



À la *mesure* du Ciel

Ce feuilleton est consacré à l'une des disciplines sans doute les plus méconnues sinon les plus austères de l'astronomie : l'astrométrie ou la mesure de la position des astres dans le ciel. Elle est aussi l'une des premières activités des astronomes de l'Antiquité. Elle est au fondement de l'astronomie. Sans elle et sans le gain en précision associé à cette branche, acquis au fil du temps jusqu'à nos jours, l'astronomie n'aurait pu se développer. Il était donc urgent de revenir aux racines de l'astronomie.

— par Pascal Descamps

DES OPPOSITIONS CONSTRUCTIVES

Mars, la planète aux grandes oppositions

LES PLANÈTES INTÉRIEURES, Mercure et Vénus, ont suscité l'intérêt des astronomes en raison de leurs conjonctions inférieures, ces moments particuliers durant lesquelles elles se retrouvent dans la direction du Soleil, tout en étant plus proches de la Terre, de sorte que des passages devant le Soleil, vus depuis la Terre, sont susceptibles de se produire sous certaines conditions (voir [épisode 5, « Deux planètes dans le Soleil »](#), [Lettre d'information de juin 2023](#)). Pour les planètes extérieures – Mars, Jupiter, Saturne, Neptune et Uranus –, rien de tel. Plus éloignées que le Soleil en tout point de leur orbite, jamais elles ne pourront passer devant lui. Toutefois, elles n'ont pas dit leur dernier mot et elles aussi, ou plutôt l'une d'elles, se mettra également au service de la mesure du ciel.

Si elles ne peuvent être en conjonction inférieure, en revanche, elles peuvent être en opposition avec le Soleil. Sur la ligne imaginaire reliant le Soleil à l'une quelconque des planètes extérieures, la Terre vient s'interposer, à la façon d'un arbitre séparant deux adversaires. Ladite planète extérieure est alors en *opposition* avec le Soleil. Astronomiquement parlant, cette configuration se définit par le fait que leurs longitudes célestes géocentriques respectives diffèrent de 180°.

La première de ces planètes extérieures qui nous présente régulièrement ses oppositions est la plus proche d'entre elles : Mars. Le calcul du retour des oppositions de Mars nécessite la détermination de la révolution synodique moyenne S de Mars qui donne la période du retour de Mars à une même position par rapport à la Terre. Si l'on désigne par $T = 365,256$ jours et $M = 686,980$ jours les périodes de révolution sidérale de la Terre et de Mars – c'est-à-dire le temps mis pour parcourir leur orbite par rapport aux étoiles, considérées comme fixes –, la période synodique S se calcule simplement de la façon suivante :

$$S = \frac{1}{\frac{1}{T} - \frac{1}{M}}$$

Elle est donc égale à $S = 779,934$ jours, soit un peu plus de 2 ans et 50 jours. Lors de ces oppositions, Mars est ainsi très proche de la Terre. Elle se lève dans le ciel quand le Soleil se couche, et se couche quand celui-ci se lève. Elle est ainsi visible toute la nuit, sa proximité la rend facilement observable à l'œil nu. Elle brille alors d'un éclat pourpre, impossible de ne pas la voir. Cependant, ces oppositions ne sont pas égales entre elles. En premier lieu, elles ne reviennent pas à une même époque de l'année, chacune diffère de la précédente de 50 jours en moyenne. Elles se décalent par conséquent parmi les saisons et les constellations du zodiaque. Il faut un peu plus de 7 ans pour que ces oppositions parcourent l'ensemble du grand cercle du zodiaque. Mais surtout, dans un deuxième temps, certaines oppositions vont être plus remarquables

que d'autres. Mars se fera alors remarquer par son éclat exceptionnel. Pour les puristes, sa magnitude visuelle sera de $-2,9$, identique à celle de Jupiter à l'opposition et juste 1,7 fois moins lumineuse que Vénus – le diamant brillant du ciel – lors de ses élongations (Vénus, $-4,6$ à l'élongation). Dans ses oppositions les moins fortes, Mars sera 6 fois moins brillante (avec une magnitude de 1,2).

Pourquoi de telles variations d'éclat entre ses oppositions ? L'explication tient dans l'orbite de Mars elle-même. Après Mercure, Mars est la planète dont l'orbite est la plus excentrique au sein des planètes du Système solaire. Cela signifie que son orbite, sa trajectoire autour du Soleil, s'éloigne assez considérablement de la bonne vieille figure du cercle. Cette particularité est du pain béni pour les astronomes. Grâce à elle, en 1609, dans sa « guerre contre Mars », Kepler découvre la forme vraie de son orbite, celle de l'ellipse, qui constituera la plus connue de ses trois lois du mouvement des corps célestes. L'écart au cercle s'exprime par la valeur de son excentricité – $e = 0,093$ – et se manifeste dans les grandes variations de distance entre Mars et la Terre. Celle-ci est ainsi comprise entre 55,7 et 101,4 millions de kilomètres, ou, exprimée en unités astronomiques, entre 0,382 et 0,678 au.

La distance à Mars peut donc varier d'un facteur deux. L'éclat de la planète diminue en proportion

du carré de la distance, Mars devrait donc présenter des variations d'éclat atteignant un facteur 4 au maximum. Si ses variations de luminosité sont en réalité plus marquées (facteur 6 vu précédemment), cela tient à la distance de Mars au Soleil qui varie également d'une opposition à l'autre, de sorte que la lumière solaire réfléchiée par la surface de Mars est également plus ou moins intense. En définitive, quand Mars est à la fois au plus près de la Terre et au plus près du Soleil, elle est au maximum de son éclat apparent, mais aussi au maximum de sa taille angulaire apparente. Celle-ci atteint alors $24,5''$, contre $13,8''$ pour les oppositions les plus lointaines (fig. 1). Ces configurations avantageuses sont dénommées *oppositions périhéliques* de Mars, lorsque la planète se retrouve en opposition avec le Soleil vis-à-vis de la Terre, tout en étant au voisinage du lieu de son orbite le plus proche du Soleil, dénommé périhélie.

Le retour des oppositions périhéliques survient après un nombre entier n d'oppositions durant lequel la Terre a elle aussi accompli un nombre entier m de révolutions autour du Soleil, de sorte qu'une même opposition ait toujours lieu à la même date. Il faut donc rechercher les nombres rationnels m/n qui approchent au mieux la valeur de la révolution synodique. Ceci se fait par une décomposition en fractions continues de la période de révolution synodique de Mars, $S = 2,135\,342\,9158$ ans. On trouve ainsi les fractions approchées suivantes : $15/7$, $32/15$, $47/22$, $79/37$.

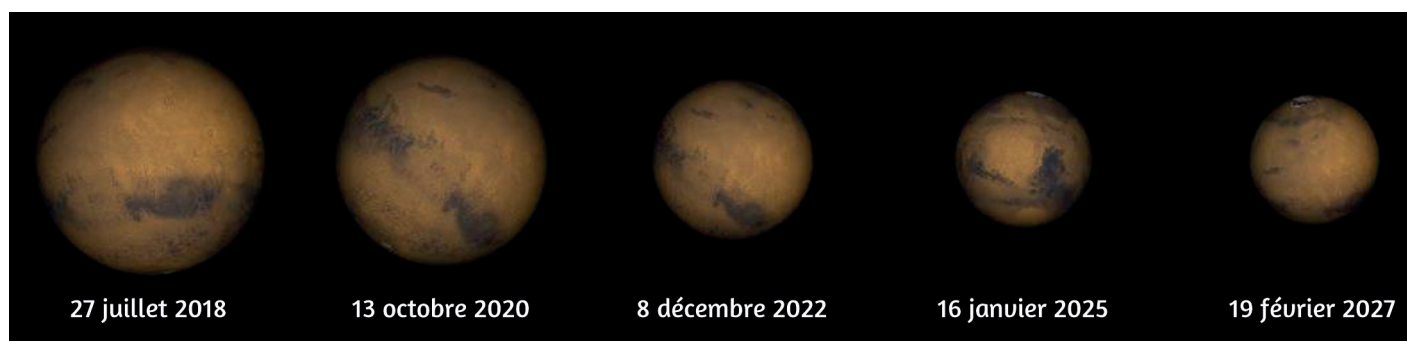


Fig. 1 – Variation de la taille apparente de Mars d'une opposition à l'autre.

