Observation du mont Canigou depuis Notre Dame de La Garde à Marseille.

P. ROCHER, © INSTITUT DE MECANIQUE CELESTE ET DE CALCUL DES EPHEMERIDES – OBSERVATOIRE DE PARIS

Calcul de l'azimut d'un lieu X depuis un site d'observation.

Le calcul de l'azimut *a* de la direction X de latitude φ_x et de longitude λ_x à partir du lieu d'observation de latitude φ_o et de longitude λ_o se fait à l'aide de la relation suivante :

$$\boxed{\cot a = \frac{\sin\varphi_o \cos\Delta\lambda - \cos\varphi_o tg\varphi_x}{\sin\Delta\lambda}}$$

Si l'on prend comme lieu X le sommet du mont Canigou, on a :

φ_x = 42° 31' 10" nord et λ_x = 2° 27' 22" Est = –2° 27' 22" (comptée négativement vers l'est) et une altitude h_x = 2,784 km.
Pour les coordonnées géographiques de Notre Dame de la Garde, on trouve sur le site de l'IGN :

φ_o = 43° 17' 02,15" nord et λ_o = 5° 22' 16,42" Est = –5° 22' 16,42" et h_o = 162m.
.
L'utilisation de la formule nous donne : *a = 71° 17'54,36" comptée positivement vers l'ouest à partir du sud* (convention des astronomes).

Calcul de la distance angulaire Δ entre les deux lieux.

Cette valeur se calcule à l'aide de la formule suivante :

$$\boxed{\cos\Delta = \sin\varphi_o \sin\varphi_x + \cos\varphi_o \cos\varphi_x \cos\Delta\lambda}$$

Ce qui donne pour Notre Dame de la Garde : *Δ = 2° 16' 4,56"*
Les coordonnées des points sont données dans le système WGS84, la sphère dont la courbure totale est localement égale à celle de l'ellipsoïde a pour rayon *r* défini par :

$$\boxed{\begin{aligned} r &= \sqrt{r_1 \times r_2} \\ r_1 &= \frac{a(1-e^2)}{\left(1-e^2\sin^2\varphi_o\right)^{\frac{3}{2}}} \\ r_2 &= \frac{a}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi_o}} \end{aligned}}$$

Prenons pour φ la valeur moyenne entre les deux latitudes : 42,9016875°

Les caractéristiques de l'ellipsoïde lié à WGS84 sont les suivantes : rayon équatorial *a* = 6 378 137,0 m, aplatissement *f* = 1/298,257 223 563, soit e = 0.08181919085.

Ce qui donne : r_1 6365035.187m et r_2 = 6388053.348 m

Et *r* = 6376,533 km

D'où la distance entre les deux points (Notre Dame de La Garde et le sommet) : *Δ* = 252,402 km.

Il existe des formules plus complexes permettant de calculer ces quantités en tenant compte de l'ellipsoïde terrestre. Notamment au niveau du calcul de l'azimut entre les deux lieux.

Ces formules donnent les résultats suivants : *a = 71° 19'58,49"* et Δ = 252,414 km.

La distance change peu, ce qui est normal, car nous avons utilisé une approximation du rayon tenant compte de l'ellipsoïde terrestre, par contre la direction de l'azimut varie de 2′ 4,13", nous prendrons donc cette dernière valeur dans nos calculs.

Calcul de la visibilité du sommet du mont Canigou vu depuis un lieu d'observation.

On doit tenir compte de trois paramètres :

L'altitude du mont Canigou, h_x = 2784 m, l'altitude de l'observateur h_o et les effets de la réfraction atmosphérique entre deux points de l'atmosphère.
Le sommet du mont sera visible depuis le lieu d'observation, si la somme des distances des horizons apparents vus depuis chacun des lieux est supérieure à la distance entre les deux lieux.

Pour le calcul des visibilités, on a également besoin de connaître la dépression de l'horizon de chacun des lieux. La dépression de l'horizon η_1 est l'angle entre l'horizon local (normal à la verticale du lieu) et la direction de l'horizon apparent vu depuis le lieu d'observation. Dans ce calcul ont tient compte de la réfraction atmosphérique.

