

# La Connaissance des temps : un journal scientifique publié depuis 1679

## Épisode 20 : la CDT, un journal scientifique : La mécanique céleste après 1819 et le mouvement de la Lune

L'épisode précédent a montré comment la CDT a rendu compte de l'évolution de la mécanique céleste du XVIII<sup>e</sup> siècle au début du XIX<sup>e</sup>. Les mouvements des corps du Système solaire ont d'abord été décrits au moyen d'un petit nombre de termes périodiques (appelés « inégalités ») obtenus empiriquement par comparaison aux observations. L'application du principe de la gravitation universelle a ensuite conduit à calculer analytiquement, et en plus grand nombre, ces inégalités, obtenant ainsi un début de modélisation des orbites des corps du Système solaire.

Les articles de mécanique céleste présents dans la CDT après 1821 ont totalement intégré le principe de l'attraction universelle de Newton. Ils concernent le mouvement de la Lune et des planètes.

Dans cet épisode, nous allons décrire les nombreux textes sur le mouvement de la Lune contenus dans les additions aux CDT d'après 1821. Les thèmes abordés sont la libration de la Lune, le calcul de ses inégalités à longue période, la construction de tables et l'élaboration d'une véritable théorie analytique avec les travaux de Delaunay.

### 1 Libration de la Lune

Dans la CDT pour 1821, Poisson publie, p. 219-229, l'article *Sur la libration de la Lune*. Il indique que si Lagrange a calculé les principales inégalités de la vitesse de rotation de la Lune, il reste « à déterminer les inégalités de l'inclinaison et du noeud », ce qu'il fait dans cet article.

La CDT suivante contient deux articles sur ce thème :

- le premier, p. 228-279, est rédigé par Nicollet. C'est un long *Mémoire sur la libration de la Lune* où il expose d'abord « la méthode à suivre pour arriver à la connaissance des lois moyennes de la rotation de la Lune » puis effectue une « détermination astronomique des inégalités périodiques qui affectent les lois de la rotation de la Lune » ;
- le second, p. 280-284, est de Poisson qui publie une *Addition au Mémoire sur la libration de la Lune, inséré dans la Connaissance des Temps de 1821* où il corrige une erreur de son précédent mémoire.

Nicollet publie dans la CDT pour 1823, p. 348-341, une *Addition* à son mémoire précédent.

### 2 Inégalités du mouvement de la Lune

Les additions à la CDT pour 1823 contiennent deux mémoires de Laplace traitant des inégalités lunaires :

- Le premier, p. 219-225, s'intitule *Sur les inégalités lunaires dues à l'aplatissement de la Terre*. Laplace rappelle qu'il a trouvé deux inégalités du mouvement lunaire, l'une en longitude, l'autre en latitude, dépendant de l'aplatissement de la Terre et que la comparaison des coefficients de ces inégalités avec les observations donnent un aplatissement de la Terre égal à  $1/306$  « et ce qui remarquable, l'aplatissement conclu de l'inégalité en longitude

s'accorde avec celui que donne l'inégalité en latitude ». Notant que des astronomes ont trouvé des résultats légèrement différents des siens pour l'inégalité en longitude, il reprend son analyse et la trouve juste ;

- Le second, p. 232-239, s'intitule *Sur l'inégalité lunaire à longue période dépendante de la différence entre les deux hémisphères terrestres*. Dans cet article, Laplace conclut que « la différence des deux hémisphères de ce sphéroïde, ne peut produire aucune inégalité sensible, dans le mouvement de la Lune ».

La CDT pour 1824 contient trois articles sur ce thème :

- Laplace publie, p. 274-307, *Sur les variations des éléments du mouvement elliptique, et sur les inégalités lunaires à longues périodes*, article dans lequel, après avoir présenté « quelques considérations nouvelles sur les formules de la variation de éléments du mouvement elliptique », il détermine une « inégalité lunaire dont l'argument est le double de la distance angulaire du périégée au noeud de l'orbite » et une autre « dépendante de la distance angulaire des périégées du Soleil et de la Lune » ;
- Burckhardt publie, p. 308-313, *Sur le moyen mouvement de la Lune, et sur l'Équation à longue période* article dans lequel il examine « à l'aide des observations, si le moyen mouvement lunaire exige réellement l'emploi d'une équation semblable » ;
- Damoiseau publie, p. 343-347, ses *Formules de la Longitude, de la Latitude et de la parallaxe de la Lune, calculées d'après le seul principe de la pesanteur universelle*.