Crédits P. Descamps/IMCCE (textures NASA)

Les oppositions périhéliques se présentent à 15 ans d'intervalle (fig. 2). Il existe aussi les récurrences plus exactes de 32 et de 47 ans, mais la combinaison de ces deux périodes (32 + 47) fournit une période bien plus exacte de 79 années avec une différence de seulement 3 jours en avance ou en retard (illustrée avec la série suivante : 8 août 1687, 13 août 1766, 18 août 1845, 23 août 1924, 29 août 2003). La lon-

gitude du périhélie de Mars étant de $335^{\circ}21'$ (en 1961), une opposition qui tomberait le 29 août – date à laquelle la longitude de la Terre atteint cette même valeur – serait périhélique. En fait, par suite de l'excentricité de l'orbite terrestre, la plus courte distance de Mars à la Terre a lieu lors d'une opposition tombant le 23 août. Par suite des variations séculaires des éléments des orbites, toutes ces dates

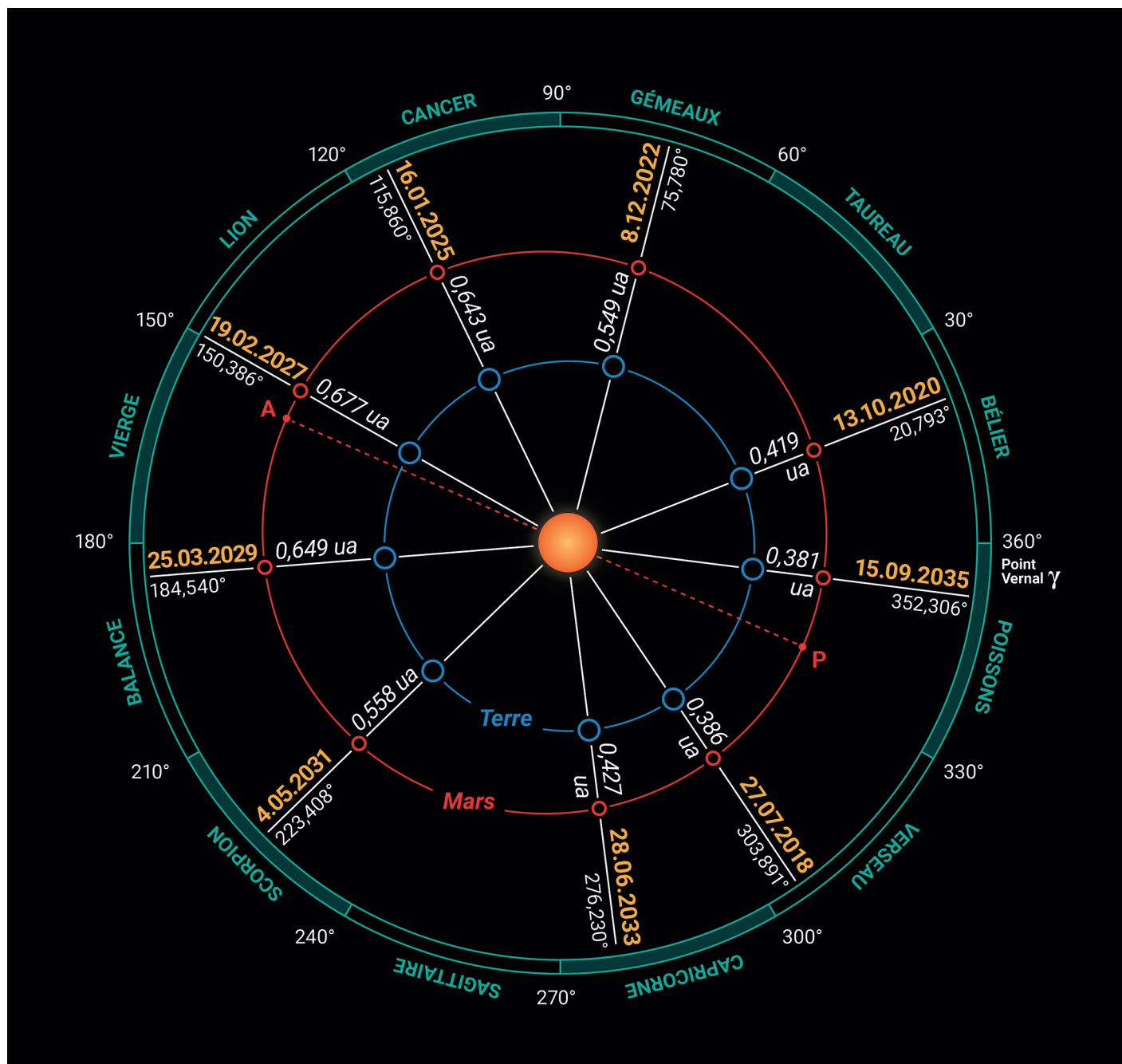


Fig. 2 - Diagramme des oppositions de Mars entre 2018 et 2035.

En bleu, l'orbite de la Terre, en rouge celle de Mars. Les positions du périhélie (P) et de l'aphélie (A) sont indiquées. La prochaine opposition périhélique sera celle du 15 septembre 2035.

Crédits Y. Gominet/P. Descamps/IMCCE

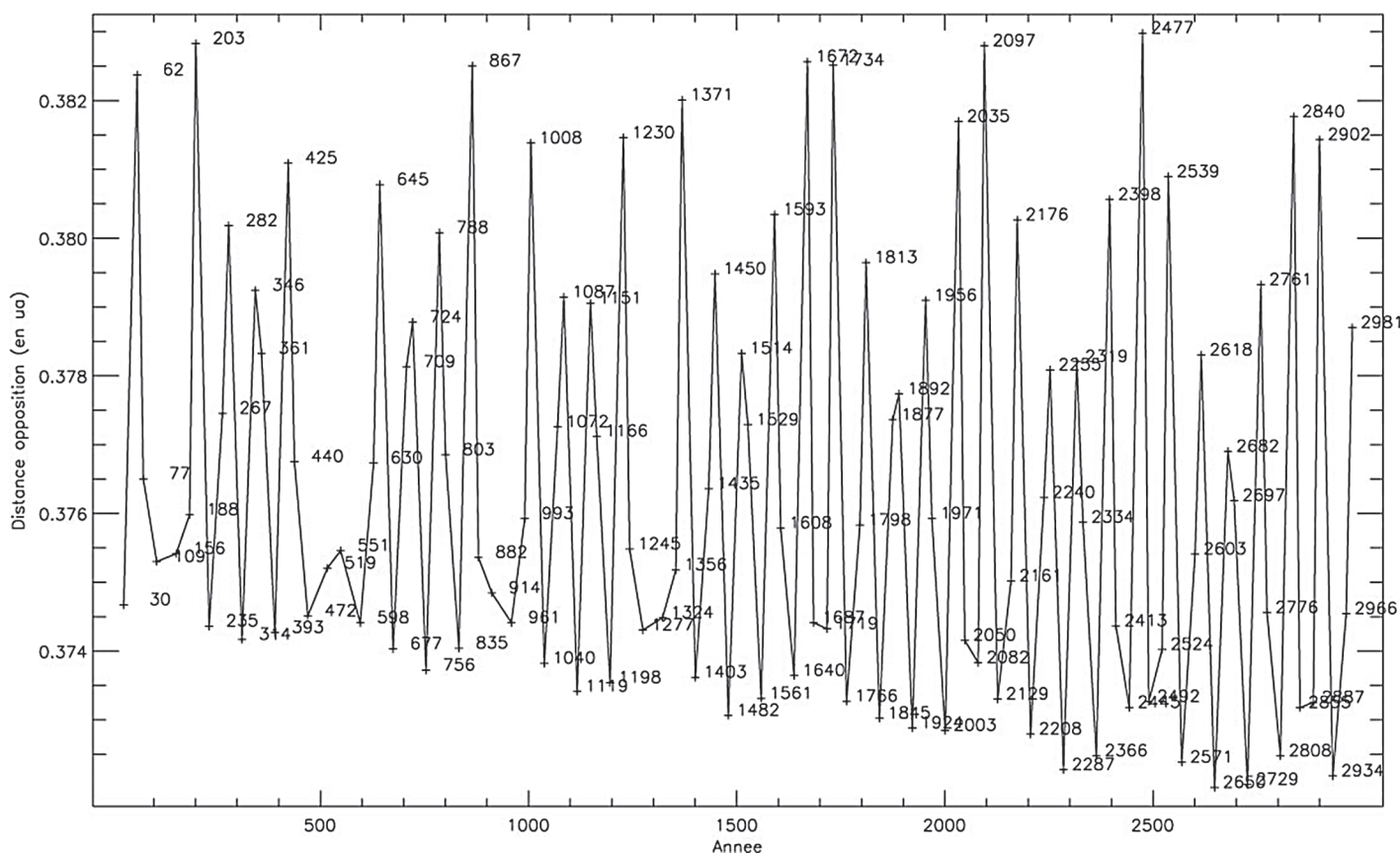


Fig. 3 – Évolution des oppositions périhéliques de Mars les plus favorables sur 3 000 ans.

(filtrage sur les distances de Mars à la Terre inférieure à 0,3825 au). Les récurrences les plus exactes sont celles de 15, 32, 47 et 79 ans et relient les oppositions entre elles .