Cet angle s'obtient par la formule suivante :

$$\boxed{\eta_1 = \sqrt{\frac{2h}{r_0}}\sqrt{1-k}}$$

Ou r_0 est le rayon terrestre au sol et k le rapport de la courbure de la trajectoire des rayons lumineux au rayon terrestre.

$$k = Cr_0$$

Avec $k = \dfrac{\alpha_0}{\beta_0}$

Avec $\left[\alpha_0\right]_{t,P} = \left[\alpha_0\right]_{0,76} \dfrac{P}{76} \dfrac{273°}{t+273°}$ où t est la température en degré Celsius et P la pression atmosphérique en centimètres de mercure (loi de Gladstone).

Et avec $\left[\beta_0\right]_{t,P} = \left[\beta_0\right]_{0,76} \dfrac{273°}{273°+t}$

Pour la longueur d'onde 0,575µ, $\left[\alpha_0\right]_{0,76}$ = 0,00029255 = 60,343" et $\left[\beta_0\right]_{0,76}$ = 0,001254.

La valeur théorique est donc k = *0,23*, en réalité en bord de mer cette quantité est surévaluée, les observations montrent qu'en mer on doit utiliser la valeur k = *0,16* (valeur utilisée dans les phares) (Astronomie générale de Danjon). Cela traduit que le rayon de courbure de la trajectoire des rayons lumineux est de 6,25 rayons terrestres.

La distance *d* entre l'observateur et son horizon apparent se calcule par la formule suivante :

$$\boxed{d = r_o\sqrt{\frac{2h_o}{r_o}}\,\frac{1}{\sqrt{1-k}}}$$

Si l'on utilise la valeur de *k = 0,16*, on trouve :

Pour le sommet du mont Canigou : $\eta_1 = 1° 33' 06{,}4''$ et l'on voit jusqu'à une distance de 205,586km.
Pour le lieu d'observation Notre Dame de la Garde : $\eta_1 = 22' 27{,}5''$ et l'on voit jusqu'à 49,595 km.
La somme de ces deux valeurs donne : 255,180 km ; valeur supérieure à 252,414 km. Donc théoriquement, et pour les hypothèses que nous avons prises le sommet du mont Canigou est visible depuis le lieu considéré. Mais l'écart est de seulement 3 km, si l'on utilise la valeur k= 0,23 cet écart augmente d'environ 9km. D'ailleurs l'usage d'un facteur k égal à 0,16 est justifié pour Notre Dame de La Garde, mais n'est pas justifié pour le sommet du mont Canigou ; k = 0,23 donne une distance de l'horizon égale à 214,7 km.

Nous devons donc calculer quand l'azimut du Soleil au voisinage de son coucher est proche de l'azimut du Mont Canigou vu depuis Notre Dame de la Garde.

Ephémérides du Soleil à Notre Dame de la Garde

On calcule :

- Les instants où le centre du Soleil passe par le plan vertical d'azimut +071°19'58.49".
- Les instants où le centre du Soleil a une hauteur apparente nulle, compte tenu de la réfraction atmosphérique et de la dépression de l'horizon. Donc à cet instant la hauteur apparente sans tenir compte de la dépression de l'horizon est de –0°22'27,52" et la hauteur vraie est de –1°05'07,86" au-dessous de l'horizon (la réfraction pour la hauteur apparente de –0°22'27,52" étant de +00°42'40.34").

