 33, 46 et 217 ans des passages de Mercure à son nœud ascendant.

Les deux figures suivantes montrent les séries de passages de Mercure au nœud ascendant de récurrence 13 ans et 33 ans en contenant le passage du 11 novembre 2019. La série de récurrence 13 ans possède 4 passages et les passages successifs se déplacent bien du sud vers le nord. La série de récurrences 33 ans possède 5 passages et les passages successifs se déplacent bien du nord vers le sud.

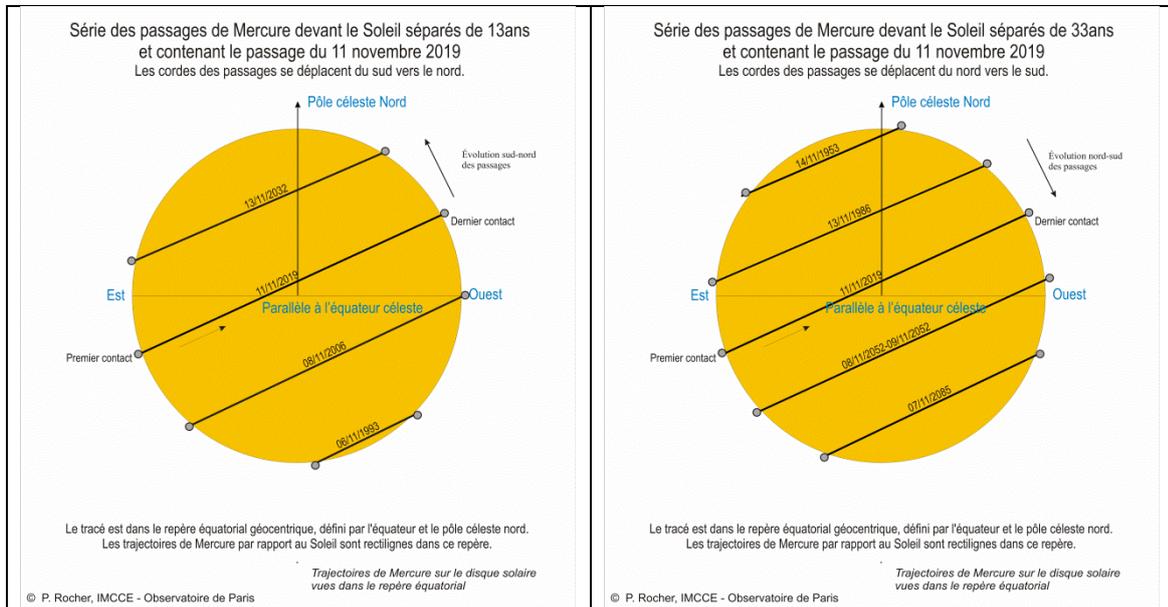


Figure 11 : Séries des récurrences 13 ans et 33 ans.