Crédits P. Descamps/IMCCE

varient lentement au cours des siècles. L'excentricité martienne croît lentement, cela s'accompagnera de l'augmentation du nombre d'oppositions périhéliques et de rapprochements de plus en plus serrés (voir fig. 3).

Tycho Brahe a été le premier à vouloir se servir des oppositions de Mars – celles de 1582, 1585 et 1587 – pour tenter d'en mesurer la parallaxe, mais en vain tant elle est petite et ainsi inaccessible aux instruments de la fin du XVI^e siècle (voir [épisode 3, « L'Île aux étoiles de Tycho », Lettre d'information d'avril 2023](#)).

Entre 1650 et 1670, trois grandes inventions : l'horloge à pendule, le micromètre filaire et l'application de la lunette aux cercles divisés des instruments

astronomiques en lieu et place des traditionnelles pinnules. L'astronomie d'observation s'en trouvait stimulée, un nouveau degré de précision était accessible. Les tables de réfraction existantes, en particulier celle de Cassini publiée en 1662, ainsi que les hypothèses sur lesquelles ces tables étaient fondées, devaient être vérifiées. Le temps des grandes expéditions scientifiques était venu.

La première expédition scientifique

ADRIEN AUZOUT n'est plus à présenter. Cet astronome français, iconoclaste et visionnaire, a déjà fait parler de lui dans ce feuillet (voir [épisode](#)

4, « [Des lentilles et des hommes](#) », [Lettre d'information de mai 2023](#)). Le 11 janvier 1667, devant l'Académie royale des sciences, il récidive en présentant un mémoire à propos d'observations à faire à Madagascar. Pour la première fois de l'histoire, un savant propose à ses pairs l'idée d'une expédition à buts scientifiques. La proposition d'Auzout venait à peine trois semaines après la toute première réunion de la nouvelle Académie. Madagascar avait le vent en poupe, Colbert y voyait le futur quartier général de la toute récente Compagnie des Indes orientales. À la fin avril, l'Académie s'était déjà mise en recherche des deux hommes qui pourraient être envoyés pour y faire des observations. En outre, trois horloges marines à pendule de Huygens devaient être construites pour déterminer la longitude afin d'y mener des tests durant le voyage en mer.

La proposition d'Auzout fut reprise et définitivement adoptée par l'Académie en 1671 sous l'impulsion de Jean-Dominique Cassini, le savant en vue depuis son arrivée en France à l'Observatoire de Paris en 1669. Finalement, la destination ne sera plus Madagascar, mais Cayenne en Guyane française. Cayenne est retenue plutôt que Madagascar, car la ville se situe à 5° de latitude de l'équateur. De plus les communications sont plus sûres et plus rapides, Cassini devait être sûr qu'un ensemble d'observations simultanément menées entre Paris et Cayenne avaient été obtenues. Les deux hommes choisis pour faire partie de l'expédition sont l'astronome et navigateur Jean Richer (1630-1696) et son assistant, Meurisse ou Meurice, dont nous savons juste qu'il est mort au cours de l'expédition. En outre, la date de départ avait été arrêtée de façon à assurer la présence des observateurs durant l'automne 1672, lors de la grande opposition de Mars. Richer quitta ainsi Paris le 15 novembre 1671 pour s'embarquer le 8 février 1672 à La Rochelle sur un vaisseau de la Compagnie des Indes orientales. Il posa le pied sur le sol de Cayenne le 8 février 1672 jusqu'à la fin de mai 1673.

Les objectifs de la mission étaient multiples : étude du mouvement du Soleil et des planètes, réfraction et parallaxe solaire. Cassini et Picard, restés à Paris, espéraient qu'une station proche de l'équateur, où les planètes et le Soleil seraient vus très près du zénith, permettrait d'éliminer l'effet de la réfraction. Il en aurait résulté une amélioration certaine des tables du Soleil et des planètes. Bien évidemment, en ligne de mire, la parallaxe solaire qui ouvrirait grand la route vers les dimensions du Système solaire.

L'expédition de Richer à Cayenne de 1672-1673 est la première du genre avec un caractère spécifiquement scientifique auxquels nombre d'objectifs sont assignés. Elle fut reconnue d'abord pour sa découverte du raccourcissement du pendule à secondes près de l'équateur, qui sera à l'origine de la querelle entre les « aplatisseurs » et les « élongateurs », entre les newtoniens et les cassiniens ou les cartésiens, de la forme de la Terre. Sans doute cette découverte a-t-elle participé à lutter contre l'oubli de l'expédition de Richer. Mais l'inspiration principale était véritablement d'ordre astronomique, Richer à Cayenne et Cassini à Paris. Personne n'avait songé aux études du pendule à seconde comme l'une des missions principales de l'expédition.

Mars, le chemin le plus court vers le Soleil

S E SERVIR DE MARS pour connaître la distance au Soleil, quelle drôle d'idée ! Ceci est rendu possible depuis que les travaux de Kepler ont considérablement amélioré la connaissance des proportions que font entre elles les tailles des orbites des planètes. L'avantage d'utiliser Mars tient dans sa proximité avec la Terre. Mars peut effectivement s'approcher de la Terre à une distance près de trois fois plus petite que la distance Terre-Soleil. Il suffit alors de mesurer la paral-

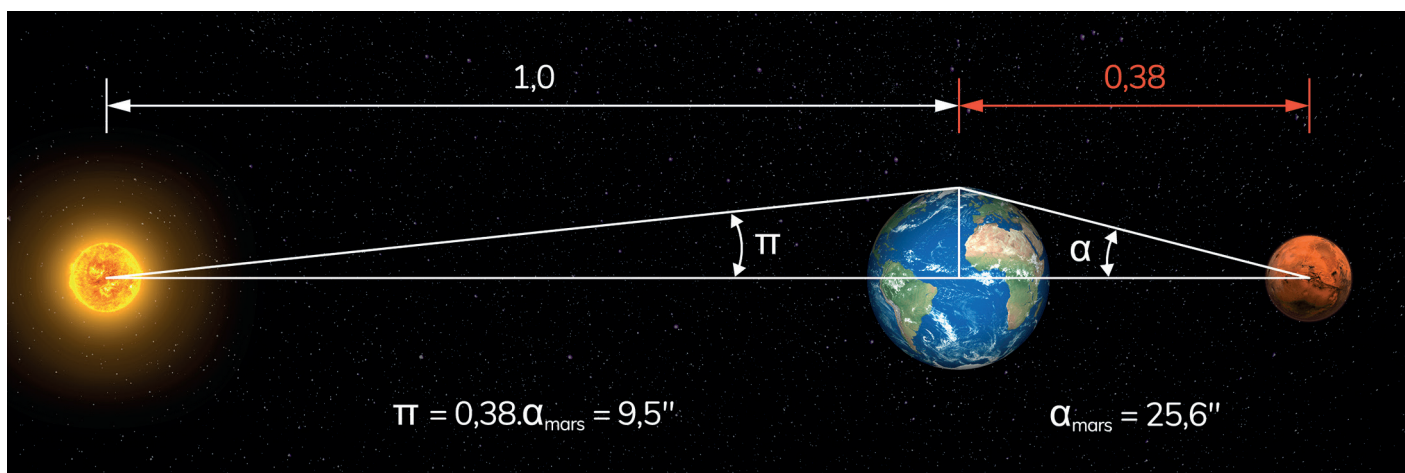


Fig. 4 – Principe du calcul de la parallaxe solaire à partir de la mesure de la parallaxe de Mars lors de son opposition périhélique du 8 septembre 1672.

À ce moment, la distance entre la Terre et Mars vaut 0,382 fois celle de la Terre au Soleil. La parallaxe horizontale de Mars est donc 2,7 fois plus grande que celle du Soleil, ce qui la rend plus favorable à la mesure.

Crédits Y. Gominet/P. Descamps/IMCCE (textures NASA)

laxe de Mars dans ces moments très favorables pour en déduire la parallaxe du Soleil par le rapport des distances respectives à la Terre (voir fig. 4). L'intérêt tient dans le fait que la parallaxe de Mars étant alors trois fois plus grande que celle du Soleil, sa mesure en est grandement facilitée, car sa grandeur est bien supérieure à l'incertitude des instruments de mesure en cette fin de XVII^e siècle qui était alors du même ordre de grandeur que celle de la parallaxe solaire, soit 10" de degré.

En août, septembre et octobre 1672, près de l'opposition de Mars, Richer l'observa. Il notait sa hauteur méridienne ainsi que celle de certaines étoiles à proximité, également les instants de passage par le méridien. Richer mena également des observations des satellites de Jupiter permettant de calculer avec précision la différence de longitude entre Paris et Cayenne, quantité fondamentale pour la réduction des observations de la parallaxe de Mars, comme nous le verrons dans la section suivante. Les observations correspondantes furent faites à Paris par Cassini et Rømer, puis par Picard et Cassini en province. De cela, Cassini en calcula la parallaxe solaire et la publia en 1684.