Lieu : Notre Dame de la Garde, latitude : 43° 17' 2,2" N, longitude : 5° 22' 16,4" E.
Élévation au-dessus de l'horizon : 162m, valeur du paramètre k : 0.16
Dépression de l'horizon : 0° 22' 27,5", distance de l'horizon :   49,595km

Remarques :
Les azimuts des levers et des couchers publiés sont les azimuts des astronomes, comptés positivement de 0° à 360° vers l'ouest à partir du sud (dans le sens des aiguilles d'une montre : sud=0°, ouest=90°, nord=180° et est=270°).
Les hauteurs pour un azimut donné tiennent compte de la réfraction atmosphérique et de la dépression de l'horizon.
Tous les instants sont donnés en Temps universel coordonné (UTC)

Date	Instant où le centre du Soleil passe par l’azimut du Mont Canigou (UTC)	Hauteur du centre du Soleil à cet instant	Instant du coucher du Soleil (UTC)	Azimut du coucher du Soleil
08/02/2021	17h 5m 53,7s	- 0° 33' 9,5"	16h 58m 44,9s	70° 6' 56,8"
09/02/2021	17h 4m 34,3s	- 0° 13' 16,4"	17h 0m 6,1s	70° 34' 14,2"
10/02/2021	*17h 3m 13,4s*	*0° 7' 56,4"*	*17h 1m 27,2s*	*71° 1' 50,0"*
11/02/2021	*17h 1m 51,2s*	*0° 30' 26,1"*	*17h 2m 48,2s*	*71° 29' 43,4"*
12/02/2021	17h 0m 27,6s	0° 54' 6,5"	17h 4m 9,0s	71° 57' 53,8"
08/02/2022	17h 6m 12,5s	- 0° 37' 50,6"	16h 58m 24,4s	70° 0' 17,3"
09/02/2022	17h 4m 53,3s	- 0° 18' 17,0"	16h 59m 45,5s	70° 27' 30,1"
10/02/2022	*17h 3m 32,7s*	*0° 2' 36,0"*	*17h 1m 6,5s*	*70° 55' 1,1"*
11/02/2022	*17h 2m 10,7s*	*0° 24' 46,9"*	*17h 2m 27,4s*	*71° 22' 49,7"*
12/02/2022	17h 0m 47,3s	0° 48' 10,0"	17h 3m 48,0s	71° 50' 55,4"
08/02/2023	17h 6m 30,5s	- 1° 41' 11,9"	16h 58m 3,0s	69° 53' 36,5"
09/02/2023	17h 5m 11,7s	- 0° 23' 15,2"	16h 59m 24,0s	70° 20' 43,8"
10/02/2023	17h 3m 51,4s	- 0° 2' 42,3"	17h 0m 45,0s	70° 48' 9,7"
11/02/2023	*17h 2m 29,8s*	*0° 19' 9,3"*	*17h 2m 5,9s*	*71° 15' 53,6"*
12/02/2023	17h 1m 6,7s	0° 42' 15,1"	17h 3m 26,6s	71° 43' 55,0"
08/02/2024	17h 6m 50,1s	- 1° 47' 38,9"	16h 57m 44,7s	69° 47' 12,7"
09/02/2024	17h 5m 31,7s	- 0° 27' 55,4"	16h 59m 6,1s	70° 14' 16,8"
10/02/2024	17h 4m 11,8s	- 0° 7' 40,4"	17h 0m 27,3s	70° 41' 39,7"
11/02/2024	*17h 2m 50,6s*	*0° 13' 53,8"*	*17h 1m 48,3s*	*71° 9' 20,6"*
12/02/2024	17h 1m 27,9s	0° 36' 43,6"	17h 3m 9,3s	71° 37' 18,9"
08/02/2025	17h 5m 50,7s	- 0° 32' 34,6"	16h 58m 46,7s	70° 7' 46,1"
09/02/2025	17h 4m 31,1s	- 0° 12' 39,7"	17h 0m 7,7s	70° 35' 3,3"
10/02/2025	*17h 3m 10,0s*	*0° 8' 34,6"*	*17h 1m 28,5s*	*71° 2' 38,5"*
11/02/2025	*17h 1m 47,6s*	*0° 31' 5,5"*	*17h 2m 49,3s*	*71° 30' 31,2"*
12/02/2025	17h 0m 23,8s	0° 54' 46,8"	17h 4m 9,8s	71° 58' 40,8"