Les additions à la CDT pour 1836 contiennent, p. 56-65, l'extrait d'un mémoire de Poisson *Sur le mouvement de*

la Lune autour de la Terre où l'auteur, après avoir commenté les travaux de Laplace, Damoiseau et Plana, se propose de présenter la solution du mouvement de la Lune « **sous un nouveau point de vue** qui la rende plus simple et plus facile ».

Dans les additions à la CDT pour 1940, Pontécoulant publie, p. 3-118, un mémoire *Sur la théorie de la Lune, et spécialement sur les inégalités lunaires à longues périodes* dans lequel l'auteur, s'inspirant des travaux de Poisson, reprend « **sous un point de vue** nouveau toute la théorie lunaire en n'employant que les équations dont on fait ordinairement usage dans la théorie des planètes ».

Pontécoulant apporte une **addition** à son mémoire précédent, dans les additions, p. 164-168.

Delaunay a aussi publié plusieurs articles sur ce sujet, nous les décrivons dans le paragraphe consacré à ses travaux.

### 3 Tables du mouvement de la Lune

Les progrès dans le calcul des inégalités lunaires vont conduire à l'élaboration de tables du mouvement de la Lune de plus en plus précises.

Dans la CDT pour 1823, Laplace publie, p. 226-231, *Sur le perfectionnement de la Théorie et des Tables lunaires*. Dans cet article il rappelle d'abord que « L'Académie des Sciences, en proposant pour sujet de prix, la formation de tables lunaires uniquement fondées sur la théorie de la pesanteur universelle, a eu pour objet de faire disparaître la seule exception que présentait, à cet égard, l'ensemble des tables des mouvements célestes ». Il analyse ensuite les « deux pièces que l'Académie vient de couronner », l'une due à Damoiseau et l'autre à Plana et Carlini. Il ajoute que ces deux pièces « sont, l'une et l'autre, le résultat d'un immense travail ; et leur comparaison avec nos tables lunaires ne laisse aucun lieu de doute que les formules qu'elles contiennent, réduites en tables, satisferaient aux observations ».

Les tables de Damoiseau vont ensuite être comparées aux observations. C'est le sujet de l'article *Sur les Tables de la Lune de M. Damoiseau*, publié dans la CDT pour 1828, p. 294-296, dans lequel Bouvard et Marion comparent ces tables à 100 observations de la Lune par Bradley et concluent que ces tables « représentent les observations aussi exactement que nos meilleures Tables modernes ».

### 4 Les travaux de Delaunay

Dans la deuxième moitié du XIX<sup>e</sup> siècle, les progrès dans l'étude du mouvement de la Lune sont essentiellement dus à l'astronome allemand Hansen, à l'astronome anglais Adams et à Delaunay. Les travaux de Delaunay font l'objet de plusieurs articles publiés dans les additions à la CDT et concernent l'intégration des équations du mouvement, le calcul de plusieurs inégalités à longue période, l'étude de l'accélération séculaire et, enfin, la construc-

tion d'une véritable théorie analytique.

#### 4.1 Intégration des équations du mouvement

Dans les additions à la CDT pour 1861, p. 3-44, Delaunay présente une *Nouvelle méthode pour l'intégration des équations différentielles du mouvement de la Lune autour de la Terre*. Cet article se divise en deux parties :

- Il établit d'abord les « Équations différentielles dont l'intégration doit fournir les inégalités du mouvement de la Lune dues à l'action perturbatrice du Soleil » ;
- Il explique ensuite « **Comment** on peut, par un changement de variables, faire disparaître un quelconque des termes périodique qui entrent dans le développement de la fonction perturbatrice, sans que la forme des équations différentielles soit altérée ».