Calcul des phénomènes pour l'opposition de Mars de 1672 :

- **13/08/1672 à 09 h 00 min 57 s UTC**
Mars au périhélie
(distance minimale au Soleil),
 $d = 1,381\,66$ au.
- **04/09/1672 à 14 h 46 min 01 s UTC**
Mars au plus près de la Terre
(distance minimale à la Terre),
 $d = 0,381\,21$ au,
diamètre apparent : 24,6".
- **08/09/1672 à 22 h 58 min 25 s UTC**
Mars en opposition,
diamètre apparent : 24,5".

Quand tout est une question de point de vue...

COMMENT CASSINI A-T-IL FAIT ? En ramenant au méridien de Paris les observations de Richer faites sur le méridien de Cayenne, Cassini obtient, par comparaison avec ses propres observations, le dé-

placement parallactique de Mars vu depuis Paris et depuis un hypothétique lieu situé sur le même méridien, mais à la latitude de Cayenne. Ainsi, il détermine la parallaxe horizontale de Mars comme valant 25,6", induisant une parallaxe solaire de 9,5" (fig. 4). Son résultat se propagea rapidement à travers l'Europe, les salons en raffolaient. L'effet sur les dimensions du Système solaire et des planètes fut écrasant, Fontenelle en rendit compte.

La méthode suivie par Cassini est la méthode des déclinaisons dans laquelle plusieurs observateurs se répartissent si possible le long d'un même méridien, chacun mesurant la différence de déclinaison entre Mars et une étoile de référence lors de leur passage par le méridien du lieu. La méthode est op-

timisée si les stations d'observation sont le plus éloigné possible l'une de l'autre, l'idéal étant que leur différence de latitude s'approche le plus possible de 180°. Ceci fut le cas à l'occasion du voyage de l'abbé Lacaille (1713-1762) au Cap de Bonne-Espérance pour l'opposition martienne du 14 septembre 1751 (fig. 5). Pour l'occasion, il lancera un appel aux astronomes pour observer de concert le phénomène, premier exemple d'une coordination internationale scientifique. Les observations seront menées depuis la fin du mois d'août jusqu'au 6 octobre 1751, toutes rapportées au 14 septembre 1751. Elles donneront des résultats compris entre 24" et 34" pour la parallaxe de Mars. Lacaille prendra la valeur moyenne de 27 observations et trouvera 26"8, soit une parallaxe solaire de 10,25" avec une médiocre précision estimée à 3".

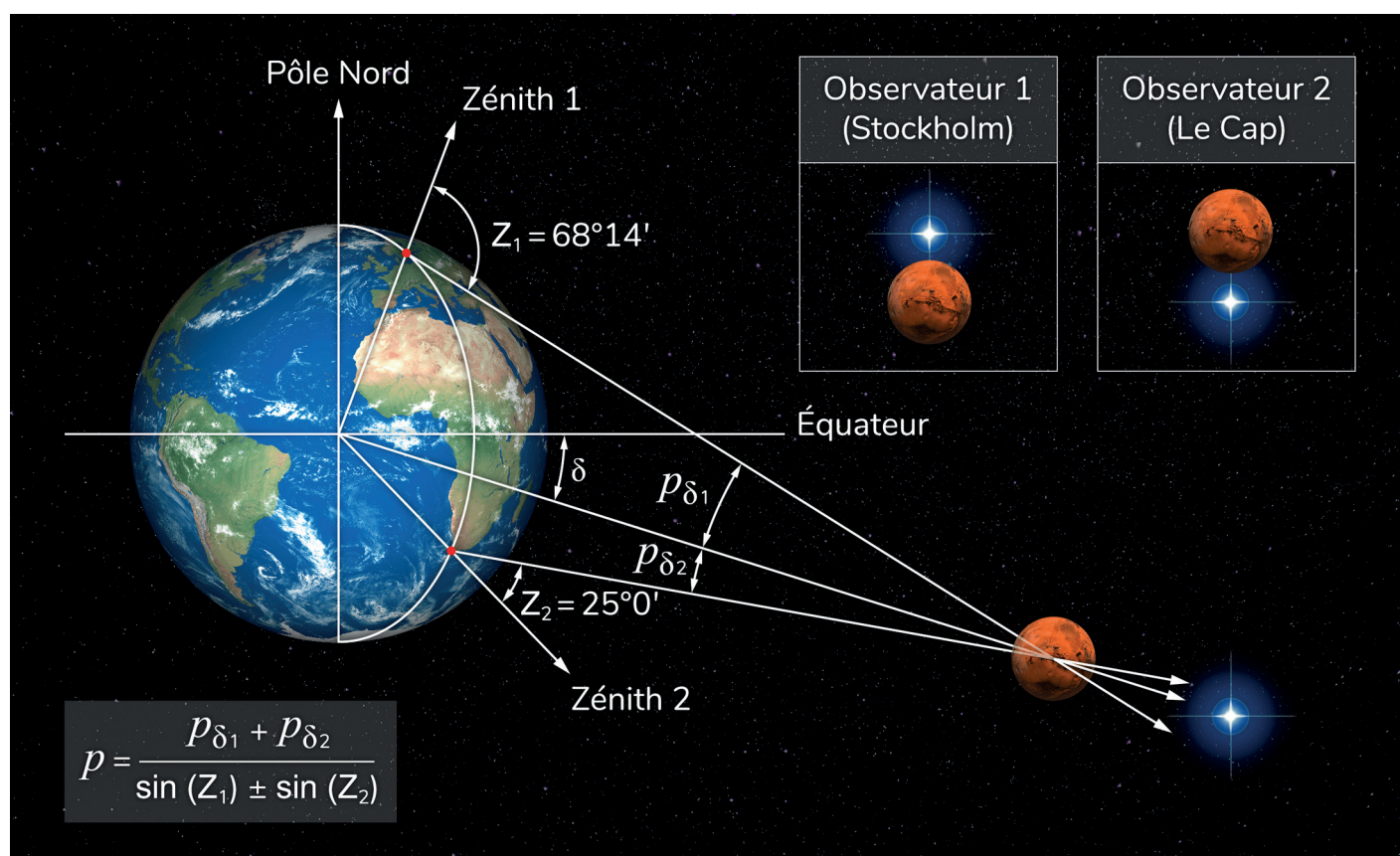


Fig. 5 – Méthode des déclinaisons. Observations simultanées du 14 septembre 1751, entre Wargentin à Stockholm et Lacaille au Cap.

La différence de déclinaison de Mars constatée par rapport à une étoile de référence – qui correspond à la somme des parallaxes de hauteur – est de 32", ce qui une fois divisée par la somme des sinus des distances zénithales mesurées, soit 1,3513, donne une parallaxe de Mars de 23,1" et une parallaxe solaire de 9,09" ($\Delta = 0,385$).

Crédits Y. Gominet/P. Descamps/IMCCE (textures NASA)

Malgré l'utilisation d'instruments à mesure micrométrique, les résultats obtenus par la méthode des déclinaisons sont frappés d'une substantielle imprécision. À cela plusieurs raisons : l'obligation d'appliquer des corrections de longitude aux observations qui ne sont jamais faites sur un même méridien ; l'effet de l'aplatissement terrestre ; et surtout, l'écart angulaire en latitude entre les lieux d'observation qui est insuffisamment grand.

Cassini a-t-il réellement mesuré la parallaxe de Mars par des observations correspondantes ?

LE CHOIX DE CAYENNE plutôt que Madagascar laisse planer un doute sur les véritables priorités de Cassini. Nous venons de voir que la méthode des observations correspondantes – ou méthode des déclinaisons – donne des résultats à la précision avantageuse à la condition que les stations d'observation présentent une grande différence en latitude. Cela aurait été le cas avec Madagascar, beaucoup moins avec Cayenne. D'ailleurs, comme nous l'avons déjà souligné, au siècle suivant, Lacaille choisira la ville du Cap en Afrique du Sud à l'occasion de la grande opposition de Mars de 1751. En outre, les difficultés supplémentaires liées aux nombreuses étapes intermédiaires de réduction, à l'existence d'incertitudes multiples dans un grand nombre de paramètres (datation, mesure de latitude, mesure de la différence de longitude, mesures angulaires...) ont montré qu'en définitive Cassini avait le *choix* entre un grand nombre de valeurs possibles pour la parallaxe solaire. Il a choisi la valeur de 9,5". La présence de la décimale et la proximité de cette valeur avec la valeur contemporaine procurent une impression de précision scientifique.