Date	Instant où le centre du Soleil passe par l’azimut du mont Canigou (UTC)	Hauteur du centre du Soleil à cet instant	Instant du coucher du Soleil (UTC)	Azimut du coucher du Soleil
28/10/2021	16h 29m 33,1s	1° 2' 3,5"	16h 34m 7,8s	72° 6' 57,6"
29/10/2021	*16h 30m 51,4s*	*0° 38' 16,7"*	*16h 32m 43,4s*	*71° 39' 6,2"*
30/10/2021	*16h 32m 9,9s*	*0° 15' 36,4"*	*16h 31m 20,3s*	*71° 11' 30,7"*
31/10/2021	16h 33m 28,7s	- 0° 5' 50,8"	16h 29m 58,6s	70° 44' 11,7"
28/10/2022	16h 29m 15,8s	1° 7' 48,4"	16h 34m 29,0s	72° 13' 33,5"
29/10/2022	*16h 30m 34,1s*	*0° 43' 46,6"*	*16h 33m 4,2s*	*71° 45' 37,9"*
30/10/2022	*16h 31m 52,6s*	*0° 20' 49,7"*	*16h 31m 40,8s*	*71° 17' 58,3"*
31/10/2022	16h 33m 11,2s	- 0° 0' 55,1"	16h 30m 18,8s	70° 50' 35,4"
28/10/2023	16h 28m 56,4s	1° 13' 47,5"	16h 34m 49,3s	72° 20' 22,7"
29/10/2023	16h 30m 14,4s	0° 49' 32,2"	16h 33m 24,2s	71° 52' 24,7"
30/10/2023	*16h 31m 32,7s*	*0° 26' 19,8"*	*16h 32m 0,4s*	*71° 24' 42,4"*
31/10/2023	*16h 32m 51,1s*	*0° 4' 17,5"*	*16h 30m 37,9s*	*70° 57' 16,3"*
28/10/2024	16h 29m 54,8s	0° 55' 20,2"	16h 33m 44,1s	71° 59' 10,9"

29/10/2024	16h 31m 13,2s	0° 31' 50,7"	16h 32m 20,0s	71° 31' 23,3"
30/10/2024	*16h 32m 31,9s*	*0° 9' 29,7"*	*16h 30m 57,4s*	*71° 3' 51,8"*
31/10/2024	16h 33m 50,7s	- 0° 11' 36,4"	16h 29m 36,0s	70° 36' 37,1"
28/10/2025	16h 29m 38,4s	1° 0' 57,2"	16h 34m 5,7s	72° 5' 41,2"
29/10/2025	16h 30m 56,7s	0° 37' 13,4"	16h 32m 41,3s	71° 37' 50,6"
30/10/2025	*16h 32m 15,2s*	*0° 14' 36,6"*	*16h 31m 18,3s*	*71° 10' 16,3"*
31/10/2025	16h 33m 33,8s	- 0° 6' 46,5"	16h 29m 56,6s	70° 42' 58,8"

Le phénomène est donc observable au voisinage du 10 février et du 30 octobre.
On a tenu compte de la réfraction dans le calcul de la hauteur du Soleil et dans le calcul de la dépression de l'horizon le facteur k étant pris égal à 0,16, si l'on modifie ce facteur cela va modifier légèrement la hauteur apparente du Soleil. De plus, les calculs des deuxième et troisième colonnes correspondent à un mont Canigou au centre du Soleil, or si l'on accepte que le Mont Canigou soit à l'est ou à l'ouest du centre du Soleil et étant donné que le diamètre solaire est de l'ordre de 32' le phénomène est peut-être observable un jour plus tôt en octobre et un jour plus tard en février.

Les dates de visibilité sont mises en italiques dans les tableaux ci-dessus.

Ces calculs de hauteur et d'azimut ne font intervenir que l'azimut du mont Canigou vu depuis Notre Dame de La Garde et la dépression de l'horizon à Notre Dame de La Garde. Ce calcul est indépendant de la hauteur du mont Canigou, il est le même que le mont Canigou soit là ou non.
La hauteur apparente du mont Canigou au-dessus de l'horizon apparent de Notre Garde de La Garde, et elle seule, dépend du chemin optique dans la basse atmosphère entre le sommet du mont et l'horizon.