#### 4.2 Inégalités à longue période

Les CDT pour 1862 et 1863 contiennent des articles où Delaunay recalcule des inégalités à longue période dues à l'action perturbatrice de Vénus, découvertes par Hansen :

- Dans les additions à la CDT pour 1862, p. 3 -58, il publie un *mémoire sur l'inégalité lunaire à longue période due à l'action perturbatrice de Vénus, et dépendant de l'argument  $l + 16l' - 18l''$*  où  $l$ ,  $l'$  et  $l''$  sont, respectivement les anomalies moyennes de la Lune, de la Terre et de Vénus. Cette inégalité a une période de 273 ans. Il la calcule en s'appuyant sur sa méthode de résolution des équations décrite dans la CDT pour l'année précédente et la trouve égale à «  $16\ 336 \sin(-l - 16l' + 18l'' + 35^\circ 16', 5)$  », ce qui confirme le résultat de Hansen ;
- Dans les additions à la CDT pour 1863, il publie, p. 1-56, un *mémoire sur l'inégalité lunaire à longue période due à l'action perturbatrice de Vénus et dépendant de l'argument  $13l' - 8l''$* . Il montre que le coefficient de cette inégalité déterminé empiriquement par Hansen est environ 100 fois trop grand.

#### 4.3 Accélération séculaire de la Lune

Les recherches de Delaunay sur l'accélération séculaire de la Lune font l'objet de deux articles de la CDT :

- Dans les additions à la CDT pour 1862 Delaunay publie, p. 59-68, *calcul de l'accélération séculaire du mouvement moyen de la Lune d'après la méthode de Poisson*. Il applique la méthode que Poisson avait décrite dans les additions de la CDT pour 1836. Ses résultats sont identiques à ceux qu'Adams avait présentés en 1853 et montrent que les valeurs données par Damoiseau et Plana étaient inexactes ;
- Les additions à la CDT pour 1863 contiennent un *mémoire sur l'équation séculaire de la Lune* (p.21-68)

où Delaunay, étudiant la question de l'accélération séculaire du moyen mouvement de la Lune, « cherche à bien montrer le véritable état où elle a été amenée dans ces derniers temps, et cela au double point de vue des indications fournies par les observations et des données que l'on a pu déduire de la théorie ».

#### 4.4 Construction de théories analytiques

Les travaux de Delaunay vont aboutir à la construction d'une véritable théorie analytique du mouvement de la Lune :

- En 1865, il publie dans les additions, p. 3-87, *expression analytique des trois coordonnées de la Lune*. Il y donne les expressions complètes des trois coordonnées de la Lune obtenues en ne prenant en compte que les perturbations dues au Soleil, en faisant « abstraction des inégalités du mouvement apparent de cet astre » ;
- En 1869, il publie dans les additions, p. 3-42, *expressions numériques des trois coordonnées de la Lune*. Ces expressions sont obtenues à par-

tir des expressions analytiques publiées dans la CDT pour 1865, complétées par des « parties nouvelles que des recherches complémentaires m'ont conduit à introduire dans l'expression d'un certain nombre d'inégalités de la longitude, coefficients dont la réduction en nombres avait montré l'insuffisante détermination analytique ».

#### 5 Conclusion

La CDT montre bien les progrès réalisés par la mécanique céleste au cours du XIX<sup>e</sup> siècle sur l'étude du mouvement de la Lune. On passe du calcul de quelques inégalités à l'élaboration de tables de plus en plus précises pour finir par la construction d'une théorie analytique complète du mouvement de la Lune. Contrairement aux théories de Le Verrier pour le mouvement des planètes que nous étudierons dans l'épisode suivant, la théorie de Delaunay n'a pas véritablement été la source des éphémérides lunaires publiées dans la CDT. Cependant les tables de Radau qui seront la source des éphémérides lunaires publiées dans la CDT de 1915 à 1925 utilisent cette théorie pour le problème principal.