En réalité, Cassini n'avait pas attendu la grande opposition de Mars de 1672 pour se faire son idée de la véritable parallaxe solaire. Toutes ses recherches sur la réfraction atmosphérique menées à Bologne en 1655 l'avaient guidé vers une valeur qui devait être inférieure à 12". À un siècle de distance, Cassini était engagé dans une lutte contre Tycho Brahe au sujet des deux grands piliers de toute l'astrométrie fondamentale, la correction de réfraction et la correction de parallaxe. Seule une « expérience cruciale » pouvait être en mesure de les départager, non pas celle fournie par l'observation d'une grande opposition de Mars, mais celle fournie par l'observation des hauteurs solsticiales du Soleil depuis un lieu proche de l'équateur. Évidemment, soutenir devant l'Académie, devant Colbert, devant le roi, l'idée d'une expédition lointaine, dangereuse et coûteuse, pour aller mesurer les positions méridiennes solsticiales du Soleil, avait certainement moins de chance d'obtenir les faveurs royales que celle d'observer Mars depuis deux lieux géographiques en un moment fort précis justifiant l'urgence du voyage. Bien évidemment, l'expédition avait bien d'autres objectifs décrits précédemment. Le discours de Cassini dû faire forte impression comme en témoigne la lettre du 10 mars 1670 de Colbert à Colbert du Terron, intendant à Rochefort : « Le sieur Richer ayant été choisy par l'Académie des Sciences pour aller dans les Indes Orientales afin d'y faire plusieurs observations astronomiques qui peuvent avoir relation à celles qui se font icy [...]. Le sieur Richer est une personne de mérite qui doit s'appliquer à des choses fort curieuses [...]. »

Il ne fait donc aucun doute que le choix de Cayenne ne fut pas guidé par la survenue de la grande opposition de Mars, mais qu'en revanche celle-ci permit de hâter la décision et la mise en place de l'expédition. Cependant, Cassini ne pouvait faire autrement que de publier après le retour de Richer un résultat, aux apparences d'exactitude, sur la parallaxe solaire issue de l'observation correspondante de l'opposition de Mars. Si un grand choix de solution s'offrait

à Cassini, pourquoi a-t-il choisi la valeur de $9,5''$? Pour arriver à cette valeur, Cassini s'est servi de trois observations correspondantes faites le 5, le 9 et le 24 septembre 1672. La différence de déclinaison entre Mars et une petite étoile des Poissons, le 5 septembre, était de $32'22''$ à Cayenne et de $32'10''$ à Paris au même instant. Cela induit une différence parallactique de $12''$. Nous pouvons noter à ce propos que cette quantité est équivalente à la précision accessible des cercles divisés de l'époque équipés de leurs derniers perfectionnements, micromètre à fil et lunette de visée (voir [épisode 4, « Des lentilles et des hommes »](#), [Lettre d'information de mai 2023](#)). En toute rigueur, une telle mesure serait donnée de nos jours avec son erreur sous la forme $12 \pm 10''$, ce qui la rend peu significative. Le 9 septembre, la différence parallactique était de $13''$ et enfin de $17''$ le 24 septembre. Cassini y voit une augmentation régulière des erreurs observationnelles, à la façon

d'un boucher, il ne s'embarrasse pas, la bonne valeur est intermédiaire aux trois, elle est donc de $15''$ à la date du 16 et du 17 septembre. Ceci adopté, il peut alors calculer la parallaxe horizontale de Mars qui était de $25^{1/3}''$, ce qui donne une parallaxe solaire de $9,5''$. Cassini sait que son résultat n'est pas vraiment convaincant, il l'écrit en 1684, près de dix ans après la publication de son premier rapport sur l'expédition de Cayenne :

Il est presque impossible d'être certain de 2 ou 3 secondes dans la parallaxe totale de Mars tirée de la comparaison de plusieurs observations dont chacune est sujette à une erreur imperceptible.

Il est maintenant utile de revenir sur cette expérience cruciale conçue par Cassini qui justifia en grande partie le choix de Madagascar.

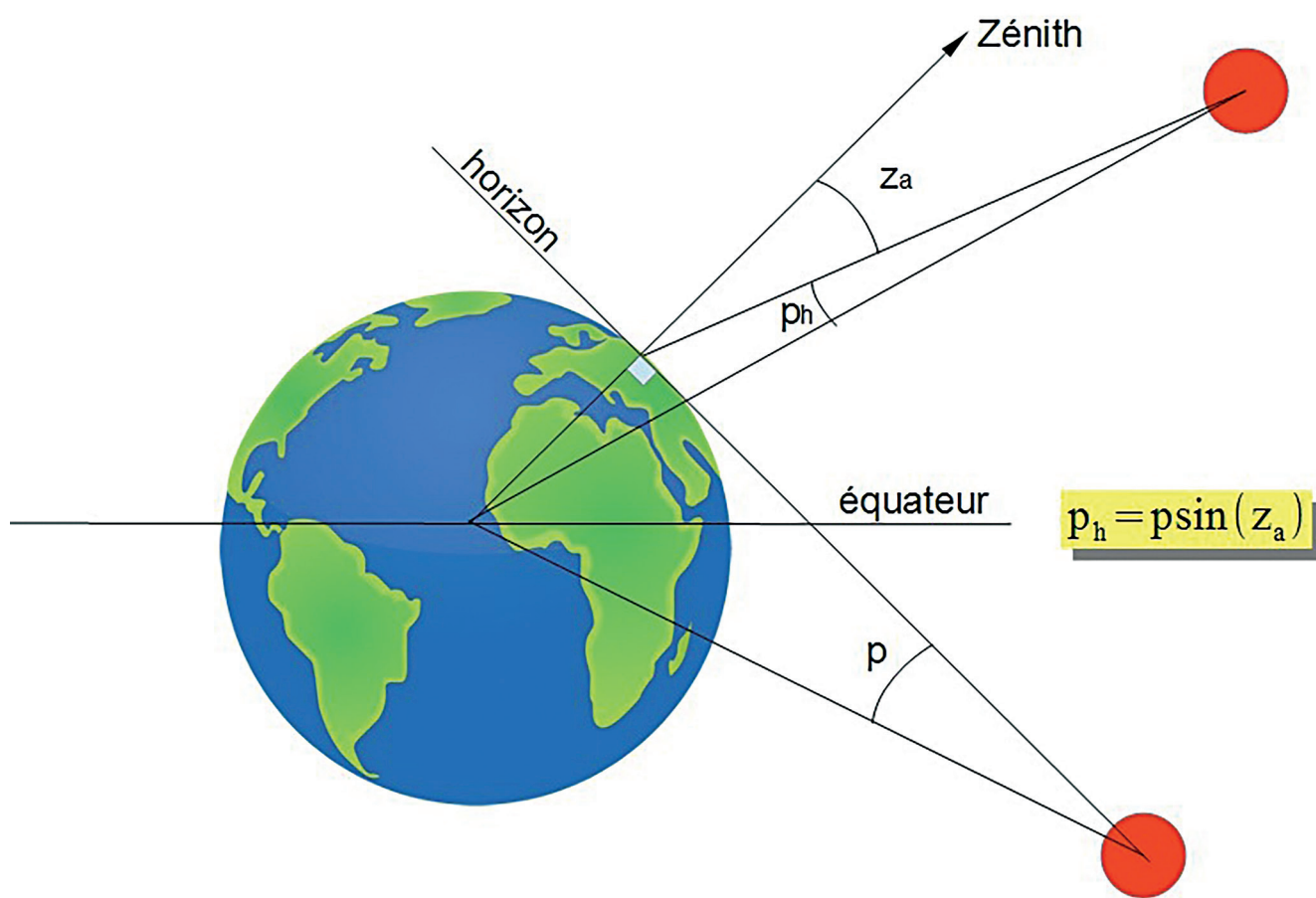


Fig. 6 – Parallaxe de hauteur d'un astre p_h et parallaxe horizontale p .

Crédits P. Descamps/IMCCE

L'expérience cruciale de Cassini

LA POSITION D'UN ASTRE DU CIEL se repère sur une sphère imaginaire – appelée *sphère céleste* – dont le centre coïncide avec le centre de la Terre. Or, cette position, repérée par deux angles, ne peut être observée que depuis la surface de la Terre, et non depuis son centre, bien évidemment. Il est donc nécessaire d'opérer une correction dite « de parallaxe » pour transformer la position observée en une position rapportée au centre de la sphère terrestre (ou céleste). Cette correction se présente sous la forme d'une petite quantité angulaire p_h (fig. 6). Elle est nulle lorsque l'astre est vu au zénith du lieu : dans ce cas, vues depuis l'astre, les positions de l'observateur et du centre de la Terre apparaissent alors confondues, il n'y a donc aucune correction angulaire pour passer de l'observateur au centre de la Terre. Elle est par contre maximale lorsque l'astre est à l'horizon : en effet, l'écart angulaire vu depuis l'astre entre la position de l'observateur et celle du centre de la Terre est égal à l'angle sous-tendu par le rayon terrestre.

Remarquons que dans le cas où l'astre considéré est le Soleil, cet angle est précisément la parallaxe solaire que nous cherchons à déterminer. Cela signifie par conséquent que l'observation de la position du Soleil dans le ciel nécessite la connaissance de la parallaxe solaire pour en déterminer sa position par rapport au centre de la Terre, indépendamment du lieu où il a été observé sur Terre. Ceci est indispensable pour établir la « théorie du Soleil », c'est-à-dire le mouvement de la Terre – de son centre en réalité – autour du [centre du] Soleil.

De tout temps, les astronomes ont effectué cette correction, la première des corrections. Sa grandeur décroît à mesure que l'astre considéré est éloigné de la Terre ; elle est sensible pour la Lune et le Soleil et presque négligeable pour les étoiles

lointaines. Lorsque vers la fin du XVI^e siècle Tycho Brahe s'est attaché à remesurer le ciel avec une précision jamais atteinte auparavant (voir [épisode 3, « L'île aux étoiles de Tycho »](#), [Lettre d'information d'avril 2023](#)), par la détermination des positions du Soleil et des étoiles sur la sphère céleste, la parallaxe solaire qu'il avait adoptée était l'antique valeur de 3' de degré.

Il y a par ailleurs une autre correction à apporter, celle de la réfraction atmosphérique qui courbe vers le sol les rayons lumineux venant de l'espace. Cette correction, en revanche, n'a jamais été effectuée et Tycho sera le premier à l'appliquer.

Alors que l'effet de parallaxe abaisse artificiellement la hauteur d'un astre sur l'horizon, celui de la réfraction rehausse celle-ci. Les effets se contrarient l'un l'autre, même si tous deux sont nuls au zénith. Mais comment les connaître ? Comment les séparer ? Ils ne diffèrent que par leur grandeur, et leur signe, mais s'exercent selon une même direction, celle de la hauteur verticale de l'astre. Réussir à les séparer, dans le cas d'observations du Soleil, ouvrirait un accès détourné vers la vraie valeur de la parallaxe solaire. Tycho réussira à construire des tables de réfractions, trois en tout, une pour la Lune, une pour le Soleil et une pour les étoiles fixes. Pourquoi trois tables alors que la réfraction est provoquée par la seule atmosphère terrestre ? Tout simplement parce que Tycho a adopté une parallaxe solaire de 3' là où elle est en réalité vingt fois plus faible ! De ce fait, faisant l'effet de parallaxe si fort pour le Soleil, il ne pouvait qu'en déduire un effet de réfraction, pour une même hauteur, plus faible pour le Soleil que pour une étoile fixe pour laquelle il n'y avait aucune parallaxe sensible. Il conclut également que toute réfraction cessait au-delà de 20° de hauteur pour les étoiles fixes, et de 45° pour le Soleil. Cependant, quand il compare ses tables de réfraction, il note bien un excès systématique des réfractions solaires – de l'ordre de 4,5' pour chaque hauteur et jusque

20° de hauteur – sur celles des étoiles fixes (fig. 7). Qu'à cela ne tienne, n'en comprenant pas l'origine – ou refusant d'en comprendre l'origine – Tycho trouve la solution : ôter 4,5' aux réfractions solaires pour chaque hauteur !

Kepler note cette anomalie, mais c'est son ami et correspondant, Johannes Remus Quietanus, physicien impérial, qui le premier remarque que l'on pourrait se contenter d'une seule et unique table, indépendante du corps considéré, à la condition de faire la parallaxe beaucoup plus petite qu'elle n'était. Bien qu'informé de cette suggestion, s'étant déjà attaqué à la question de la réfraction atmosphérique dans son *Astronomical Optica* de 1604 en établissant sa propre table des réfractions, Kepler s'en remettra

pourtant à celle de Tycho au moment de publier ses *Tables rudolphines* en 1627.

Un demi-siècle plus tard, l'idée de Remus revient sur le devant de la scène avec un jeune astronome italien, professeur d'astronomie à l'université de Bologne, Jean-Dominique Cassini. Ses travaux sur la théorie du Soleil réalisés en 1655 à partir de ses observations menées sur la grande ligne méridienne de l'église San Petronio, dont il a lui-même procédé à la restauration, le convainquent d'adopter une parallaxe solaire inférieure à 12'', de façon à obtenir une unique table des réfractions qu'il publiera en 1662. En fait, elle était bien unique pour tous les astres, mais triple selon la saison de l'année : l'été, l'hiver et les équinoxes. Jamais Cassini ne s'est référé

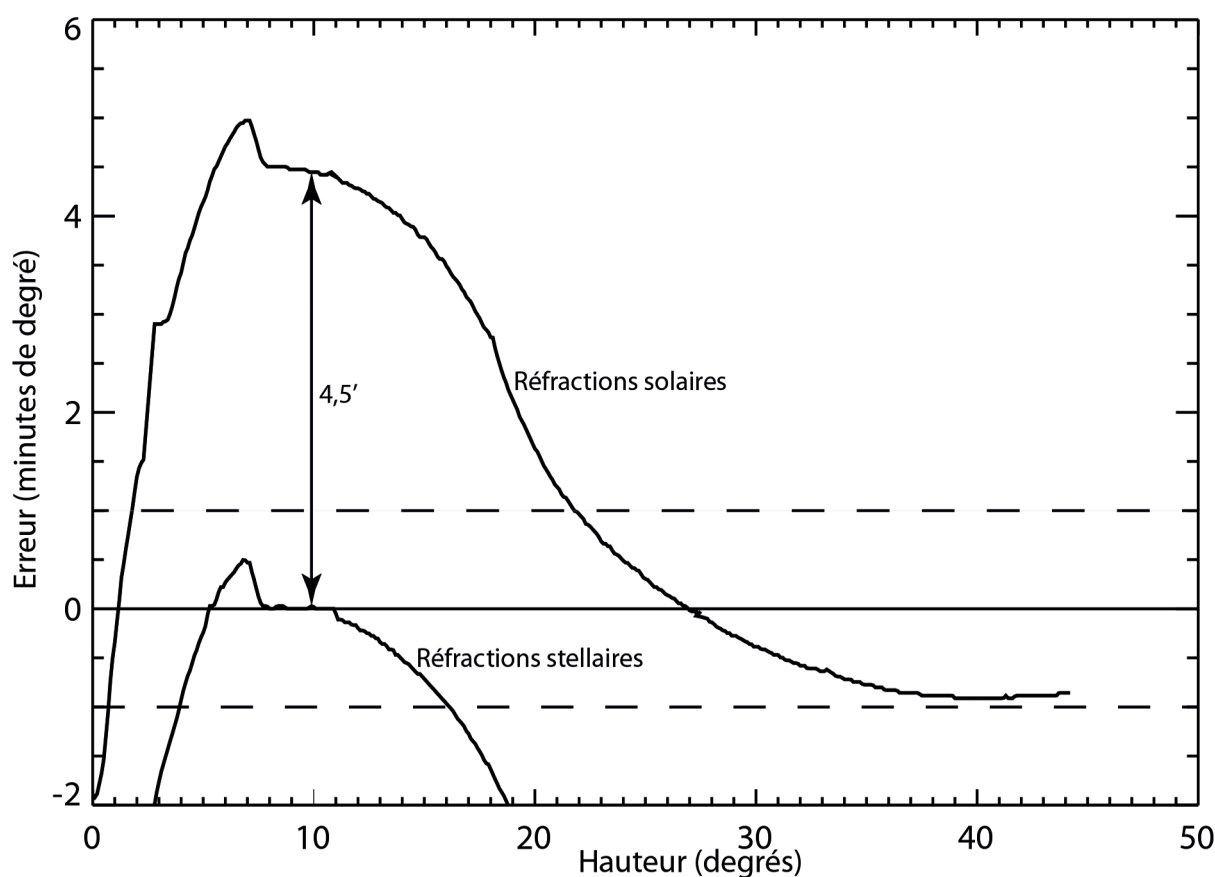


Fig. 7 – Erreurs sur les corrections de réfraction adoptées par Tycho Brahe.

Les réfractions pour le Soleil présentent un écart systématique de 4,5' avec les réfractions pour les étoiles fixes jusqu'à une hauteur de 20°. Les erreurs de Tycho sur les réfractions sont inférieures à 1' de degré pour les étoiles fixes pour des hauteurs comprises entre 3 et 16°. Pour le Soleil, il faut aller à des hauteurs supérieures à 28°.

Crédits P. Descamps/IMCCE

à Remus, sans doute n'en a-t-il pas eu connaissance. Toutefois, cette parallaxe n'est encore que supposition, pure déduction logique issue d'un souci de cohérence et de simplicité. Pour Cassini, cela ne peut suffire. C'est pourquoi, après son arrivée à l'Observatoire de Paris en avril 1669, il concevra très vite ce que Francis Bacon (1561-1626) avait qualifié d'expérience cruciale (*instantia crucis* ou *experimentum crucis* selon l'expression de Robert Hooke (1635-1703)), une expérience décisive qui, devant deux hypothèses en présence, serait susceptible d'en écarter une pour rendre compte d'un phénomène et conserver l'autre de façon indiscutable. En l'occurrence, dans le cas présent, il s'agira plutôt d'une

« observation cruciale » qui se déroulera sous le Soleil de Cayenne.

Cassini sait qu'à la latitude presque équatoriale de Cayenne ($4^{\circ}56'12''$), la hauteur méridienne du Soleil aux solstices ne peut jamais être inférieure à 60° . Or, selon Tycho Brahe, il n'y a plus de réfraction à cette hauteur, mais seulement un effet de parallaxe. Mais, selon Cassini, il y a une réfraction qui doit élever davantage le Soleil que la parallaxe ne doit l'abaisser. Dit autrement, le Soleil de Cayenne selon Tycho doit être plus bas dans le ciel que selon Cassini (fig. 8). C'est le phénomène que Cassini se

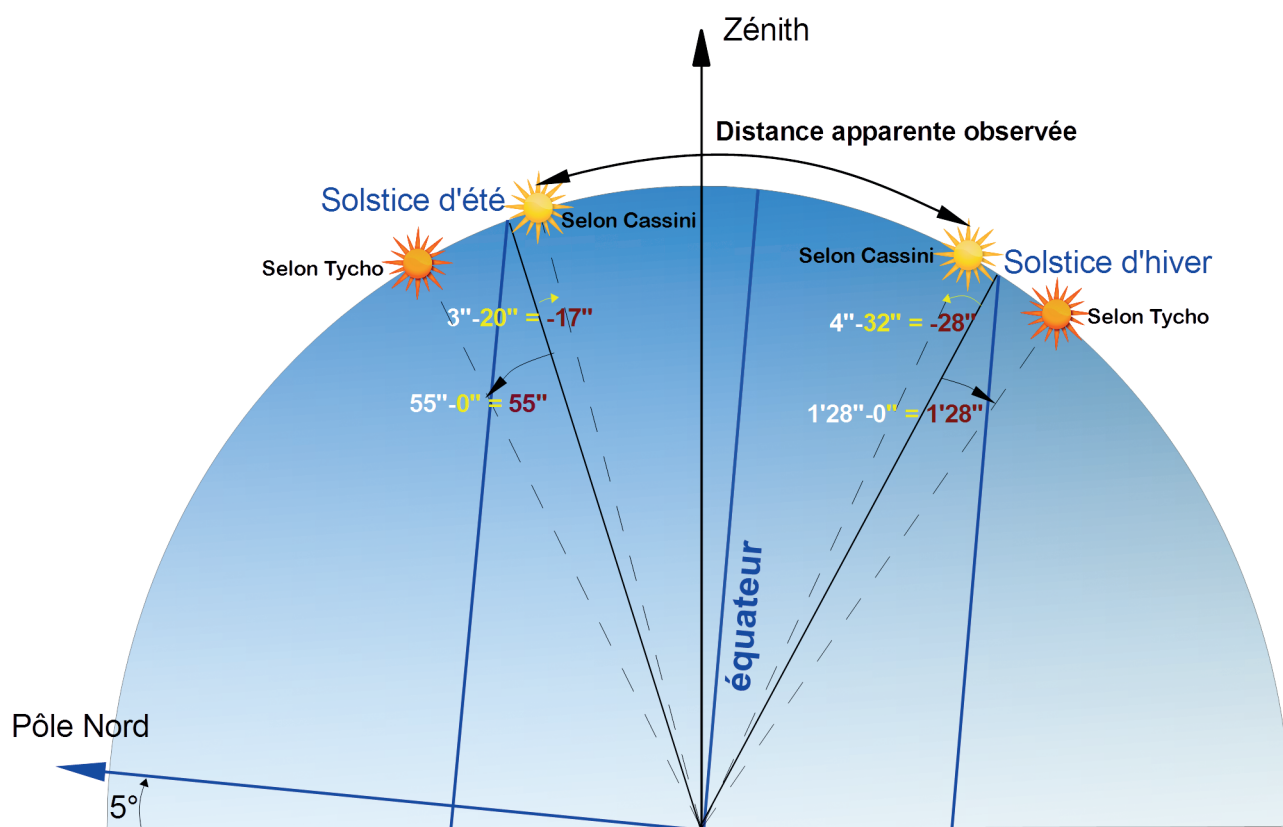


Fig. 8 – Coupe méridienne locale de la sphère céleste à Cayenne pour une latitude d'environ 5° .

Dans le calcul de la distance apparente entre les positions solsticiales méridiennes du Soleil, l'effet de la réfraction (en jaune) tend à élever l'astre par rapport à sa position vraie, tandis que l'effet de parallaxe (en blanc) tend à l'abaisser. Les valeurs résultantes de ces effets contraires sont données en rouge pour chacune des hypothèses en présence : celle de Cassini (réfraction sensible jusqu'au zénith et parallaxe solaire de $12''$) et celle de Tycho (réfraction nulle au-dessus de 45° de hauteur et parallaxe solaire de $3'$). L'écart entre les deux distances est de $3'$, par conséquent parfaitement détectables avec un instrument divisé de type secteur zénithal. Les réfractions de Cassini sont calculées selon sa propre loi $\rho = 58,29'' \tan(z)$. Quant à la correction de parallaxe, elle vaut $\rho = p_0 \sin(z)$ où z est la distance zénithale ($z = 90^{\circ} - h$) et p_0 la parallaxe solaire. Les corrections sont exagérées sur la figure de manière à les rendre visibles.

Crédits P. Descamps/IMCCE

propose de mesurer à Cayenne afin de confronter les deux hypothèses, celle des tychoniciens – réfraction nulle et parallaxe solaire de 3' – et la sienne – réfraction sensible et parallaxe solaire inférieure à 12". Pour ce faire, il fait mesurer par Richer la distance angulaire entre les deux positions solsticiales méridiennes du Soleil, quantité égale au double de l'obliquité de l'écliptique qui mesure l'inclinaison du plan équatorial terrestre sur son plan orbital (appelé *écliptique*). Cette mesure angulaire sera ensuite comparée à une valeur de référence de l'obliquité qu'il a lui-même déterminée par d'autres moyens, égale à 23° 29' 0" et publiée dans ses éphémérides de 1663. Selon ces éphémérides, la véritable distance des tropiques est donc de 46° 58'.

Par conséquent, selon Cassini, la distance observée entre les deux solstices doit être moindre que cette valeur de référence, alors que, selon Tycho, elle doit être au contraire plus grande. Telle est l'observation cruciale de Cassini. La différence angulaire entre les deux distances, celle de Cassini et celle de Tycho, devait être de 3' de degré, quantité qui est tout à fait à la portée des instruments de l'époque. Cassini avait annoncé une distance des tropiques de 46° 57' 15", selon ses propres hypothèses, et de 46° 59' selon celles de Tycho. Richer mesura 46° 57' 04". Le Soleil de Cayenne donna donc raison à Cassini contre Tycho. Il était enfin démontré que la parallaxe solaire ne pouvait être plus grande que 12" de degré.

Éros enflamme les astronomes

APRÈS CASSINI EN 1672, puis Lacaille en 1751, on ne songea plus à déterminer la parallaxe solaire par la méthode des observations correspondantes, il faudra attendre plus de 80 ans avec Thomas Henderson (1798-1884) au Cap en 1832 qui, par com-

paraison avec des observations correspondantes faites en Europe, trouvera une parallaxe solaire de 9,028" pour une précision de 0,4". Cependant, la méthode reprit des couleurs à la fin du XIX^e siècle quand fut découverte une petite planète, beaucoup plus petite que Mars, mais à qui il arrive de passer beaucoup plus près de la Terre pour ranimer la flamme des astronomes voyageurs, adeptes des observations correspondantes.

Le 13 août 1898, l'astronome Gustav Witt découvre à Berlin une petite planète *télescopique* – ainsi dénommées car d'éclat trop faible pour être vue à l'œil nu. Il s'agit de l'astéroïde connu aujourd'hui sous le nom de (433) Éros. La même nuit, mais à l'observatoire de Nice, la petite planète est également observée par l'astronome Auguste Charlois qui n'en fera cependant pas l'annonce publique. Cette petite planète allait bientôt enflammer l'enthousiasme des astronomes pour deux raisons : la première tient à son orbite fortement excentrique ($e = 0,222$) qui fait d'Éros le corps capable alors de se rapprocher au plus près de la Terre ; la seconde résulte dans sa forte variation d'éclat lorsqu'Éros fait un tour entier sur lui-même en 5 h 16 min. Theodor von Oppolzer découvre ainsi en 1901 que la petite planète peut perdre durant sa rotation jusqu'à 75 % de sa lumière (1,5 magnitude dans le jargon des astronomes). Plus intrigant encore : la variation de son éclat. En effet, intensivement observé, l'éclat de la petite planète varie de façon capricieuse ; cette variation est tantôt insignifiante, tantôt impressionnante. On finit par comprendre que cela tient à sa forme très allongée et à la position dans l'espace de son axe de rotation vis-à-vis de la Terre. Son survol en 2000 par la sonde spatiale NEAR (*Near Earth Asteroid Rendezvous*) révéla une géométrie complexe et très allongée.

Éros était l'objet céleste pouvant se rapprocher au plus près de la Terre, à une distance minimum de 0,15 au (22 millions de kilomètres), soit trois

fois plus près que ne peut le faire Mars. De plus, l'aspect télescopique d'Éros est quasi ponctuel, à la différence de Mars qui présente un petit disque apparent ; les positions d'Éros peuvent donc être mesurées avec beaucoup plus de précision. Éros constitue donc le candidat idéal pour une triangulation de sa position dans l'espace à partir de la Terre, c'est-à-dire pour une détermination de sa parallaxe horizontale.

Toutefois ces rapprochements serrés ne peuvent se produire qu'au voisinage d'une opposition périhélique (fig. 9). Il faut pour cela qu'Éros se trouve très près de son propre périhélie (point de son orbite le plus proche du Soleil), qui a une longitude héliocentrique de 122° , et que la Terre n'en soit pas éloignée également. Ceci ne peut se produire que lorsque la Terre passe par cette même longitude, ce qui a lieu le 22 janvier de chaque année. Cependant, ces grandes oppositions périhéliques d'Éros sont rares : elles se reproduisent tous les 40 ans environ (plus précisément en 1931, 1975, 2012 et 2056).

La première campagne d'observations intensives est déclenchée durant l'hiver 1900-1901, dont le résultat fut une parallaxe solaire de $8,806 \pm 0,004''$

conclue par Arthur Hinks en 1910. Mais une opposition encore plus favorable se profilait déjà à l'horizon, celle de l'hiver 1930-1931. Sous les auspices de la jeune Union astronomique internationale (UAI), vingt-trois observatoires se mobilisent pour réaliser par moins de 2 847 clichés de la planète avançant au beau milieu d'étoiles de repère. À nouveau, il faudra 10 ans pour en venir à bout, et ce n'est qu'en 1941 que Spencer Jones annonce le résultat final : $8,790 \pm 0,001''$, ce qui donnait pour l'unité astronomique une valeur de $149\,674\,000 \pm 17\,000$ km.

Cependant, lors de ses oppositions périhéliques, l'orbite d'Éros subit de fortes perturbations. Ces perturbations planétaires contribuent au mouvement complexe d'Éros. Elles proviennent bien sûr du système Terre-Lune, mais également des planètes, en particulier Mars, Vénus et Jupiter. L'observation des positions d'Éros peut donc permettre d'améliorer encore son orbite, et par conséquent de déterminer la parallaxe solaire. C'est la méthode dynamique. En effet, l'observation d'Éros donne la valeur du rapport entre la masse du Soleil et celle du système Terre-Lune. Or, de ce rapport, la parallaxe solaire π_0 exprimée en secondes de degré se déduit automatiquement au moyen de la formule suivante dans laquelle $T + L$ est la masse du système Terre-Lune et S la masse du Soleil :

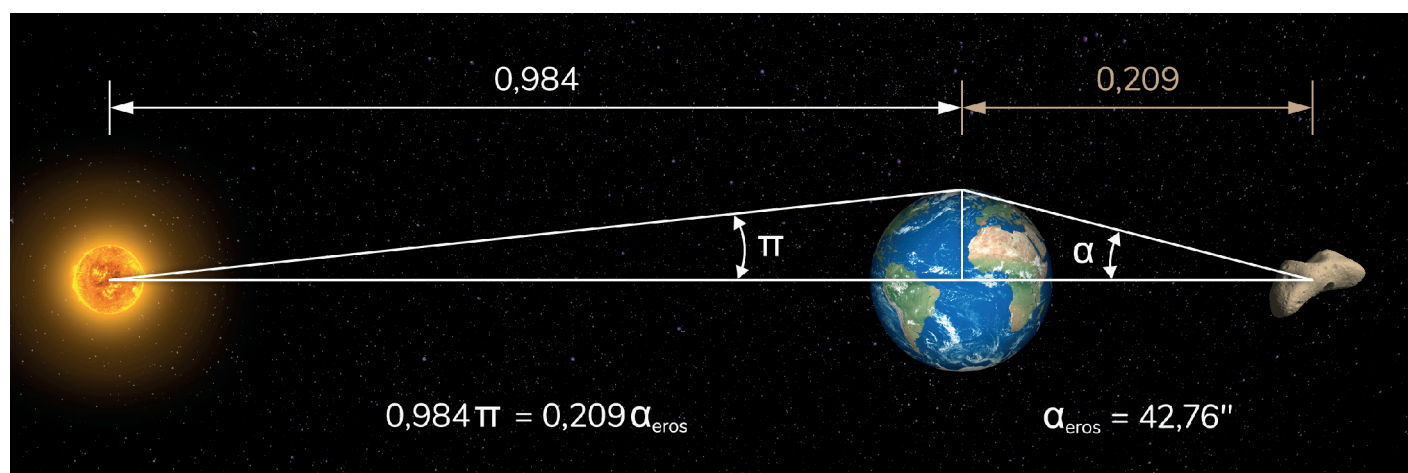


Fig. 9 – Principe du calcul de la parallaxe solaire à partir de la mesure de la parallaxe d'Éros.

Crédits Y. Gominet/P. Descamps/IMCCE (textures NASA)

$$\pi_0 = 607,037\,602'' \sqrt[3]{\frac{T+L}{S}}$$

Les premières valeurs de la parallaxe solaire obtenues par la méthode dynamique proviennent d'Edzard Noteboom en 1921 avec $8,7989 \pm 0,0009''$, puis Eugène Rabe en 1950 avec $8,798\,35 \pm 0,000\,39''$ par une discussion de l'ensemble des observations de position recueillies de 1926 à 1945. Le rapport entre la masse du Soleil et celle du système Terre-Lune est de $1/328\,452 \pm 43$.

La détermination trigonométrique de Spencer Jones en 1941 était devenue le standard jusqu'à la détermination dynamique de Rabe en 1950. Au vu de la précision nominale fournie par les deux auteurs, la valeur de Rabe était à privilégier. On pensa alors que la détermination trigonométrique de Spencer devait être affectée par des erreurs systématiques et non simplement par des erreurs accidentelles ou aléatoires. Cependant, cela ne pouvait expliquer un tel écart entre les deux déterminations : la différence des valeurs trouvées atteint quatre fois la somme de leurs erreurs probables ! Les deux valeurs sont donc irréconciliables. Qui de Jones ou de Rabe a raison ?

Vers la fin des années soixante, la question sera tranchée grâce à des observations d'un nouveau genre. Rabe était bien davantage dans l'erreur que ne l'était Jones. Ces valeurs divergentes ont nécessité de nombreux travaux pour tenter d'en comprendre l'origine et les réconcilier. Finalement, en 1968, à partir des observations de position d'Éros effectuées entre 1893 et 1966 (8 639 observations faites en 85 observatoires), Jay Lieske recalculera la parallaxe solaire par la méthode dynamique pour aboutir à une valeur de $8,794\,02 \pm 0,000\,12''$, faisant l'unité astronomique égale à $149\,600\,400 \pm 800$ km avec un rapport de la masse du système Terre-Lune rapportée à celle du Soleil de $1/328\,915 \pm 4$. La dé-

termination de Lieske est le meilleur résultat jamais obtenu par la méthode dynamique.

Les rapprochements serrés d'Éros sont de nos jours des opportunités éducatives mises à profit pour renouveler le calcul de la parallaxe solaire par la méthode trigonométrique (c'est-à-dire par triangulation). Le retour d'Éros au plus près de la Terre en janvier 2012 (0,15 au) a donné lieu à une vaste campagne internationale.

Références

J.W. Olmsted, «The Scientific Expedition of Jean Richer to Cayenne, (1672-1673) », *Isis*, vol. 34, n° 2, 1942, p. 117-128.

A. van Helden, «The Importance of the Transit of Mercury of 1631 », *Journal for the History of Astronomy*, vol. 7, 1976, p. 1-10.

C. Wolf, *Histoire de l'Observatoire de Paris de sa fondation à 1793*, Paris, Gauthier-Villars, 1902.